

均匀来流中串列双圆盘绕流的大涡模拟

姚梦云, 顾海林, 赵普, 黄宏杰, 李新龙, 刘明侯

(中国科学技术大学热科学和能源工程系, 安徽合肥 230027)

摘要:采用大涡模拟方法(LES)对低雷诺数均匀来流中串列圆盘绕流问题进行了模拟,主要研究圆盘间距对尾迹的影响.研究发现当两圆盘间距足够小时,流场 Hopf 分叉相对于单个圆盘推迟.选取雷诺数为 200,对圆盘间距 l/d 分别为 1, 1.5, 2, 3 和 6 时的串列圆盘绕流进行模拟,发现当 $l/d=1$ 时,尾迹为稳态面对称结构; $l/d=1.5$ 时,尾迹为非稳态面对称结构; $l/d=2$ 时,尾迹面对称结构破坏; $l/d=3$ 时,上游圆盘尾迹恢复面对称; $l/d=6$ 时,两个圆盘尾迹均恢复面对称.

关键词:串列圆盘;间距比;尾迹;大涡模拟

中图分类号: O357.5 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.0253-2778.2017.05.009

引用格式: 姚梦云,顾海林,赵普,等.均匀来流中串列双圆盘绕流的大涡模拟[J].中国科学技术大学学报,2017,47(5):435-442.

YAO Mengyun, GU Hailin, ZHAO Pu, et al. LES of uniform flow over tandem circular disks[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2017, 47(5): 435-442.

LES of uniform flow over tandem circular disks

YAO Mengyun, GU Hailin, ZHAO Pu, HUANG Hongjie, LI Xinlong, LIU Minghou

(Department of Thermal Science and Energy Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: A large eddy simulation(LES) was conducted to investigate the uniform flow over tandem disks at low Reynolds number, mainly focusing on the influence of separation distance on wake structure. The results show that the Hopf bifurcation of flow field is delayed compared with that of a single disk when the distance between the two disks is small enough. The research was performed at $Re=200$ with distances $l/d=1, 1.5, 2, 3$ and 6, respectively. It is concluded that the wake is stable and plane-symmetrical at $l/d=1$ and unstable but plane-symmetrical at $l/d=1.5$. At $l/d=2$, the plane-symmetrical structure is broken. The upstream wake resumes plane-symmetry at $l/d=3$ while the wake of both disks resume plane-symmetry at $l/d=6$.

Key words: tandem disks; separation distance; wake structure; large eddy simulation

0 引言

在钝体绕流问题中,两个串列放置的钝体之间的相互作用受到学者的广泛关注.一方面,串列钝体

绕流广泛存在于生活及工程应用中,如相邻的建筑物等;另一方面,当两钝体串列放置时,流场的结构及钝体的受力并不简单是单个钝体绕流的流动特性的叠加,因为下游钝体会受到上游钝体的尾迹的影

收稿日期:2016-09-09;修回日期:2017-02-28

基金项目:国家自然科学基金(11372302, 11172296)资助.

作者简介:姚梦云,女,1992年生,硕士.研究方向:钝体绕流问题的数值模拟. E-mail:ivyymy@126.com

通讯作者:刘明侯,博士/教授. E-mail:mhliu@ustc.edu.cn

响,反过来,下游钝体也会对上流钝体的流场产生影响.通过改变两个钝体之间的间距,可以增大尾流的湍流强度以增强换热及混合,或者减小尾流的湍流强度以减小阻力,降低流动损失.

作为一种典型的三维轴对称钝体,串联圆球间相互作用的相关研究有较多,包括雷诺数和圆球间距对尾迹结构、涡旋脱落频率、流动分离及阻力系数的影响.Chen 等^[1]对低雷诺数串联放置的圆球阻力进行了实验研究.研究表明,由于上游圆球尾迹及圆球间近乎滞止流场的影响,使下游圆球的阻力明显减小,且随圆球间距的减小而减小.Tsuiji 等^[2]通过数值研究发现当串联圆球间距比较小时,流场转换滞后,即发生涡旋脱落的临界雷诺数要大于单个圆球发生 Hopf 分叉的临界雷诺数 210.Zou 等^[3-4]对 Re 数分别为 250 和 300 时不同间距串联圆盘绕流进行了数值模拟,得到随距离变化尾迹的演化过程及相应的涡旋脱落频率.结果表明,随间距从 $1.5d$ 增大到 $4d$,尾迹由稳态轴对称演化到稳态面对称,再到非稳态结构并伴随着大尺度的涡旋脱落;若距离继续增大到 $5d$,尾迹又将恢复到面对称.

相对于圆球来说,对另外一种典型的三维轴对称钝体——列圆盘之间的相互作用的研究却很少.事实上,圆盘状颗粒同样广泛存在于环境科学和实际工程应用中,如空气污染物、自然黏土和人体血液中红细胞、药物运输以及云层中冰晶的形成等^[5].同时,圆盘在工业应用中也十分广泛,如内燃机燃烧室中的火焰稳定器.适当的圆盘间距可以使燃料和氧化剂充分混合,使燃烧更加完全,并且减小圆盘所受阻力,降低流动损失,因此,通过研究串联圆盘绕流的流动特性对火焰稳定器的结构设计有一定的指导意义.Eiffel^[6]最早对等直径串联圆盘进行了研究,结果表明当圆盘间距不太大的时,串联圆盘所受到的阻力比单个圆盘要小,且在间距小于 $2.26d$ 时,下游圆盘会受到一个负的阻力.Morel 等^[7]实验研究了两个不同直径的串联圆盘在流场所受到的阻力,并且得到了阻力最小时的最优直径比和间距比.

