

局部光照下玻璃态液晶薄膜的非线性变形形貌

成星宇

(中国科学技术大学近代力学系, 安徽合肥 230026)

摘要: 含偶氮苯分子的玻璃态液晶薄膜的光响应特性使其在光驱动变形器件方面具有重要应用前景. 基于 Föppl-von Kármán 板理论和动力学方法发展了一种预言局部光照下玻璃态液晶薄膜非线性变形形貌的数值方法, 并针对伸展型及扭曲型两种典型指向矢分布给出了入射光斑为圆形时的详细计算结果. 研究表明, 当光斑半径与薄膜厚度比增大至一定的临界值, 薄膜感光部分的形貌发生急剧变化, 伴随着 Gauss 曲率由负到正的转变. 这一现象归因于入射光强沿膜厚方向衰减导致的自发弯矩, 可望应用于新型非接触调控式变形器件的设计.

关键词: 玻璃态液晶薄膜; 光致变形; 局部光照

中图分类号: O343.5 **文献标识码:** A doi: 10.3969/j.issn.0253-2778.2019.03.008

引用格式: 成星宇. 局部光照下玻璃态液晶薄膜的非线性变形形貌[J]. 中国科学技术大学学报, 2019, 49(3): 231-236.

CHENG Xingyu. Nonlinear deformation topography of glassy nematic films under local illumination [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2019, 49(3): 231-236.

Nonlinear deformation topography of glassy nematic films under local illumination

CHENG Xingyu

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: Azobenzene-containing nematic glasses have an attractive application perspective in photo-driven deformation devices due to their unique photo-responsive properties. Based on the Föppl-von Kármán plate theory and a kinetics method, a numerical approach was developed to predict the nonlinear deformation topography of glassy nematic films under local illumination, and detailed results were given for two typical director fields of splay-bend and twist distributions when the spot of incident light is a circle. It is found that when the ratio of spot radius to film thickness is increased to a certain critical value, dramatic variation of the topography of the exposed part of the film occurs, accompanying the transition of Gauss curvature from positive to negative. This phenomenon is attributed to the spontaneous bending moments induced by attenuation of light intensity across film thickness, and may be applied to design new types of deformation devices with contactless control.

Key words: glassy nematic film; photo-induced deformation; local illumination

收稿日期: 2018-10-10; 修回日期: 2018-11-16

基金项目: 国家自然科学基金(11572308)资助.

作者简介: 成星宇, 男, 1990年生, 硕士. 研究方向: 向列型液晶薄膜的光致变形. E-mail: cxywawa@mail.ustc.edu.cn

0 引言

具有偶氮苯分子主链或侧链的玻璃态交联液晶高分子是高度交联的聚合物网络,弹性模量约为几个 GPa 量级^[1-3]. 此类材料的一个重要特点是紫外和可见光交替辐射下可引起平行和垂直指向矢方向的可恢复自发收缩和膨胀,因而在非接触驱动变形器件应用方面具有诱人的应用前景^[4-6]. 现有的制备技术可产生各种复杂的指向矢分布^[7], 深入认识指向矢分布与材料变形的定量关系则是相关器件设计的关键.

伸展型和扭曲型的玻璃态液晶薄膜是两类最典型的光驱动变形结构,其中指向矢分布面内均匀但在厚度方向呈现特定的梯度. 边界无约束和均匀光照射下,伸展型膜沿一个方向弯曲形成柱面,而扭曲型膜沿两个正交方向反向弯曲形成马鞍面^[8-11]. 引入薄膜指向矢场的面内变化,则能形成更加丰富多样的面外变形模式^[12-13]. 目前已提出一些理论模型来预测给定指向矢分布下玻璃态液晶薄膜的变形形貌^[14-15],但这些工作仅考虑了薄膜表面受均匀光照的情况,并且假设光强沿厚度方向无衰减. 事实上,利用遮光膜可形成任意非均匀的入射光斑,从而方便地调控变形形状. 最近的理论研究分析了弱光强下圆形光照导致的玻璃态液晶薄膜小变形响应^[16],发现感光区内的 Gauss 曲率与光斑大小无关,感光区外的抗度受光强衰减诱导的自发弯矩驱动随距离按对数形式增长. 该结果表明了采用局部光照操纵薄膜大范围变形的可能性. 然而,对于强局部光照下玻璃态液晶薄膜的响应,特别是大变形导致的非线性行为,仍有待于进一步探索.

