

## 一阶大时滞对象降阶自抗扰控制的鲁棒稳定性

王永帅<sup>1</sup>, 陈增强<sup>1,2</sup>, 孙明玮<sup>1</sup>, 孙青林<sup>1</sup>

(1. 南开大学人工智能学院, 天津 300350; 2. 天津市智能机器人重点实验室, 天津 300350)

**摘要:** 针对一阶惯性大时滞对象, 研究了 Smith 预估器结合降阶线性自抗扰控制 (reduced-order linear active disturbance rejection control, RLADRC) 的稳定性和鲁棒性问题. 根据劳斯判据得到了使系统稳定的参数选择可行域, 并通过数值仿真进行验证; 然后基于频域响应分析了稳定可行域内系统的相角裕度范围; 最后比较了降阶自抗扰预估控制与单独降阶自抗扰控制对被控对象参数摄动的鲁棒性, 并基于蒙特卡罗实验证明了降阶自抗扰预估控制的动态性能更好、鲁棒性更强. 这些结论可用于 Smith 预估器和降阶自抗扰预估控制器参数的设计.

**关键词:** 自抗扰控制; 降阶线性自抗扰控制; Smith 预估器; 一阶大时滞对象; 稳定性; 鲁棒性

**中图分类号:** TP272      **文献标识码:** A      doi: 10.3969/j.issn.0253-2778.2019.01.008

**引用格式:** 王永帅, 陈增强, 孙明玮, 等. 一阶大时滞对象降阶自抗扰控制的鲁棒稳定性[J]. 中国科学技术大学学报, 2019, 49(1): 55-62.

WANG Yongshuai, CHEN Zengqiang, SUN Mingwei, et al. Robust stability of reduced-order linear ADRC for first-order plants with large time-delay[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2019, 49(1): 55-62.

### Robust stability of reduced-order linear ADRC for first-order plants with large time-delay

WANG Yongshuai<sup>1</sup>, CHEN Zengqiang<sup>1,2</sup>, SUN Mingwei<sup>1</sup>, SUN Qinglin<sup>1</sup>

(1. College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350, China;

2. Key Laboratory of Intelligent Robotics of Tianjin, Tianjin 300350, China)

**Abstract:** Aiming at first-order inertial plants with large time-delay, the stability and robustness of RLADRC are studied by combining it with the Smith predictor. The stable feasible region of parameters is obtained according to routh criterion together with the verification of the numerical analysis. Besides, the phase margin range in the feasible region is analyzed according to the frequency response. In the end, the predictive RLADRC is compared with single RLADRC on robustness when parameters of control plants have some perturbation, and the results prove that predictive RLADRC has better dynamic performance and stronger robustness based on Monte Carlo experiments. These conclusions can be used to design parameters of the Smith predictor and RLADRC controllers.

**Key words:** ADRC; reduced-order linear ADRC; Smith predictor; first-order systems with large time-delay; stability; robustness

收稿日期: 2017-09-21; 修回日期: 2018-09-27

基金项目: 国家自然科学基金(61573199, 61573197); 天津市自然科学基金(14JCYBJC18700)资助.

作者简介: 王永帅, 女, 1993年生, 硕士生. 研究方向为自抗扰控制、预测控制. E-mail: 541455366@qq.com

通讯作者: 陈增强, 博士/教授. E-mail: chenzzq@nankai.edu.cn

## 0 引言

大时滞对象是现代过程控制中的典型难题,广泛存在于冶金、化工、炼油等工业中.被控对象的滞后时间越大,系统越难控,而且对控制品质极为不利,因此大时滞对象受到了理论和应用领域的广泛关注. Smith 于 1957 年提出了针对纯滞后环节的 Smith 预估器<sup>[1]</sup>,有效解决了控制量不能及时作用于被控对象的问题<sup>[2]</sup>,但是 Smith 预估器抗扰能力特别差,当外界存在干扰时,控制性能将会大幅下降.

20 世纪 90 年代末,韩京清基于 PID 控制,提出了自抗扰控制技术<sup>[3]</sup>,由于 PID 能够实时估计和补偿扰动,受到了控制领域的广泛关注,并成功应用于各种不确定系统.针对时滞系统,韩京清提出了无视时滞法、一阶惯性环节近似法、输入预测法和输出预测 4 种方法<sup>[4]</sup>,但是随着时滞时间增大控制效果变差.为了减小调参工作量,Gao 提出了线性自抗扰控制方法<sup>[5]</sup>,使得自抗扰技术应用更加普遍<sup>[6-7]</sup>,很多文献对其进行了理论分析与总结<sup>[8-14]</sup>.由于系统的一些状态可以直接测量,没有必要再进行估计,所以可以设计降阶观测器来减小相位延迟.1972 年,Luenberger 第一次提出了降阶观测器<sup>[15]</sup>,Tian 对降阶的自抗扰控制器进行了频域分析<sup>[16]</sup>.

综上所述,可以将具有实时估计补偿扰动能力的线性自抗扰技术与解决纯时滞问题的 Smith 预估器相结合,以解决大时滞对象的控制问题.已有学者进行了一些相关研究,文献<sup>[17-18]</sup>在模型大约已知条件下,将 ADRC-Smith 与 ADRC、PI-Smith 等其他控制器在鲁棒性能和抗扰能力进行了比较分析,并进行了仿真和实际测试;文献<sup>[19-20]</sup>分析了降阶自抗扰控制器的传递函数,推导了自抗扰的单参数整定公式,通过仿真与全阶自抗扰比较,说明降阶自抗扰控制器有较好的抗扰性、快速性.文献<sup>[21]</sup>针对小时滞对象,分析了降阶自抗扰的控制特性,并进行了仿真分析.