针对串联圆盘的研究主要集中于高雷诺数时圆盘间距及两圆盘直径比对阻力的影响,而对低雷诺数时的流场结构的演化影响却未有涉及.本文采用大涡模拟方法,对低雷诺数均匀来流中的串联双圆盘(其中上游圆盘开孔)绕流进行数值模拟,研究上游开孔圆盘的置入对流场转换的影响,分析不同圆盘间距时圆盘尾迹结构的演化过程,并进行频谱分

析和圆盘的受力情况(升力和阻力)研究.

1 控制方程和计算模型

对不可压缩流连续性方程和 N-S 方程进行过滤可得到大涡模拟的控制方程,如下:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

式中, $\bar{\tau}_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j}$, 为亚格子应力,需要模型封闭,本文采用的亚格子应力模型为动力学 Smagorinsky 模型.

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2\nu_{SGS} \bar{S}_{ij} \quad (3)$$

式中,

$$\nu_{SGS} = -2C_s \Delta^2 |\bar{S}| \quad (4)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

在式(4)中有:

$$|\bar{S}| = (2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (6)$$

式中, ν_{SGS} 是亚网格尺度粘度; \bar{S}_{ij} 是过滤后的应变速率张量; Δ 是过滤尺度; C_s 是 Smagorinsky 模型系数.

本文计算模型为两同轴且垂直于来流方向放置的直径为 d 的圆盘,其中上游圆盘中心开孔,孔径为 D ,圆盘径厚比为 $\chi = d/w = 5$,计算区域和坐标系如图 1 所示.坐标原点位于上游圆盘的下表面圆心,计算区域为 $-10 \leq x/d \leq 20, 0 \leq r/d \leq 10$.进口条件为均匀速度进口,出口和轴向为对流边界条件,圆盘表面为无滑移边界条件.

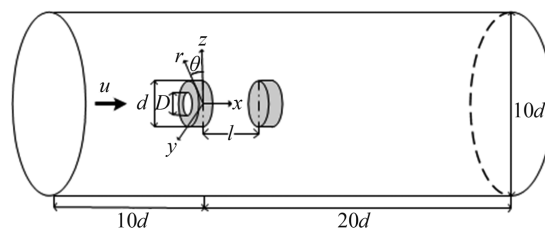


图 1 计算区域和坐标系

Fig.1 Sketch of the flow domain and coordinate system

2 网格独立性验证

计算区域采用结构化网格,轴向和径向为非均匀网格,周向为均匀网格.计算三维网格通过图 2 所

示的二维平面网格绕 x 轴旋转 1 周得到.图中黑色阴影部分代表两个圆盘所在的位置,其中轴向网格在两圆盘附近进行加密,径向网格在剪切层内进行加密.为了验证网格的独立性,本文分别按照表 1 所示的 3 种不同的网格划分对 $Re = 200, l = d$ 时的串联圆盘绕流进行了数值模拟.

表 1 3 种不同网格划分情况

Tab.1 Three different meshing conditions

	网格数($n_x \times n_r \times n_\theta$)
网格 I	168 × 80 × 40
网格 II	280 × 128 × 40
网格 III	360 × 160 × 72

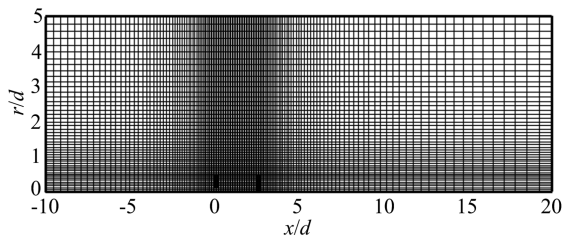


图 2 二维计算网格

Fig.2 The two dimensional computational grid

图 3 所示是在 3 种不同的网格划分情况下,流场中不同轴向位置的一阶矩.其中 $x = 2d$ 位于下游圆盘回流区内, $x = 3d$ 位于下游圆盘的回流区外.由图可知,当 $x = 2d$ 时,3 种不同网格计算出的轴向平均速度近似,但当网格比较稀疏即在网格 I 时,其径向平均速度明显小于网格 II 和网格 III 计算出的结果,而网格 II 和网格 III 计算结果近似.当 $x = 3d$ 时,网格 I 计算的轴向平均速度偏小,而径向平均速度偏大,网格 II 和网格 III 计算结果近似.综上所述,网格 II 和网格 III 的各种计算结果差异较小,为了节约计算时间,本文选择网格 II ($280 \times 128 \times 40$) 作为计算网格.