本文研究局部光照产生的玻璃态交联液晶高分子膜非线性变形形貌. 着重聚焦于圆形光斑以及伸展型和扭曲型指向矢分布,同时考虑光强沿厚度方向的衰减. 膜的变形基于改进的 Föppl-von Kármán 板理论描述,而相应的非线性问题通过等价的动力学方法数值求解. 计算结果显示了显著不同于小变形模型的结论,即薄膜感光区的形貌特征依赖于光斑半径与膜厚的比值.

1 模型

研究证明,考虑弹性各向异性以及剪切自发应变对玻璃态的交联液晶高分子膜变形的影响可以忽略不计^[9-10],可用基于 Föppl-von Kármán 板理论的

各向同性模型来描述薄膜变形. 如图 1 所示,考虑厚度为 h 的无穷玻璃态液晶薄膜,其未变形中面与 x_1-x_2 坐标面重合. 薄膜上表面受到圆截面光束垂直照射,形成半径为 R 的圆形光斑. 光照并不引起显著的温度变化,但在平行和垂直于指向矢的方向分别产生大小为 ϵ_{\parallel} 和 ϵ_{\perp} 的自发收缩和膨胀应变^[3]:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{\parallel} &= \psi P_{\parallel} I_0 e^{-\psi(h/2-x_3)/d}, \\ \epsilon_{\perp} &= \psi P_{\perp} I_0 e^{-\psi(h/2-x_3)/d} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, ψ 为偶氮苯单体的体积分数, P_{\parallel} 和 P_{\perp} 表示光在平行和垂直指向矢方向的吸收系数, I_0 表示光强, d 为光强衰减的特征长度. 将任一点指向矢 \mathbf{n} 的空间取向用两个角 φ 和 θ 表示,其中 φ 为 \mathbf{n} 与 x_3 轴的夹角而 θ 为 \mathbf{n} 在 x_1-x_2 平面的投影与 x_1 轴的夹角,则 \mathbf{n} 的分量为 $n_1 = \sin\varphi \cos\theta$, $n_2 = \sin\varphi \sin\theta$ 和 $n_3 = \cos\varphi$. 相应地,薄膜感光区的自发应变场可统一表示为

$$\epsilon_{ij}^* = (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) n_i n_j + \epsilon_{\perp} \delta_{ij} \quad (2)$$

式中,拉丁字母下标 i 和 j 取值 1, 2 或 3, δ_{ij} 表示 Kronecker 记号. 显然,感光区以外 $\epsilon_{ij}^* = 0$. 液晶玻璃膜可处理为各向同性弹性材料^[9], 杨氏模量和泊松比分别记为 E 和 ν . 膜的变形可以通过在 Föppl-von Kármán 非线性板理论^[17]中考虑自发应变的影响加以描述. 为方便计,这里引入哑指标求和约定,并令希腊字母下标取值 1 或 2. 膜中应力的面外分量为零,面内分量 $\sigma_{\alpha\beta}$ 与应变 $\epsilon_{\alpha\beta}$ 之间的关系可写成

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{E}{1-\nu^2} [(1-\nu)(\epsilon_{\alpha\beta} - \epsilon_{\alpha\beta}^*) + \nu(\epsilon_{\lambda\lambda} - \epsilon_{\lambda\lambda}^*)\delta_{\alpha\beta}] \quad (3)$$

记膜中面的面内位移为 u_{α} 而面外位移为 w , 则有 $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_{\alpha\beta}^0 - x_3 \tau_{,\alpha\beta}$, 其中逗号表示求偏导, $\epsilon_{\alpha\beta}^0$ 为中面应变, 定义为

$$\epsilon_{\alpha\beta}^0 = \frac{1}{2}(u_{\alpha,\beta} + u_{\beta,\alpha}) + \frac{1}{2}\tau_{,\alpha}\tau_{,\beta} \quad (4)$$