在上述的基础上,当被控对象大约已知时,本文针对一阶大时滞对象,运用劳斯判据研究了 Smith 预估器与降阶自抗扰相结合的稳定参数可行域,通过 Matlab 仿真进行测试,并得到了稳定区域内的相角裕度范围.同时,分析了系统的鲁棒性,并通过蒙特卡罗实验进行验证.实验结果表明,将 Smith 预估器与降阶自抗扰控制技术结合可以解决系统的大时滞问题,且在稳定可行域内,系统具有较大的相角

裕度.鲁棒稳定判据和蒙特卡罗实验都体现了与 Smith 预估器相结合的自抗扰控制系统具有更好的鲁棒性.

## 1 降阶自抗扰基本原理

线性自抗扰以线性扩张状态观测器(linear extended state observer, LESO)为核心,包含状态和扰动估计、误差反馈和扰动补偿几部分.

### 1.1 一阶时滞对象降阶自抗扰控制

通常,一阶大时滞被控对象的数学模型表示为

$$G_p(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-\tau s}, (K, T, \tau > 0) \quad (1)$$

即  $\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K/T}{s+1/T} e^{-\tau s} \Rightarrow \dot{y} + \frac{1}{T}y = \frac{K}{T}u(t-\tau)$ , 由此

可以得到  $\dot{y} = -\frac{1}{T}y + \frac{K}{T}u(t-\tau) - b_0u + b_0u$ , 作如

下替换:  $f = -\frac{1}{T}y + \frac{K}{T}u(t-\tau) - b_0u$ , 得到

$$\dot{y} = f(y, \omega, \tau) + b_0u(t) \quad (2)$$

式中,  $y$  和  $u$  分别为对象的输出量和控制量,  $\omega$  为未知的外部扰动,  $b_0$  为不确定的模型参数,  $f(\cdot)$  为总扰动, 包含对象不确定性造成的内部扰动和对象时滞以及外部扰动. 则, 式(2)所描述系统的状态方程可以写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + b_0u \\ \dot{x}_2 &= h \\ y &= x_1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中,  $x_2 = f(y, \omega, \tau)$ ,  $h$  为  $f$  的导数. 由于  $x_1$  为系统的输出, 不需要进行估计, 所以, 式(3)可改写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_2 &= h \\ y &= x_1 \\ \dot{x}_1 &= x_2 + b_0u \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

令  $\bar{y} = \dot{x}_1 - b_0u$ , 并当作系统的输出, 则根据式(4)设计的降阶状态方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_2 &= h \\ \bar{y} &= x_2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

相对应的降阶观测器为

$$\dot{z}_2 = \omega(x_2 - z_2) \quad (6)$$

式中,  $\omega$  为观测器带宽. 在取  $b_0 = K_m/T_m$  (其中  $K_m$  和  $T_m$  是  $K$  和  $T$  的标称值)之后, 按  $K$  的最大可能值  $K_{\max}$  选取  $\omega$ , 以确保  $K_{\max}\omega/b_0 < 1$ .

将  $x_2 = \dot{x}_1 - b_0u$  代入上式, 得到

$$\dot{z}_2 = -\omega z_2 + \omega x_2 = -\omega z_2 + \omega \dot{x}_1 - \omega b_0u \quad (7)$$

记:  $z = z_2 - \omega x_1 = z_2 - \omega y$ , 则式(7)变为

$$\dot{z} = -\omega z - \omega^2 y - \omega b_0 u \quad (8)$$

由此可以得到

$$z = -\frac{\omega^2 y + \omega b_0 u}{s + \omega} \quad (9)$$

$$z_2 = \frac{s\omega y - \omega b_0 u}{s + \omega} \quad (10)$$

被控对象的控制量为  $u = \frac{k_p(r-y) - z_2}{b_0}$ , 将式

(10)代入得到

$$u = \frac{k_p(s + \omega)(r - y)}{b_0 s} - \frac{\omega y}{b_0} \quad (11)$$

由此得到对象(1)基于降阶观测器的控制系统等效结构, 如图 1 所示.

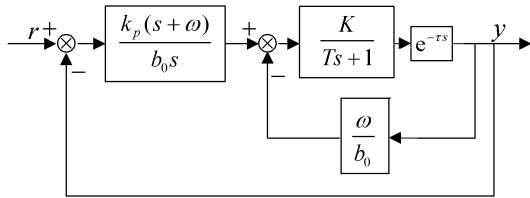


图 1 降阶线性自抗扰传函表示结构图

Fig. 1 Diagram of transfer function for RLADRC

1.2 一阶时滞对象降阶自抗扰预估控制

Smith 预估器表达式如下:

$$G_m(s) = \frac{K_m}{T_m s + 1} (1 - e^{-\tau_m s}) \quad (12)$$

原理结构如图 2 所示.

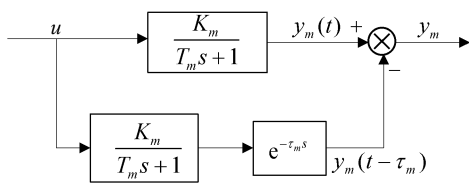


图 2 Smith 预估器结构图

Fig. 2 Diagram of Smith predictor

在图 1 中加入图 2 表示的 Smith 预估器后, 整个系统的结构如图 3 所示.