3 结果分析

首先研究小间距比 $l = 0.1d$ 时的流场转捩情况.为了更好地捕捉流场转捩的临界雷诺数,首先以 10 为间隔模拟了一系列 Re 的流场.结果显示在该间距下,直到 $Re = 210$,流场仍为稳态面对称结构,继续增大雷诺数到 220,开始出现大尺度的涡旋脱落,尾迹由稳态面对称转换为非稳态的面对称结构.由此可见,当两个圆盘间间距为 $0.1d$ 时,Hopf 分叉点的范围为 $210 < Re_c < 220$,通过进一步的计算得

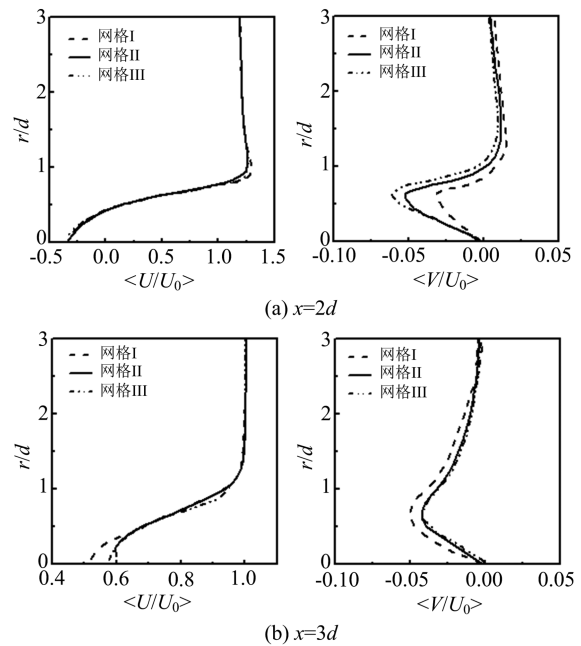


图 3 3 种网格划分下不同轴向位置的一阶矩

Fig.3 The first moment of different axial positions under three kinds of meshes

到 $Re_c \approx 212$,如图 4 所示.图中正负涡量分别用不同颜色表示.

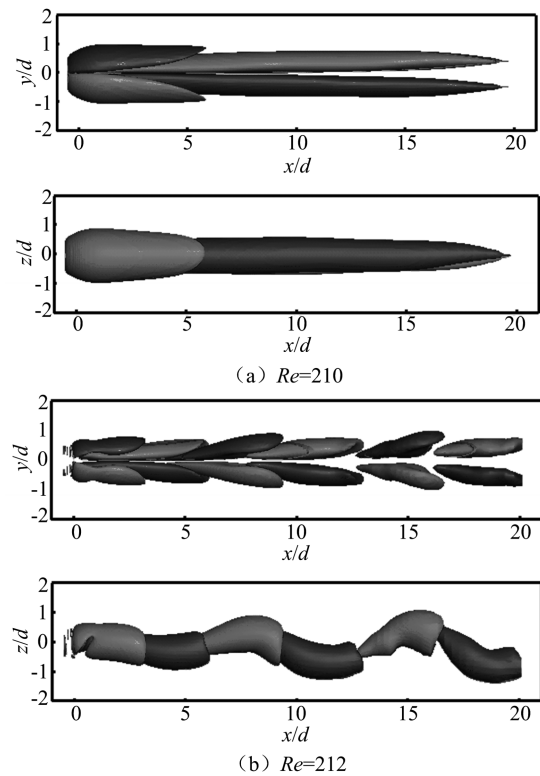


图 4 w_x 表征的流场结构(两正交视角)

Fig.4 Wake structures visualized by w_x (in two orthogonal views)

同样厚径比的单个圆盘绕流的流场中,出现 Hopf 分叉的临界雷诺数为 $Re_c = 152^{[8]}$,说明在间距比较小时,上游开孔圆盘的置入增加了流场的稳定性,使转捩点推迟.

为了研究间距比 l/d 对流场结构的影响,选择 $Re = 200$,对圆盘间距 l/d 分别为 1, 1.5, 2, 3 和 6 时的串联圆盘绕流进行模拟.

3.1 不同间距比下的流场结构及频谱特性

当 $l/d = 1$ 时,流场为稳态面对称结构,如图 5 所示.需要注意的是,和单个圆盘的稳态面对称结构不同,该模态由两对正负涡旋组成.在该模态中,对称面的位置是随机确定的,一般由初始条件决定^[9].



图 5 $l/d = 1$ 时的尾迹结构(用 w_x 表征)

Fig.5 Wake structures at $l/d = 1$ (visualized by w_x)

当间距比增大到 $l/d = 1.5$ 时,流场开始发生涡旋脱落.由稳态面对称结构变为非稳态面对称结构,如图 6(a)所示.为了更清楚地表达大尺度涡旋结构,本文采用 Q 函数作为等值面表征尾迹结构,如图 6(b)所示.可以发现,发卡涡从圆盘径向 180° 的位置交替脱落.

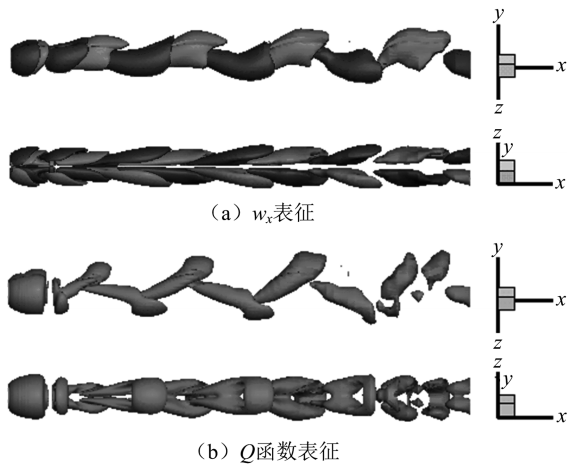


图 6 $l/d = 1.5$ 时圆盘尾迹结构

Fig.6 Wake structures at $l/d = 1.5$

图 7 是上游圆盘及下游圆盘的升力系数 C_z 和 C_y 的相图,从该图中可以看出,无论是上游圆盘还是下游圆盘的升力系数 C_z 和 C_y 都呈线性关系,但上游圆盘的升力系数恒为负数,在该模式下尾迹的对称面明显偏离 xoy 平面.