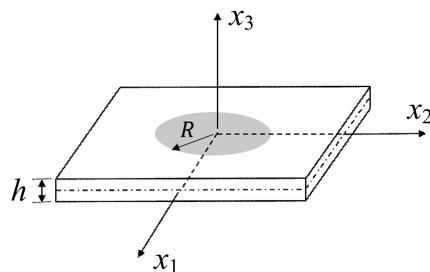


图 1 局部光照下的液晶玻璃膜示意图

Fig. 1 Sketch of a glassy nematic film under local illumination

从方程(3)可知薄膜的膜力 $N_{\alpha\beta}$ 及弯矩 $M_{\alpha\beta}$ 可分别表示为

$$\left. \begin{aligned} N_{\alpha\beta} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} [(1-\nu)\epsilon_{\alpha\beta}^0 + \nu\delta_{\alpha\beta}\epsilon_{\lambda\lambda}^0] - N_{\alpha\beta}^* \\ M_{\alpha\beta} &= -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} [(1-\nu)\tau_{\omega,\alpha\beta} + \nu\delta_{\alpha\beta}\tau_{\omega,\lambda\lambda}] - M_{\alpha\beta}^* \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这里自发膜力 $N_{\alpha\beta}^*$ 和弯矩 $M_{\alpha\beta}^*$ 定义为

$$\left. \begin{aligned} N_{\alpha\beta}^* &= \frac{Eh}{1-\nu^2} [(1-\nu)\bar{\epsilon}_{\alpha\beta}^* + \nu\delta_{\alpha\beta}\bar{\epsilon}_{\lambda\lambda}^*], \\ M_{\alpha\beta}^* &= \frac{Eh}{1-\nu^2} [(1-\nu)\hat{\epsilon}_{\alpha\beta}^* + \nu\delta_{\alpha\beta}\hat{\epsilon}_{\lambda\lambda}^*] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

而 $\bar{\epsilon}_{\alpha\beta}^*$ 和 $\hat{\epsilon}_{\alpha\beta}^*$ 由下式给出:

$$\bar{\epsilon}_{\alpha\beta}^* = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_{\alpha\beta}^* dx_3, \quad \hat{\epsilon}_{\alpha\beta}^* = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \epsilon_{\alpha\beta}^* x_3 dx_3 \quad (7)$$

因此, 经过推导可得薄膜弹性能的变分 δU :

$$\delta U = - \int_A [N_{\alpha\beta,\beta} \delta u_\alpha + (M_{\alpha\beta,\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} \tau_{\omega,\alpha\beta}) \delta \tau_\omega] dA \quad (8)$$

式中, A 是中面的面积. 能量最小化条件要求

$$N_{\alpha\beta,\beta} = 0, \quad M_{\alpha\beta,\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} \tau_{\omega,\alpha\beta} = 0 \quad (9)$$

以上便是玻璃态液晶薄膜非线性变形的控制方程. 不难看出, 局部光照产生的自发应变通过膜力和弯矩影响薄膜的变形形貌. 由于自发应变仅存在于感光区, 无穷远处膜的位移和应力均趋于零.

2 模型数值解法

为了确定玻璃态液晶薄膜的非线性变形形貌, 先考虑方程(9)中的第一式. 将方程(5)和(6)代入并进行整理可得

$$C_{\alpha\beta\omega\rho} u_{\omega,\rho\beta} = C_{\alpha\beta\omega\rho} \bar{\epsilon}_{\omega\rho,\beta}^* - \frac{1}{2} C_{\alpha\beta\omega\rho} (\tau_{\omega,\omega} \tau_{\omega,\rho})_{,\beta} \quad (10)$$

式中, 四阶张量 $C_{\alpha\beta\omega\rho}$ 定义为

$$C_{\alpha\beta\omega\rho} = \frac{1-\nu}{2} (\delta_{\alpha\omega} \delta_{\beta\rho} + \delta_{\alpha\rho} \delta_{\beta\omega}) + \nu \delta_{\alpha\beta} \delta_{\omega\rho} \quad (11)$$