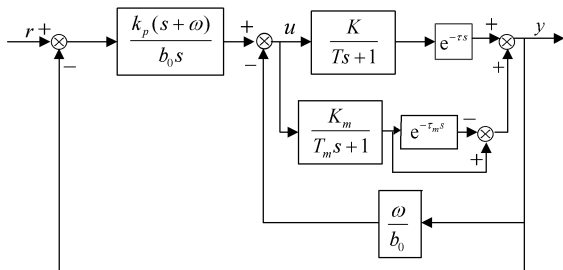


图 3 降阶自抗扰预估控制系统结构图

Fig. 3 Diagram of predictive RLADRC

2 稳定性分析

将图 3 转化为简单闭环结构, 如图 4 所示.

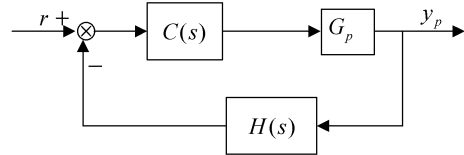


图 4 降阶线性自抗扰预估控制单回路结构图

Fig. 4 Diagram of single loop for predictive RLADRC

其中

$$C(s) = \frac{k_p(s + \omega)}{b_0 s} \quad (13)$$

$$H(s) = \frac{(k_p(s + \omega) + \omega s)(G_m + G_p)}{G_p k_p(s + \omega)} \quad (14)$$

由此可以得到系统的开环和闭环传递函数表达式为

$$G_{ol} = \frac{((k_p + \omega)s + k_p \omega)(G_p + G_m)}{b_0 s} \quad (15)$$

$$G_{cl} = \frac{k_p(s + \omega)G_p}{b_0 s + [(k_p + \omega)s + k_p \omega](G_p + G_m)} \quad (16)$$

2.1 稳定区域分析

由图 3 可以看出内环的开环传递函数为

$$G_1 = \frac{\omega}{b_0} (G_p + G_m) = \frac{\omega}{b_0} \left( \frac{K}{T_m s + 1} e^{-\tau s} + \frac{K_m}{T_m s + 1} - \frac{K_m}{T_m s + 1} e^{-\tau_m s} \right) \quad (17)$$

命题 2.1  $b_0 > K\omega$  时, 图 3 中的内闭环是稳定的.

证明 对于任意频率  $\omega_x$ , 有

$$|G_1(j\omega_x)| \leq \frac{\omega}{b_0} \left( \left| \frac{K}{j\omega_x T_m + 1} \right| + \left| \frac{K_m}{j\omega_x T_m + 1} \right| - \left| \frac{K_m}{j\omega_x T_m + 1} \right| \right) = \frac{K\omega}{b_0 \sqrt{T_m^2 \omega_x^2 + 1}} \leq \frac{K\omega}{b_0}$$

依题设  $b_0 > K\omega$ , 所以  $|G_1(j\omega_x)| < 1$ , 这表明, 如果  $b_0 > K\omega$ , 则在复平面上, 内环的开环传递函数  $G_1(j\omega_x)$  的奈氏曲线总是在单位圆内, 不会包围  $(-1, j0)$  点, 因此, 内闭环系统是稳定的.

假设  $K = K_m(1 + \Delta K)$ ,  $T = T_m(1 + \Delta T)$ ,  $\tau = \tau_m(1 + \Delta\tau)$ , 为了简化表示, 令

$$l_1 = k_p \omega;$$

$$\begin{aligned}
 l_2 &= k_p + \omega; \\
 l_3 &= K_m(1 + \Delta K); \\
 l_4 &= T_m(1 + \Delta T); \\
 l_5 &= 2T_m + \tau_m; \\
 l_6 &= T_m\tau_m; \\
 l_7 &= 2T_m - \tau_m - 2\tau_m\Delta\tau; \\
 l_8 &= \tau_m^2\Delta\tau - T_m\tau_m(1 + 2\Delta\tau); \\
 l_9 &= K_m\tau_m; \\
 l_{10} &= l_3l_7 + 2l_9; \\
 l_{10} &= l_3l_8 + 2l_4l_9.
 \end{aligned}$$

命题 2.2 在命题 2.1 的前提下, 下式

$$\left. \begin{aligned}
 l_3l_7 + l_2l_9 > 0 \\
 l_3l_8 + 2l_4l_9 > 0 \\
 \Delta\tau > 0
 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned}
 l_1l_5 - 2l_2 > 0 \\
 l_2l_5 - l_1l_6 > 0 \\
 l_4l_5 - l_2l_3l_6 > 0 \\
 b_0l_1l_4 - l_2^2l_3 > 0
 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned}
 l_5 - 2l_4 > 0 \\
 b_0l_5^2 - 2l_0l_1l_6 > 0 \\
 l_4^2l_5 - l_6\tau_m\Delta\tau > 0 \\
 l_0l_4l_5 - 4l_3l_6\tau_m\Delta\tau > 0 \\
 b_0 - l_1l_3\tau_m\Delta\tau > 0 \\
 b_0l_5 - l_1l_3 > 0 \\
 l_0 - l_3l_5 > 0 \\
 b_0l_0l_4 - l_1l_3^2l_6\tau_m\Delta\tau > 0 \\
 l_{10} - 2l_3l_6 > 0 \\
 b_0l_5 - 2l_1l_3l_6 > 0 \\
 2b_0 - l_1l_3l_5 > 0 \\
 l_2 - l_1l_4 > 0 \\
 l_0l_1 - 2l_2l_3 > 0
 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

满足时, 图 3 所示系统是稳定的.