图 8 分别是用上游圆盘和下游圆盘受到的升力

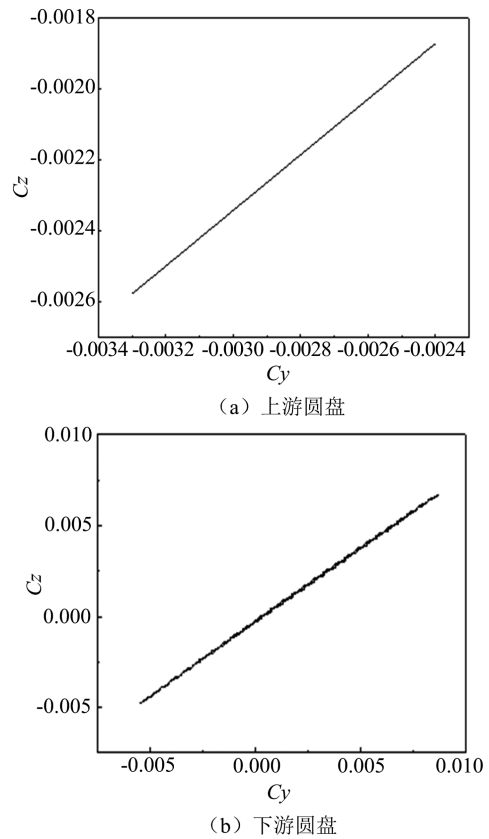


图 7 $l/d = 1.5$ 时圆盘受到的升力系数 C_z 和 C_y 的相图

Fig.7 C_z - C_y phase diagrams of lift at $l/d = 1.5$

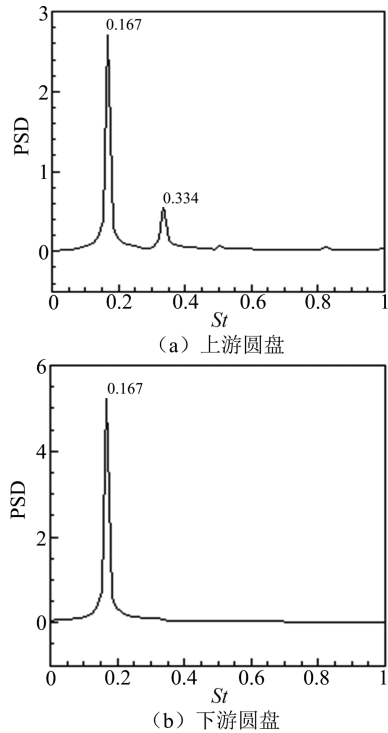


图 8 $l/d = 1.5$ 时圆盘受到的升力系数 C_y 所作的频谱

Fig.8 Flow spectra based on C_y at $l/d = 1.5$

系数所作的频谱图.从图中可以看出,两个圆盘的频谱均在 $St=0.167$ 处有 1 明显峰值.上游圆盘在 $2St$ 处有 1 个幅值较小的峰值,特征频率 St 对应着发卡涡的涡旋脱落频率, $2St$ 对应着涡旋脱落频率的二次谐波.

当间距比继续增大到 $l/d=2$ 时,流场面对称结构消失.从图 9(a)所示的瞬时流向涡量等值面图可以看出,正负涡旋相互缠绕,尾迹呈螺旋状结构.图 9(b)是用 Q 函数表征的流场结构,从图中可以发现,不规则的大尺度涡旋在周向方位随机脱落.这种面对称破坏模态也体现在圆盘所受的升力系数 C_y 和 C_z 的相图上.如图 10 所示,两个圆盘的 C_y 和 C_z 均不再满足线性关系, C_z-C_y 相图上呈相互缠绕的曲线.

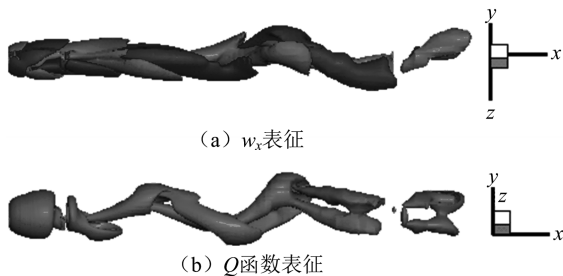
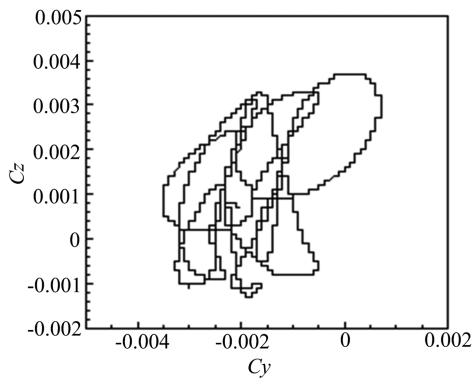
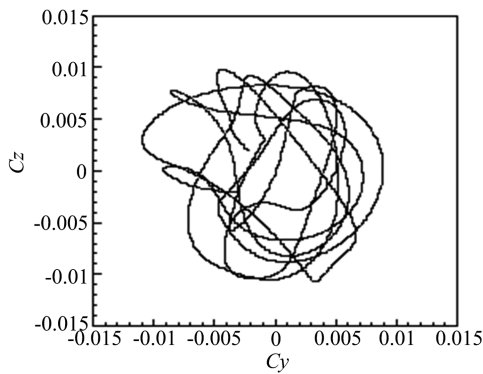