对式(10)运用 Fourier 变换, 可将面内位移 u_α 通过面外位移 τ_ω 表示, 即

$$u_\alpha = -\frac{i}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{\beta\omega\rho} p_{\alpha\beta} q_{\omega\rho} \xi_\lambda e^{i\xi_\nu x_\nu} dx_1 dx_2 \quad (12)$$

式中, i 为单位纯虚数, $p_{\alpha\beta}$ 是二阶张量 $C_{\omega\beta\tau} \xi_\lambda \xi_\tau$ 的逆, 而 $q_{\omega\rho}$ 给定为

$$q_{\omega\rho} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (2\bar{\epsilon}_{\omega\rho}^* - \tau_{\omega,\omega} \tau_{\omega,\rho}) e^{-i\xi_\nu x_\nu} d\xi_1 d\xi_2 \quad (13)$$

利用式(12), 薄膜中面的应变 $\epsilon_{\alpha\beta}^0$ 以及膜力 $N_{\alpha\beta}$ 分别通过式(4)和(5)都可以写成 τ_ω 泛函.

关系式(12)保证了膜力的平衡. 在此条件下薄膜弹性能的变分简化为

$$\delta U = - \int_A (M_{\alpha\beta,\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} \tau_{\omega,\alpha\beta}) \delta \tau_\omega dA \quad (14)$$

而方程(9)的第二式相当于要求弹性能的变分导数为零, 即

$$\frac{\delta U}{\delta \tau_\omega} = -M_{\alpha\beta,\alpha\beta} - N_{\alpha\beta} \tau_{\omega,\alpha\beta} = 0 \quad (15)$$

上述非线性偏微分方程可以通过一种动力学方法数值求解, 基本思路是将薄膜的变形设想为一个态变量为 τ_ω 的过阻尼系统能量最小化驱动的演化过程, 其状 $\delta U / \delta \tau_\omega$ 为演化驱动力, 而 $\delta U / \delta \tau_\omega = 0$ 对应于系统的稳态. 于是, 引入正的动力学常数 Γ , 对应的 Ginzburg-Landau 方程 $\partial \tau_\omega / \partial t = -\Gamma \delta U / \delta \tau_\omega$ 归结为

$$\frac{\partial \tau_\omega}{\partial t} = \Gamma (M_{\alpha\beta,\alpha\beta} + N_{\alpha\beta} \tau_{\omega,\alpha\beta}) \quad (16)$$

式中, t 表示时间. 给定自发应变, 式(16)右端仅依赖于 τ_ω . 因此, 从设定的初始值逐渐演化至稳态, 便得到薄膜变形的平衡解. 动力学常数 Γ 的大小决定演化速度, 但不影响薄膜的平衡形貌.

由于高阶项的存在, 对方程(16)直接差分势必引起较大误差. 本文将应用半隐式的傅里叶谱方法^[18]. 计算中采用周期性边界条件和正方计算网格, 长度和时间分别采用 h 和 $\tau = h / (\Gamma E)$ 为单位进行无量纲化.

网格数取 512×512 , 计算结果的相对误差控制在 0.01% .

3 结果与讨论

尽管上述模型和算法适用于任意的指向矢量场, 本文将主要关注伸展和扭曲两种最典型的指向矢分布. 伸展型分布如图 2(a)所示, 其中指向矢 \mathbf{n} 平行于 x_1-x_3 平面, 但其与 x_3 轴的夹角从膜上表面到下表面逐渐由 $\pi/2$ 变化为 0 , 由此可见 $\theta=0$ 和 $\varphi=\pi(1+2x_3/h)/4$. 扭曲型分布中(图 2(b)), \mathbf{n} 始终平行于 x_1-x_2 平面, 但与 x_1 轴的夹角从膜上表面到下表面经历由 0 到 $\pi/2$ 的变化, 从而其空间取向可表示为 $\theta=\pi(1-2x_3/h)/4$ 和 $\varphi=\pi/2$. 相关材料参数和几何参数假设为 $E=1 \text{ GPa}$, $\nu=0.25$, $P_{\parallel}=-1.7 \text{ cm}^2/\text{W}$, $P_{\perp}=0.7 \text{ cm}^2/\text{W}$ 和 $h=10 \text{ }\mu\text{m}$ ^[3].