证明

由于式(16)分子中的时滞不影响系统的最终稳定性, 根据式(16)可以得到闭环系统的特征方程为

$$\begin{aligned}
 D(s) &= b_0s + [(k_p + \omega)s + k_p\omega](G_p + G_m) = \\
 &= b_0s + [(k_p + \omega)s + k_p\omega] \cdot \\
 &\quad \left[ \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s} + \frac{K_m}{T_ms + 1} (1 - e^{-\tau_ms}) \right] \quad (21)
 \end{aligned}$$

将  $K = K_m(1 + \Delta K)$ ,  $T = T_m(1 + \Delta T)$ ,  $\tau = \tau_m(1 + \Delta\tau)$  代入, 其中  $|\Delta K|$ ,  $|\Delta T|$ ,  $|\Delta\tau| < 1$ , 则

$$D(s) = b_0s + [(k_p + \omega)s + k_p\omega] \cdot$$

$$\begin{aligned}
 &\left[ \frac{K_m(1 + \Delta K)}{T_m(1 + \Delta T)s + 1} e^{-\tau_m(1 + \Delta\tau)s} + \right. \\
 &\quad \left. \frac{K_m}{T_ms + 1} (1 - e^{-\tau_ms}) \right] = \\
 &= b_0s + [(k_p + \omega)s + k_p\omega] \cdot \\
 &\quad \left[ \frac{K_m(1 + \Delta K)}{T_m(1 + \Delta T)s + 1} e^{-\tau_ms} \cdot \right. \\
 &\quad \left. e^{-\tau_m\Delta\tau s} + \frac{K_m}{T_ms + 1} (1 - e^{-\tau_ms}) \right] \quad (22)
 \end{aligned}$$

由上可以看出, 特征多项式中含有时滞项, 为了能够定性分析, 对时滞项进行近似简化, 当时滞时间很小时, 可以用 Taylor 展开式前几项近似, 但是当时滞时间很大时, Taylor 展开式后面的项数不能忽略, 可以采用 Pade 展开式以得到更准确的近似效果. 同时为了简便分析, 假设对象时滞时间  $\tau$  相对于 Smith 预估器的  $\tau_m$  的摄动较小, 可以进行 Taylor 展开, 则式(22)可以化为

$$\begin{aligned}
 D_1(s) &= b_0s + [(k_p + \omega)s + k_p\omega] \cdot \\
 &\quad \left[ \frac{K_m(1 + \Delta K)}{T_m(1 + \Delta T)s + 1} \cdot \right. \\
 &\quad \left. \frac{2 - \tau_ms}{2 + \tau_ms} (1 - \tau_m\Delta\tau s) + \frac{K_m}{T_ms + 1} (1 - \frac{2 - \tau_ms}{2 + \tau_ms}) \right] \quad (23)
 \end{aligned}$$

因为分母项全部为正, 式(23)可以转化为:

$$\begin{aligned}
 D_2(s) &= b_0s(T_ms + 1)(T_m(1 + \Delta T)s + 1)(2 + \tau_ms) + \\
 &\quad [(k_p + \omega)s + k_p\omega][K_m(2\tau_ms) \cdot \\
 &\quad (T_m(1 + \Delta T)s + 1) + K_m(1 + \Delta K)(T_ms + 1) \cdot \\
 &\quad (2 - \tau_ms)(1 - \tau_m\Delta\tau s)] \quad (24)
 \end{aligned}$$

式(24)可以化成劳斯判据标准形式

$$D_2(s) = a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 \quad (25)$$

则可以得到

$$\begin{aligned}
 a_4 &= b_0l_4l_6 + l_2l_3l_6\tau_m\Delta\tau; \\
 a_3 &= b_0l_6 + b_0l_4l_5 + l_1l_3l_6\tau_m\Delta\tau + l_2l_{10}; \\
 a_2 &= b_0l_5 + 2b_0l_4 + l_1l_{10} + l_0l_2; \\
 a_1 &= 2b_0 + l_0l_1 + 2l_2l_3; \\
 a_0 &= 2l_1l_3.
 \end{aligned}$$

根据劳斯判据, 可以得到使得闭环系统稳定的条件:

$$\begin{aligned}
 a_0 \sim a_4 &> 0; \\
 a_2a_3 - a_1a_4 &> 0; \\
 a_1a_2a_3 - a_1^2a_4 - a_0a_3^2 &> 0.
 \end{aligned}$$

显然, 当  $\Delta K, \Delta T, \Delta\tau = 0$  时, 根据劳斯判据, 系统恒稳定; 不为零时, 可以根据劳斯判据得到系统稳

定的一个充分条件:

根据  $a_0 \sim a_4 > 0$ , 可以得到式(18); 根据  $a_2 a_3 - a_1 a_4 > 0$ , 可以得到式(19); 根据  $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 > 0$ , 可以得到式(20).

将选定的 Smith 预估器参数  $K_m, T_m, \tau_m$ , 代入上面不等式, 可以得到为确保系统稳定, 被控对象参数  $K, T, \tau$  的允许摄动范围以及控制参数  $k_p, \omega$  的选择范围.