图 9 $l/d=2$ 时圆盘尾迹结构

Fig.9 Wake structures at $l/d=2$



(a) 上游圆盘

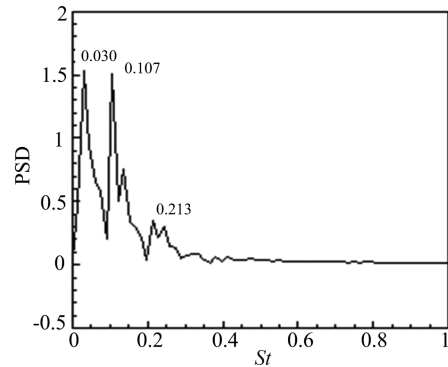


(b) 下游圆盘

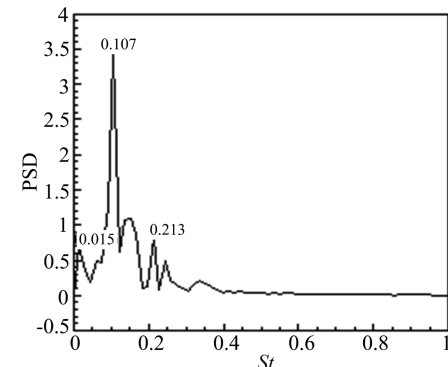
图 10 $l/d=2$ 时圆盘受到的升力系数 C_z 和 C_y 的相图

Fig.10 C_z-C_y phase diagrams of lift at $l/d=2$

图 11 分别为上游圆盘和下游圆盘在 $l/d=2$ 时升力系数所对应的频谱,从图中可以看到,两圆盘的涡旋脱落频率相等,为 $St=0.107$.除了能捕捉到 1 个特征频率为 $2St$ 的峰值外,在上游圆盘的频谱图中可以捕捉到 1 个频率为 0.03 的峰值,而在下游圆盘的频谱中可以捕捉到 1 个频率为 0.015 的峰值,该频率与回流区的伸缩和大尺度涡旋周向脱落有关.



(a) 上游圆盘



(b) 下游圆盘

图 11 $l/d=2$ 时圆盘受到的升力系数 C_y 所作的频谱

Fig.11 Flow spectra based on C_y at $l/d=2$

当两个圆盘间的距离增加到 $l/d=3$ 时,可以发现上游圆盘的尾迹重新恢复至面对称结构,而下游圆盘涡旋不规则地脱落,尾迹仍然为面对称破坏模态,如图 12 所示.这种结构也可以从升力系数 C_z-C_y 相图中看出.图 11(a)为上游圆盘的升力系数

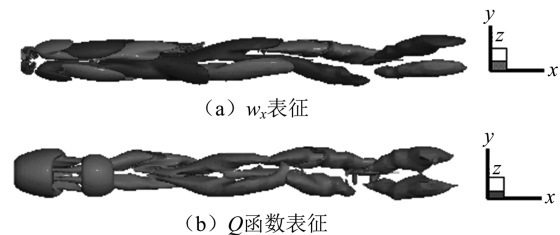


图 12 $l/d=3$ 时圆盘尾迹结构

Fig.12 Wake structures at $l/d=3$

C_z - C_y 相图,此时 C_z 和 C_y 为线性关系;图 11(b) 是下游圆盘的升力系数 C_z - C_y 相图,此时 C_z - C_y 图为相互缠绕的曲线,进一步验证了此时的尾迹结构与 $l/d=2$ 时的升力相图比较,此时下游圆盘的 C_z - C_y 相图有演变为一 条直线的趋势,因此可以推测随着间距的继续增大,下游圆盘的尾迹也将恢复面对称结构。

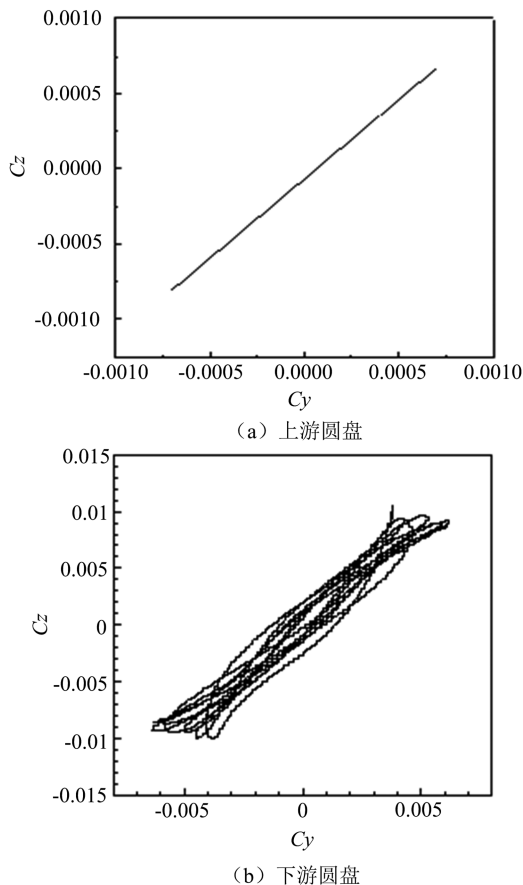


图 13 $l/d=3$ 时圆盘受到的升力系数 C_z 和 C_y 的相图
Fig.13 C_z - C_y phase diagrams of lift at $l/d=3$