光强衰减的影响通过无量纲数 $\alpha = \phi h / d$ ($0 \leq \alpha < \infty$) 反映, 其中 $\alpha = 0$ 和 $\alpha \rightarrow \infty$ 分别对应于无衰减和完全衰减两种极端情形.

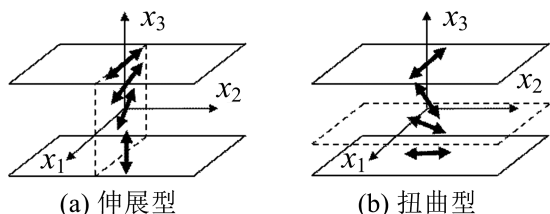


图 2 两种典型指向矢分布

Fig. 2 Two typical director distributions

为了检验计算方法的可靠性, 首先考察小变形且忽略光强衰减($\alpha \rightarrow 0$)条件下薄膜的变形形貌. 图 3(a)和 3(b)分别给出了 $R/h = 3$ 时伸展型和扭曲型玻璃态液晶薄膜沿 x_1 和 x_2 轴剖面的轮廓及其与

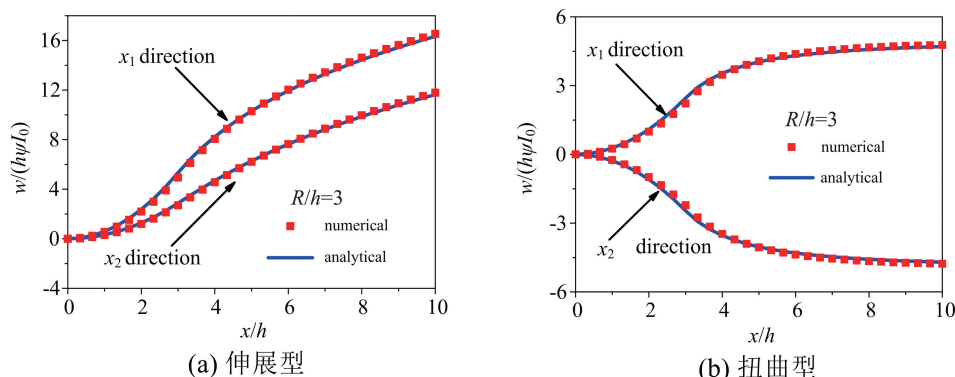


图 3 小变形下薄膜沿 x_1 和 x_2 方向形貌轮廓数值结果与解析解的比较

Fig. 3 Comparison between the numerical and analytical results of film profiles in the x_1 and x_2 directions under small deformation

其次考虑薄膜的大变形形貌特征以及光强沿厚度衰减的影响. 取 $\alpha = 4$, 图 4(a)和 4(b)分别显示了当 $R/h = 3$ 和 $R/h = 15$ 时伸展型(图 4(a))和扭曲(图 4(b))型膜的无量纲化变形形貌. 不难发现此时的情形与忽略光强衰减下小变形结果有显著差异. 第一, 两种类型的薄膜光致变形形貌变得非常相似. 第二, 感光区的变形形貌明显依赖于光斑半径与膜厚的比值. 这些特点通过图 5 中薄膜沿 x_1 和 x_2 轴剖面的轮廓变化可以更加清晰地显示. 当 $R/h = 3$ 时, 两类膜感光区沿 x_1 和 x_2 轴都向上弯曲, Gauss 曲率为正, 与忽略光强衰减下伸展膜的小变形(图 3(a))较为类似. 当 $R/h = 9$ 时, 两类膜感光沿 x_1 轴保持向上弯曲, 而沿 x_2 轴变得平坦, Gauss 曲率接近为零. 当 $R/h = 15$ 时, 两类膜感光区在 x_1 方向仍然向上, 但在 x_2 方向变为向下弯曲, Gauss 曲率为负, 与忽略光强衰减下扭曲型膜的小变