### 2.2 稳定区域仿真验证

对于被控对象(标称模型)<sup>[18]</sup>

$$G_p = \frac{0.85}{1200s + 1} e^{-1800s} \quad (26)$$

(I) 假定参数为  $\Delta K = -0.3, b_0 = 0.01, k_p = \omega = 0.001$ , 根据上述稳定的充分条件, 可以求得此参数下系统关于  $\Delta T, \Delta \tau$  的稳定区域表达式.

$$\left. \begin{aligned} -0.8017 < \Delta T < 0.75 \\ 0 < \Delta \tau < 0.429 \\ 12\Delta T - 2.1\Delta \tau - 0.6 > 0 \\ \Delta T > \frac{3.6\Delta \tau}{6.7 - 4.2\Delta \tau} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

根据式(27), 通过 Matlab 得到稳定区域图, 稳定可行域如图 5 影线所示.

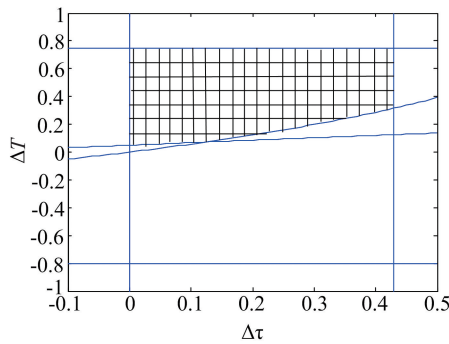


图 5 参数可行区域图

Fig. 5 Diagram of feasible region for parameters

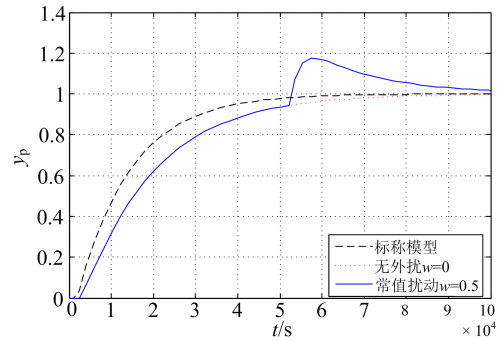
任取该区域内两点, 在有常值扰动和无扰动下进行仿真验证, 结果如图 6 所示.

(II) 假定参数为  $\Delta K = -0.5, b_0 = 0.02, k_p = \omega = 0.001, \omega = 0.008$ , 根据稳定的充分条件, 可以求得此参数下系统关于  $\Delta T, \Delta \tau$  的稳定区域表达式.

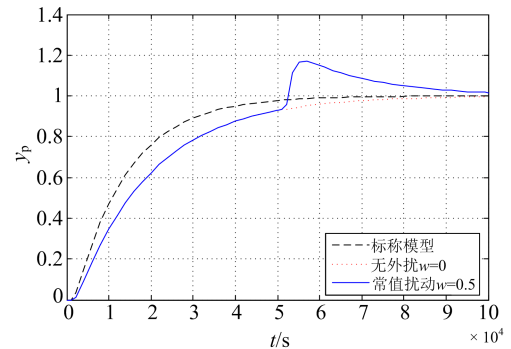
$$\left. \begin{aligned} -0.821 < \Delta T < 0.0625 \\ 0 < \Delta \tau < 1 \\ 12\Delta T - 1.5\Delta \tau + 3 < 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

稳定可行区域如图 7 影线所示.

同样, 任取该区域内两点进行仿真, 如图 8 所示.



(a)  $\Delta T=0.6, \Delta \tau=0.3$



(b)  $\Delta T=0.1, \Delta \tau=0.1$

图 6 不同参数下的系统阶跃响应输出

Fig. 6 Step response of system for different parameters

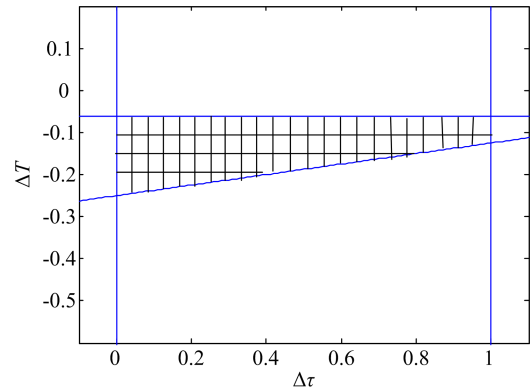


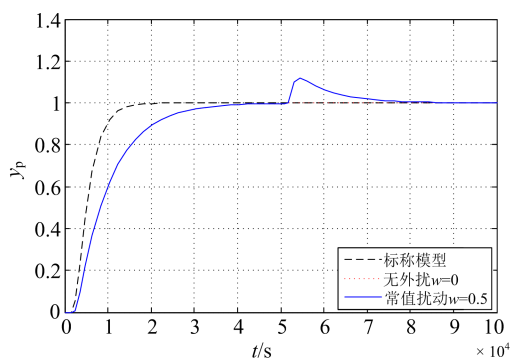
图 7 参数可行区域图

Fig. 7 Diagram of feasible region for parameters

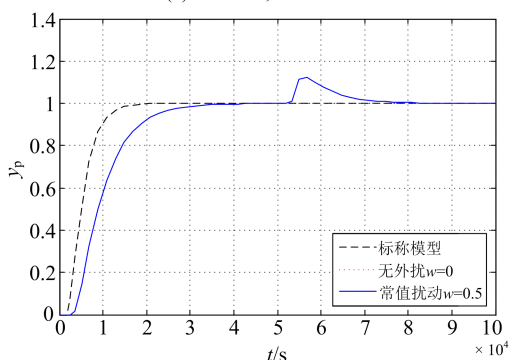
由图 8 可以看出, 对于求得的稳定区域内任意一点, 系统输出是稳定的, 但是这只是一个稳定的充分条件, 实际稳定区域应该大于这个求得的范围. 由于对含有 4 次方的劳斯判据, 含 6 个未知参数, 很难求得实际稳定区域, 但是通过简化得到的充分条件对实际中设计 Smith 预估器和调节被控对象参数有指导性的意义.