图 14 分别为两圆盘所受升力系数对应的频谱.在两个图中均可以捕捉到值为 0.107 的峰值,对应着圆盘的涡旋脱落频率.此外,在上游圆盘的频谱中还可以捕捉到 1 个较小的特征频率,约为特征频率的 1/3.此时圆盘的涡旋脱落频率和圆盘间距为 $l/d=2$ 时的涡旋脱落频率相等。

随着两个圆盘间间距的进一步增加至 $l/d=6$,可以发现不仅上游圆盘尾迹恢复至面对称结构,下游圆盘尾迹也恢复至面对称结构,如图 15 所示.图 16 是在该条件时两个圆盘的升力系数 C_y 和 C_z 的相图,可以发现此时 C_y 和 C_z 呈线性关系,但上游圆盘的升力系数要小于下游圆盘,圆盘尾迹的对称面偏离 xoy 平面。

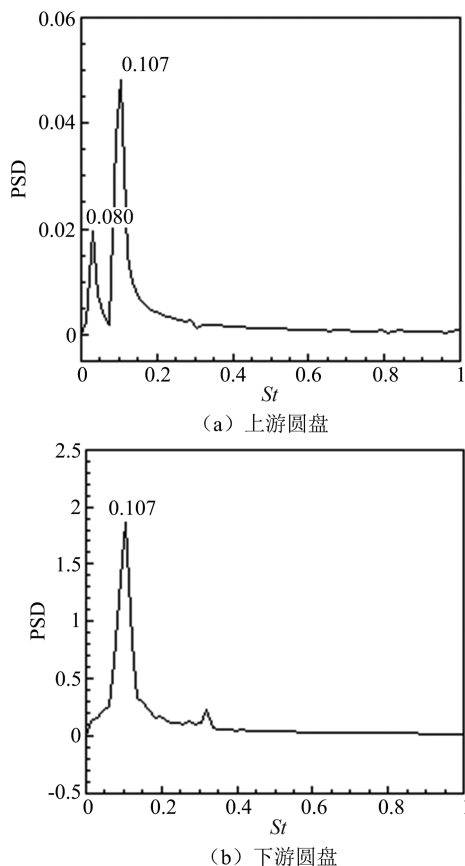


图 14 $l/d=3$ 时圆盘受到的升力系数 C_y 所作的频谱
Fig.14 Flow spectra based on C_y at $l/d=3$

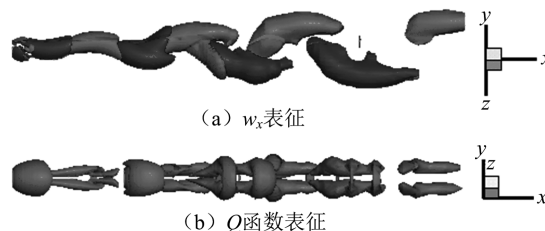


图 15 $l/d=6$ 时圆盘尾迹结构
Fig.15 Wake structures at $l/d=6$

图 17 是用 $l/d=6$ 时上游圆盘和下游圆盘所受的升力系数作的频谱,从图中可以发现此时两个圆盘的涡旋脱落频率相等,均为 $St=0.121$,该值与相同雷诺数下均匀流场中单个圆盘的涡旋脱落频率相同^[10],此外在上游圆盘的频谱图中仍然可以捕捉到 1 个频率为 0.03 的峰值.值得注意的是,此时尾迹结构虽然和 $l/d=1.5$ 时一样均为非稳态面对称模态,但涡旋脱落的频率却不相同。

在圆盘间间距比 $l/d=1$ 时,下游圆盘处于上游圆盘尾迹中.与单个圆盘相比,下游圆盘来流速度降低,这导致实际流过圆盘的流体的雷诺数要小于单圆盘涡旋脱落的临界雷诺数,因此尾迹为稳态面

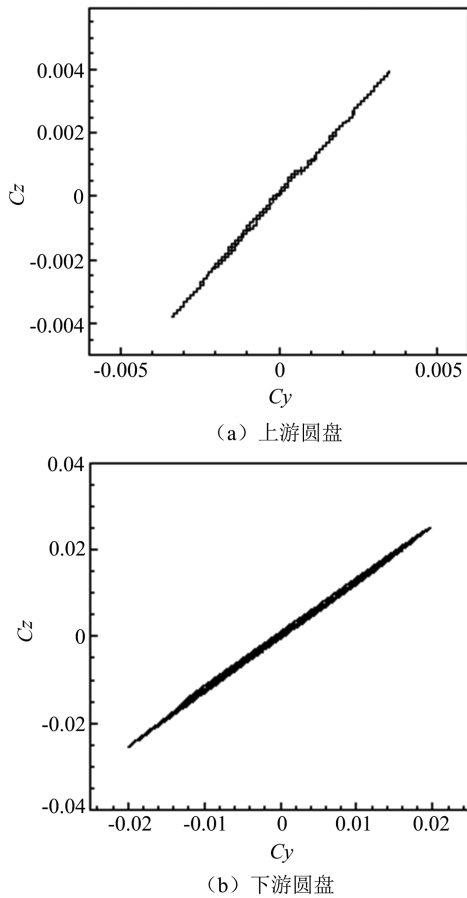


图 16 $l/d=6$ 时圆盘受到的升力系数 C_z 和 C_y 的相图
 Fig.16 C_z - C_y phase diagrams of lift at $l/d=6$