相应解析解^[15]的比较, 结果的吻合性说明本文的动力学方法具有足够的精度. 对于伸展指向矢分布, 透过薄膜的入射光使其沿 x_1 方向在膜的上表面附近产生自发收缩而在下表面附近产生自发膨胀, 从而驱动膜绕 x_2 轴向上弯曲. 与此同时, 膜沿 x_2 方向自发膨胀, 但因受未感光区的弹性约束而绕 x_1 轴向上弯曲以松弛变形能. 这些因素导致薄膜变形为正 Gauss 曲率面. 对于扭曲型指向矢分布, 光照在感光区上表面分别产生沿 x_1 和 x_2 方向的自发收缩和膨胀, 在下表面则反过来, 分别产生沿 x_1 和 x_2 方向的自发膨胀和收缩. 尽管同样受未感光区的弹性约束, 感光区沿 x_1 和 x_2 方向仍分别向上和向下弯曲, 形成负 Gauss 曲率面. 已有的解析解^[15]表明, 小变形下薄膜的变形模式不受光斑尺寸的影响.

形(图 3(b))较为类似. 此外, 不同光斑尺寸下两类薄膜的形貌都非常相似. 正是这种沿 x_2 轴弯曲方向的改变导致了薄膜感光区 Gauss 曲率的符号转变, 而转变点显然出现在 $R/h = 9$ 附近(图 5(b)).

伸展型和扭曲型膜光致变形形貌的相似性可以通过光强衰减的影响加以解释. 通常玻璃态液晶薄中偶氮苯单体的体积分数为 $\phi = 0.4$ ^[3], 取 $\alpha = 4$ 意味着 $d/h = 0.1$, 即仅在膜感光区上表面以下约膜厚十分之一的范围内能感受到入射光有效作用. 该区域中两种膜的方向矢都接近于沿 x_1 方向排列, 产生的自发变形都可近似为沿 x_1 方向的收缩和沿 x_2 方向的膨胀. 因此, 两种膜的光致变形形貌基本相同. 如果忽略光强的衰减($\alpha \rightarrow 0$), 入射光穿透膜的整个厚度, 上述区域以下百分之九十厚度范围内指向矢分布也将影响感光区的自发应变, 进而影响膜的变形形貌. 这就是图 3 中伸展型膜和扭曲型膜

变形形貌根本不同的主要原因. 事实上, 如图 6 所示, 如果忽略光强衰减的影响, 大变形下伸展型膜和扭曲型膜同样分别呈现图 3(a)和 3(b)的形貌特征. 可以推论, 沿厚度方向的光强梯度形成的自发弯矩是形貌转变的诱因. 从式(6)易知自发弯矩与

光斑尺寸无关, 且 M_{11}^* 明显大于 M_{22}^* . 光斑半径较小时, 薄膜感光区沿 x_2 方向自发向下弯曲的趋势被周围弹性介质约束. 随着光斑半径的增大, 这种约束减弱, 最终导致半径超过约 9 倍膜厚时沿 x_2 方向向下弯曲的负 Gauss 曲率形貌.