### 2.3 相角裕度分析

根据式(15)对系统进行频域分析, 由 2.1 节可知使得系统稳定的 Smith 预估器参数设计范围, 下面在稳定范围内任取一点, 进行 Bode 图分析.



(a)  $\Delta T=-0.2, \Delta \tau=0.2$



(a)  $\Delta T=-0.1, \Delta \tau=0.8$

图 8 不同参数下的系统阶跃响应输出

Fig. 8 Step response of system for different parameters

(I) 针对式(26)同一系统, 当  $\Delta K = -0.3$ ,  $b_0 = 0.01, k_p = \omega = 0.001$  时, 选取图 5 中任意一点  $(0.3, 0.45)$ , 得到的 Bode 图如图 9 所示。

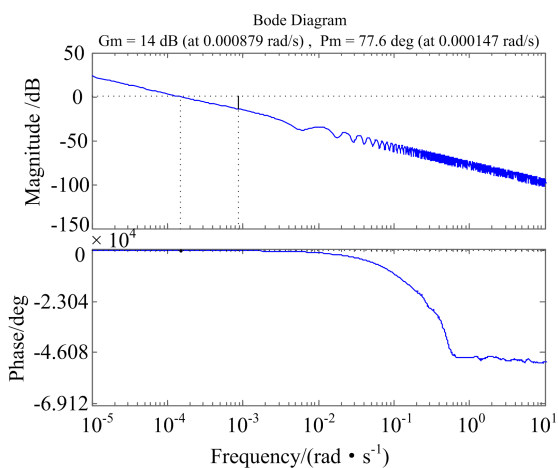


图 9 伯德图 ( $\Delta K = -0.3, \Delta T = 0.45, \Delta \tau = 0.3$ )

Fig. 9 Bode diagram for  $\Delta K = -0.3, \Delta T = 0.45, \Delta \tau = 0.3$

为了对参数可行区域内的相角裕度进行分析, 选取  $\Delta T$  范围为  $[0.3, 0.7]$ ,  $\Delta \tau$  范围为  $[0, 0.4]$ , 间隔 0.05 求相角裕度, 得到图 10 所示的散点图, 相角裕度值在  $[76.16, 79.98]$  范围内, 所以此时系统有较大的相角裕度, 对相频滞后容忍度高、敏感性差。

(II) 同理, 对式(26)所示同一系统, 当  $\Delta K =$

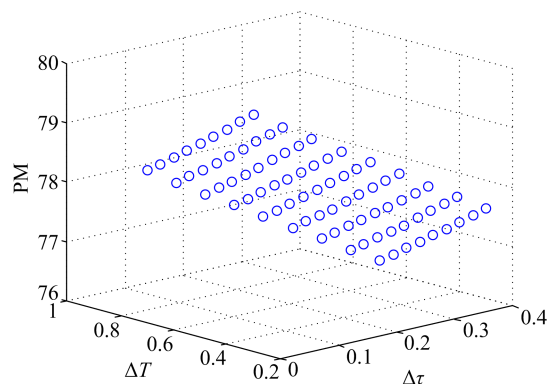


图 10 可行域内系统相角裕度散点图

Fig. 10 Scatter diagram on phase margin for feasible region

$-0.5, b_0 = 0.02, k_p = 0.001, \omega = 0.008$  时, 选取图 7 中任意一点  $(0.6, -0.1)$ , 得到的 Bode 图如图 11 所示。

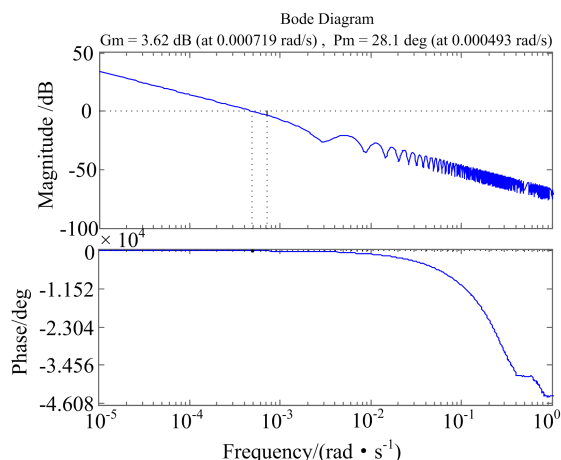


图 11 伯德图 ( $\Delta K = -0.5, \Delta T = -0.1, \Delta \tau = 0.6$ )

Fig. 11 Bode diagram for  $\Delta K = -0.5, \Delta T = -0.1, \Delta \tau = 0.6$

同样, 对参数可行区域内的相角裕度进行分析, 此时选取  $\Delta T$  范围为  $[-0.2, -0.1]$ ,  $\Delta \tau$  范围为  $[0, 0.25]$ ,  $\Delta T$  间隔 0.01,  $\Delta \tau$  间隔 0.05 求相角裕度, 得到图 12 所示的散点图, 相角裕度值在  $[32, 37.65]$  范围内, 此时, 系统相角裕度较小, 所以对相频滞后比较敏感。