对称模态.随着圆盘间距的增大和上游圆盘尾迹的恢复,下游圆盘来流的速度增加,下游圆盘尾迹开始由稳态面对称发展为非稳态面对称再到面对称破坏模态.而随着圆盘间距的继续增加,两个圆盘的相互作用削弱,上游圆盘尾迹逐渐恢复至面对称模态,当圆盘间距增大至 $l/d=6$ 时,两圆盘间的相互影响已经很小,可认为两圆盘相互独立,因此在该条件下,圆盘的尾迹结构和同样雷诺数下的单个圆盘绕流的尾迹结构相似.

3.2 圆盘间距对阻力系数的影响

图 18 是圆盘受到的阻力系数 C_d 随圆盘间距 l/d 变化曲线,图中实线代表上游圆盘阻力系数,虚线代表下游圆盘阻力系数.对于单个圆盘绕流情况,圆盘所受阻力系数 $C_d \approx 1.2$ ^[7],从图中可以看出当两个圆盘串列放置时,两个圆盘受到的阻力均会减小,但上游圆盘阻力减小幅度较小,且几乎不随两圆盘间距的变化发生改变.下游圆盘阻力在圆盘距离 $l/d \leq 2$ 时为负值,且随着 l/d 的增大而增大,但始终小于上游圆盘所受到的阻力,这与 Eiffel 等^[6]的研究结果十分吻合.

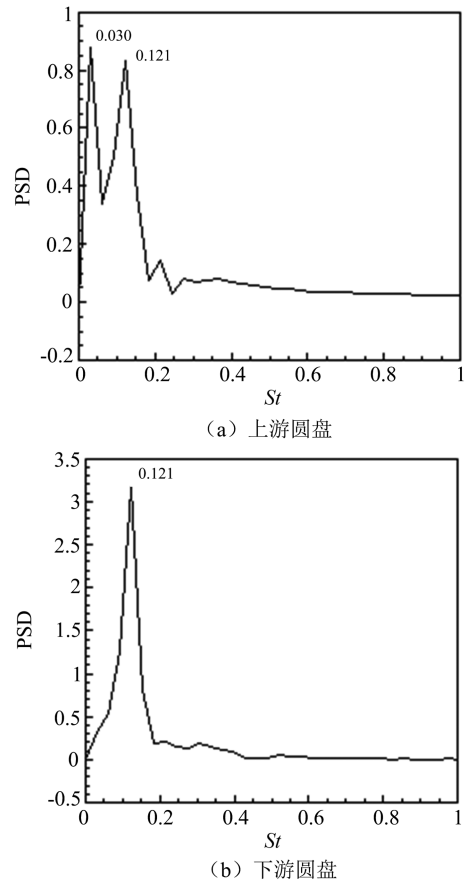


图 17 $l/d=6$ 时圆盘受到的升力系数 C_y 所作的频谱
 Fig.17 Flow spectra based on C_y at $l/d=6$

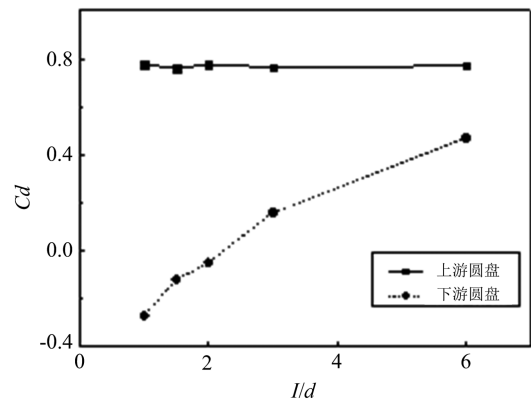


图 18 阻力系数 C_d 随圆盘间距 l/d 变化曲线
 Fig.18 Curve of drag coefficient C_d with separation distance l/d

圆盘受到的阻力包括两个部分:形阻和摩擦阻力.当两个圆盘串列放置时,上游圆盘后的低压区和下游圆盘前的高压区相互影响,如图 19 所示.当 $l/d \leq 2$ 时,下游圆盘始终位于上游圆盘的低压区中,而当 $l/d=3$ 时,下游圆盘“逃离”上游圆盘低压区的影响,但是圆盘的压力也始终小于上游圆盘前的压力.这种压力的影响导致了下游圆盘形阻的减小,且减小程度随间距的增加而减弱.如图 20 所示,