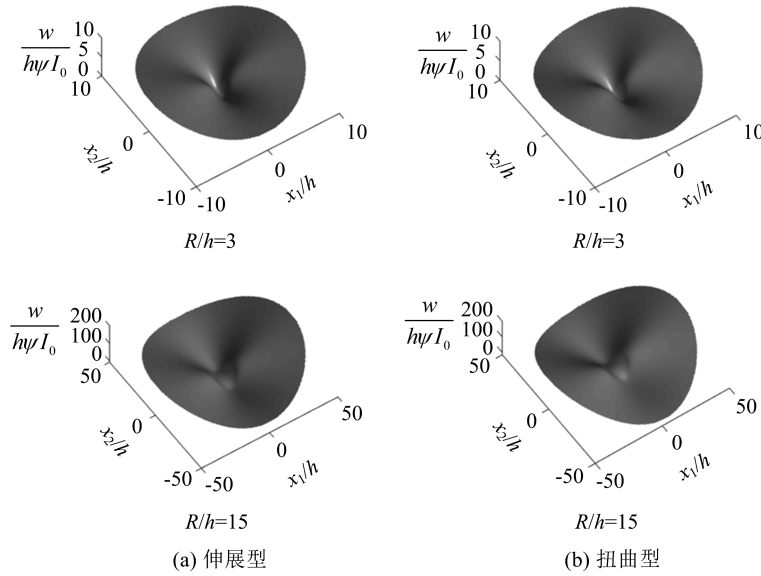


图 4 不同光斑半径/厚度比下玻璃态液晶薄膜的无量纲化大变形形貌

Fig. 4 Morphologies of largely deformed glassy nematic films at different spot radius-to-thickness ratios

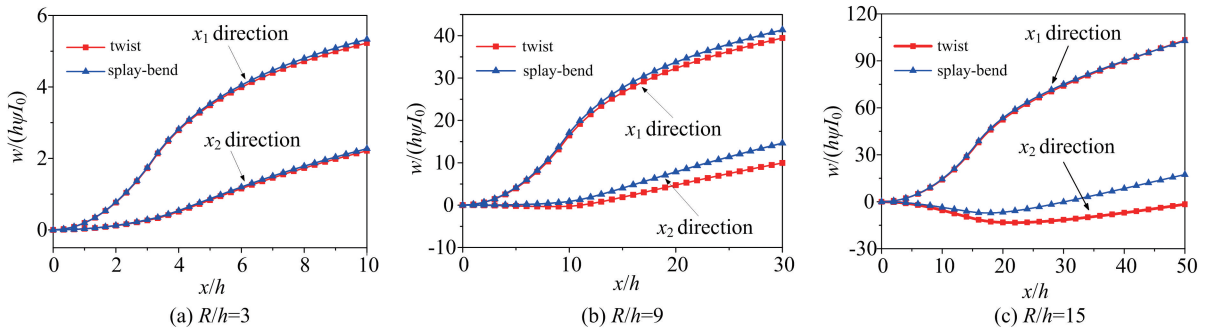


图 5 不同光斑半径和 $\alpha=4$ 下大变形伸展和扭曲型薄膜沿 x_1 和 x_2 方向轮廓

Fig. 5 Deformation profiles of largely deformed splay-bend and twist films along the x_1 and x_2 directions at different spot radii with $\alpha=4$

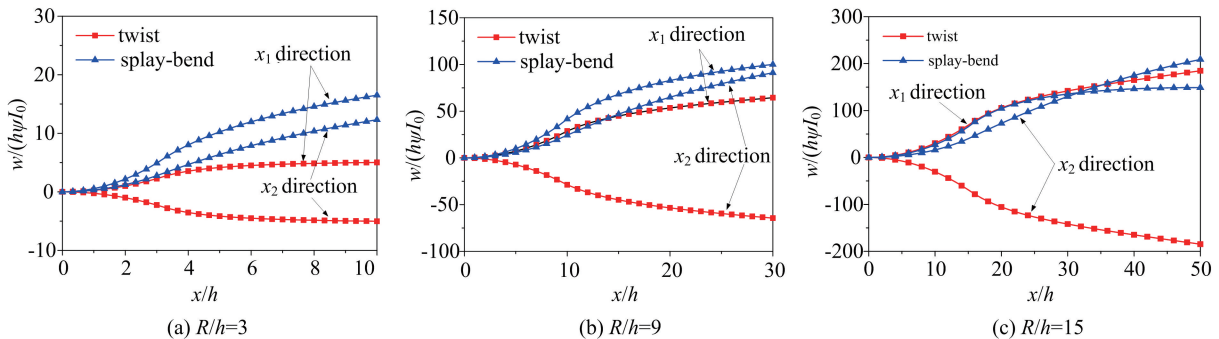


图 6 忽略光强衰减时伸展型和扭曲型薄膜沿 x_1 和 x_2 方向的变形轮廓

Fig. 6 Deformation profiles of splay-bend and twist films along the x_1 and x_2 directions upon neglecting intensity attenuation

4 结论

基于拓展 Föppl-von Kármán 板理论, 本文研究了具有伸展型和扭曲型指向矢分布的玻璃态液晶薄薄膜在单束光照射下的几何非线性变形. 采用一种新颖的动力学方法, 给出了薄膜变形形貌的数值解, 并详细讨论了指向矢分布、光斑半径、光强衰减等的定量影响. 一个重要的发现是光强沿厚度衰减产生的自发弯矩能够导致薄膜感光区形貌随光斑尺寸变化发生转变. 这些结果可为相关非接触式光操纵器件的设计提供新的认识和思路. 未来工作将探究光强的改变以及玻璃态交联液晶高分子膜尺寸相较于光斑大小有限时薄膜的变形形貌.