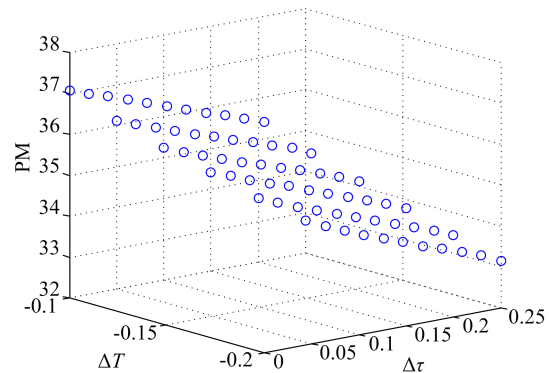


图 12 可行域内系统相角裕度散点图

Fig. 12 Scatter diagram on phase margin for feasible region

### 3 鲁棒性分析

#### 3.1 鲁棒性理论分析

为了分析控制系统的鲁棒性,考虑如下—类被控对象: $G_p = G_m(1 + \Delta G_p)$ ,其中  $G_m$  为被控对象标称模型,  $\Delta G_p$  表示标称模型摄动量,且满足  $|\Delta G_p(j\omega)| \leq \overline{\Delta G_p(\omega)}$ ,  $\overline{\Delta G_p(\omega)}$  是乘法范数有界不确定性<sup>[17]</sup>.

将单独降阶自抗扰结构图 1 转化为图 4 所示单回路反馈结构,可以得到单独降阶自抗扰的如下表达式:

$$C(s)H(s)_1 = \frac{k_p(s + \omega) + \omega s}{b_0 s} \quad (29)$$

$$\text{令 } \overline{C} = \frac{(k_p(s + \omega) + \omega s)}{b_0 s}, \text{ 则单独降阶自抗扰控}$$

制系统的特征方程为

$$1 + \overline{C}(G_m(1 + \Delta G_p)) = 0 \quad (30)$$

根据鲁棒稳定判据,对于任意的  $\omega$

$$\overline{\Delta G_p(\omega)}_1 < dG_p(s) = \left| \frac{1 + \overline{CG}_m}{\overline{CG}_m} \right| = \left| \frac{1}{\overline{CG}_m} + 1 \right| \quad (31)$$

同样,加入 Smith 预估器后得到如下表示式:

$$C(s)H(s)_2 = \frac{(k_p(s + \omega) + \omega s)}{b_0 s} \cdot \frac{G_m + G_p}{G_p} \quad (32)$$

特征方程为

$$1 + \overline{C}(G_m(1 + \Delta G_p) + G_m) = 0 \quad (33)$$

对任意的  $\omega$ , 根据鲁棒稳定判据可得

$$\overline{\Delta G_p(\omega)}_2 < dG_p(s) = \left| \frac{1 + 2\overline{CG}_m}{\overline{CG}_m} \right| = \left| \frac{1}{\overline{CG}_m} + 2 \right| \quad (34)$$

比较式(31)和式(34),可以看出  $\overline{\Delta G_p(\omega)}_2$  的允许摄动边界更大,所以加入 Smith 预估器的降阶自抗扰对被控对象参数摄动的容忍度更大、鲁棒性更强. 由于设计 Smith 预估器的前提是被控对象模型大约已知,而单独自抗扰控制器的设计只需知道模型的阶次、输入输出通道个数等简单信息,所以 Smith 预估器的加入使得控制系统的鲁棒性能提高,同时,对被控模型的依赖程度也会随之增加.

#### 3.2 蒙特卡罗实验

为了验证这一结论,在控制参数相同的情况下,

用蒙特卡罗实验比较加入 Smith 预估器的 RLADRC 与单独 RLADRC 这两种方法的鲁棒性. 被控对象同为式(26),被控对象模型参数  $K, T, \tau$  都发生  $\pm 10\%$  的摄动,进行 300 次蒙特卡罗实验,为了兼顾系统响应的快速性和准确性,采用关于响应时间和误差的评价性能指标 ITAE.

$$\text{ITAE} = \int_0^t |e(t)| dt \quad (35)$$

由于动态响应中,比较重要的性能指标为调节时间和超调量,所以针对以上 3 种特性,进行蒙特卡罗实验,结果如图 13,14 所示.