参考文献(References)

- [1] ZHAO Y, IKEDA T. Smart Light-Responsive Materials [M]. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2009.
- [2] MOL G N, HARRIS K D, BASTIAANSEN C W M, et al. Thermo-mechanical responses of liquid-crystal networks with a splayed molecular organization[J]. Adv Funct Mater 2005, 15: 1155-1159.
- [3] VAN OOSTEN C L, HARRIS K D, BASTIAANSEN C W M, et al. Glassy photomechanical liquid-crystal network actuators for microscale devices[J]. Eur Phys J, 2007, E23: 329-336.
- [4] CAMACHO-LOPEZ M, FINKELMANN H, PALFFY-MUHORAY P, et al. Fast liquid-crystal elastomer swims into the dark[J]. Nat Mater, 2004, 3: 307-310.
- [5] LEE K M, SMITH M L, KOERNER H, et al. Photodriven, flexural-torsional oscillation of glassy azobenzene liquid crystal polymer networks[J]. Adv Funct Mater, 2011, 21: 2913-2918.
- [6] VAN OOSTEN K D, BASTIAANSEN C W M, BROER D J. Printed artificial cilia from liquid-crystal network actuators modularly driven by light[J]. Nat Mater, 2009, 8: 677-682.
- [7] DE HAAN L T, SANCHEZ-SOMOLINOS C, BASTIAANSEN C M W, et al. Engineering of complex order and the macroscopic deformation of liquid crystal polymer networks[J]. Angew Chem Int Ed, 2012, 51: 12469-12472.
- [8] WARNER M, MODES C D, CORBETT D. Curvature in nematic elastica responding to light and heat[J]. Proc R Soc A, 2010, 466: 2975-2989.
- [9] MODES C D, WARNER M, VAN OOSTEN C L, et al. Anisotropic response of glassy splay-bend and twist nematic cantilevers to light and heat[J]. Phys Rev E, 2010, 82: 041111.
- [10] HE L H, HUANG D W. Modeling photo-induced deformation of glassy splay-bend and twist nematic sheets[J]. IJSS, 2014, 51: 3471-3479.
- [11] HE L H. Curvature of large-deflected glassy nematic sheets in response to light and heat[J]. EPL, 2014, 105: 36002.
- [12] MODES C D, WARNER M. Blueprinting nematic glass: Systematically constructing and combining active points of curvature for emergent morphology[J]. Phys Rev E, 2011, 84: 021711.
- [13] PLUCINSKY P, LEMM M, BHATTACHARYA K. Programming complex shapes in thin nematic elastomer and glass sheets[J]. Phys Rev E, 2016, 94: 010701(R).
- [14] AHARONI H, SHARON E, KUPFERMAN R. Geometry of thin nematic elastomer sheets[J]. Phys Rev Lett, 2014, 113: 257801.
- [15] HE L H, ZHENG Y, NI Y. Programmed shape of glassy nematic sheets with varying in-plane director fields: A kinetics approach[J]. Int J Solids Struct, 2018, 130-131: 183-189.
- [16] HE L H, SONG X N. Deformation of glassy nematic films due to local illumination[J]. Thin Solid Films, 2018, 665: 41-47.
- [17] LANDAU L, LIFSHITZ E. Theory of Elasticity[M]. 2nd ed. Oxford: Pergamon Press, 1959.
- [18] CHEN L Q, SHEN J. Applications of semi-implicit Fourier-spectral method to phase field equations[J]. Comput Phys Commun, 1998, 108: 147-158.