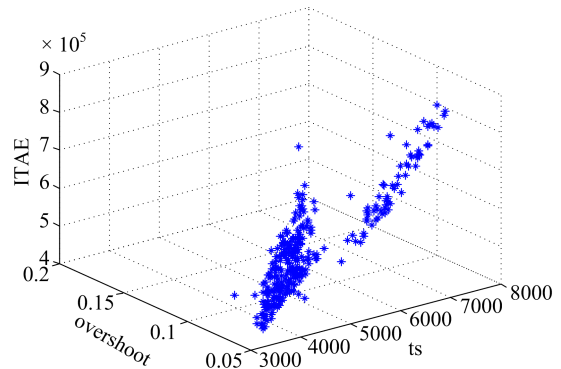


图 13 加入 Smith 预估器的 RLADRC 蒙特卡罗实验

Fig. 13 Monte Carlo simulation result based on RLADRC—Smith

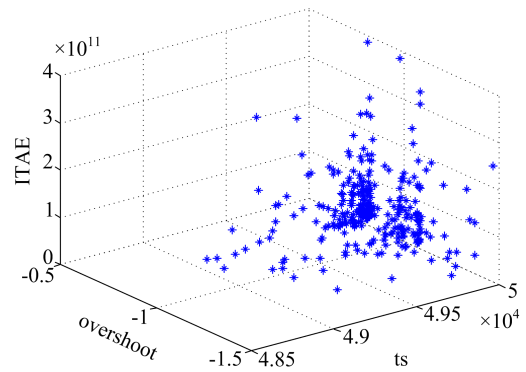


图 14 单独 RLADRC 的蒙特卡罗实验

Fig. 14 Monte Carlo simulation result based on RLADRC

蒙特卡罗实验结果越紧密,说明系统的鲁棒性越好,对参数摄动容忍性越大. 比较图 13 和 14 可以看出,加入 Smith 预估器的自抗扰技术比单独自抗扰控制鲁棒性更好. 除此,比较 3 个坐标值的范围可以看出,相对于单独自抗扰控制,加入 Smith 预估器的自抗扰控制 3 个坐标值更小,即超调量小,调节时间短,快速性和准确性更好,因此加入 Smith 预估器的自抗扰控制比单独自抗扰控制有更强的鲁棒性和更好的动态响应性能.

## 4 结论

针对一阶大时滞对象, 本文将 Smith 预估器与降阶自抗扰控制技术相结合, 基于劳斯判据分析了系统的稳定性, 推导了摄动系统的稳定可行域; 通过频域方法得到了可行域内不同参数的相位裕度, 最后根据鲁棒稳定判据得到了降阶自抗扰预估控制与单独自抗扰的鲁棒边界值, 并通过蒙特卡罗实验进行验证, 得出以下结论:

(I) 当被控对象参数与 Smith 预估器参数对应相等时, 系统是稳定的; 当不同时, 满足稳定可行域的系统是稳定的;

(II) 稳定可行域内的工作点具有不同的相频特性, 即系统的相位裕度对参数摄动比较敏感;

(III) 鲁棒稳定判据和蒙特卡罗实验结果都表明, 带有 Smith 预估器的降阶自抗扰控制系统比没有预估器的系统具有更强的鲁棒性。

### 参考文献(References)

- [1] SMITH O J M. Closer control of loops with dead time [J]. *Chemical Engineering Progress*, 1957, 53(5): 217-219.
- [2] 刘启辉, 文云, 张云龙. 基于一阶时滞系统的 Smith 预估器控制研究[J]. *自动化技术与应用*, 2014, 33(9): 11-13, 17.
- [3] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用[J]. *控制与决策*, 1998, 13(1): 19-23.
- [4] 韩京清, 张文革. 大时滞系统的自抗扰控制[J]. *控制与决策*, 1999, 14(4): 354-358.
- [5] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C]// *Proceedings of American Control Conference*. Denver, USA: IEEE, 2003: 4989-4996.
- [6] 张玉琼, 李东海. 一类沸腾式流化床系统的自抗扰控制[J]. *中国科学技术大学学报*, 2012, 42(5): 391-397.  
ZHANG Yuqiong, LI Donghai. Active disturbance rejection control on a bubbling fluidized bed[J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2012, 42(5): 391-397.
- [7] 杨瑞光, 孙明玮, 陈增强. 飞行器自抗扰姿态控制优化与仿真研究[J]. *系统仿真学报*, 2010, 22(11): 2689-2693.
- [8] 赵春哲, 林晓然, 徐蓉, 等. 针对结构不确定的最小相位对象的 ESO 观测能力分析[J]. *中国科学技术大学学报*, 2012, 42(7): 532-539.
- ZHAO Chunzhe, LIN Xiaoran, XU Rong, et al. On tracking capability of the ESO for minimum phase plants with structural uncertainties[J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2012, 42(7): 532-539.
- [9] HUANG Y, XUE W. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis [J]. *ISA Transactions*, 2011, 53(4): 963-976.
- [10] TIAN G, GAO Z. Frequency response analysis of active disturbance rejection based control system[C]// *IEEE International Conference on Control Applications*. Singapore: IEEE, 2007: 1595-1599.
- [11] 陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究[J]. *自动化学报*, 2013, 39(5): 574-580.
- [12] ZHANG D, YAO X, WU Q. Frequency-domain characteristics analysis of linear active disturbance rejection control for second-order systems [C]// *Proceedings of 34th Chinese Control Conference*. Hangzhou, China: IEEE, 2015: 53-59.
- [13] HUANG C, GAO Z. On transfer function representation and frequency response of linear active disturbance rejection control[C]// *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*. Xi'an, China: IEEE, 2013: 72-78.
- [14] 陈增强, 程贲, 孙明玮, 等. 线性自抗扰控制理论及工程应用的若干进展[J]. *信息与控制*, 2017, 46(3): 257-266.
- [15] LUENBERGER D G. An introduction to observers [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1972, 16(6): 596-602.
- [16] TIAN G. Reduced-order extended state observer and frequency response analysis[D]. Cleveland: Cleveland State University, 2007.
- [17] ZHENG Q, GAO Z. Predictive active disturbance rejection control for processes with time delay[J]. *ISA Transactions*, 2013, 53(4): 873-881.
- [18] 唐德翠, 高志强, 张绪红. 浊度大时滞过程的预测自抗扰控制器设计[J]. *控制理论与应用*, 2017, 34(1): 101-108.
- [19] 王传榜, 王永, 梁青. 降阶自抗扰控制器对时滞系统控制研究[J]. *控制工程*, 2016, 23(10): 1602-1606.
- [20] 王丽君, 李擎, 童朝南, 等. 一种时滞系统的自抗扰控制系统的的设计及整定: 中国, CN104267616A[P]. 2015-01-07.
- [21] 杨瑞光. 线性自抗扰控制的若干问题研究[D]. 天津: 南开大学, 2011.