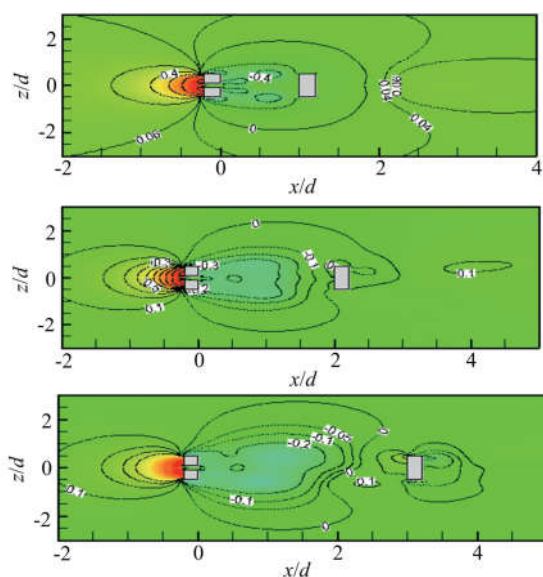


图 19 不同间距 l/d 下 xoz 平面流场压力系数分布
Fig.19 Distribution of pressure coefficient in xoz plane with different separation distance l/d

两个圆盘串列放置时在两个圆盘间会形成涡旋,圆盘间近乎停滞的缓慢运动的涡旋导致了下游圆盘摩擦阻力的减小.随着圆盘间距的增加,涡旋沿流向延伸,摩擦阻力增加.因此,当两个圆盘串列放置时,其形阻和摩擦阻力均减小,导致了下游圆盘受到的总阻力的减小,且随着间距比的增大而增大.

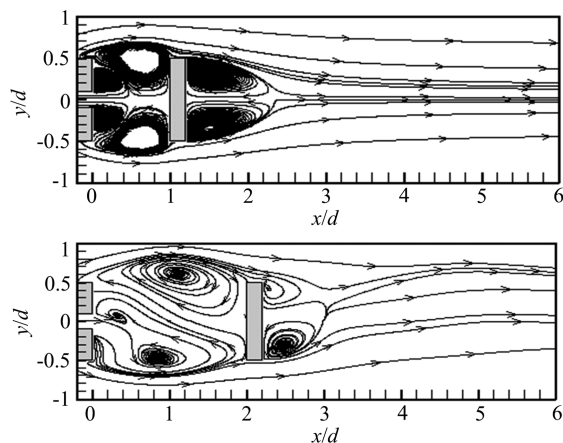


图 20 不同间距比 l/d 时 xoy 平面瞬时流线图
Fig.20 Contour of instantaneous streamline in xoy plane with different separation distance l/d

4 结论

本文采用大涡模拟方法研究了低雷诺数均匀来流中串列双圆盘的尾迹结构,主要研究圆盘间距对尾迹的影响.研究发现,当两圆盘间距 $l/d = 0.1$ 时,发生 Hopf 分叉的临界雷诺数 $Re_c \approx 212$,流场转捩相对于单个圆盘推迟.选取雷诺数 $Re = 200$,对圆盘

间距 l/d 分别为 1, 1.5, 2, 3 和 6 时的串列圆盘绕流进行模拟,发现当 $l/d = 1$ 时,尾迹为稳态面称结构; $l/d = 1.5$ 时,尾迹为非稳态面对称结构,此时涡旋脱落频率 $St = 0.167$; $l/d = 2$ 时,尾迹面对称结构破坏,涡旋脱落频率 $St = 0.107$; $l/d = 3$ 时,上游圆盘尾迹恢复面对称,涡旋脱落频率 $St = 0.107$; $l/d = 6$ 时,两个圆盘尾迹均恢复面对称,涡旋脱落频率 $St = 0.121$.此外,研究还发现随着圆盘间间距 l/d 的增加,上游圆盘受到的阻力系数几乎不变,下游圆盘的阻力系数逐渐增加且始终小于上游圆盘的阻力系数.

参考文献(References)

- [1] CHEN R C, LU Y N. The flow characteristics of an interactive particle at low Reynolds numbers [J]. International Journal of Multiphase Flow, 1999, 25 (8): 1645-1655.
- [2] TSUJI T, NARUTOMI R, YOKOMINET, et al. Unsteady three-dimensional simulation of interactions between flow and two particles [J]. International Journal of Multiphase Flow, 2003, 29(9): 1431-1450.
- [3] ZOU J F, REN A L, DENG J. Study on flow past two spheres in tandem arrangement using a local mesh refinement virtual boundary method [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2005, 49 (5): 465-488.
- [4] ZOU J F, REN A L, DENG J, et al. Wake structures of two spheres in tandem arrangement at various gaps for $Re = 300$ [J]. Progress in Natural Science, 2005, 15(2): 19-23.
- [5] VOTH G A. Disks aligned in a turbulent channel [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2015, 772: 1-4.
- [6] EIFFEL G. The resistance of the air and aviation experiments: conducted at the Champ-de-Mars laboratory [M]. Constable, 1913.
- [7] MOREL T, BOHNM. Flow over two circular disks in tandem [J]. Journal of Fluids Engineering, 1980, 102 (1): 104-111.
- [8] YANG J Z, WU G, ZHONG W, et al. Numerical study on bifurcations in the wake of a circular disk [J]. International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2014, 28(5): 187-203.
- [9] TOMBOULIDES A G, ORSZAG S A. Numerical investigation of transitional and weak turbulent flow past a sphere [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2000, 416(1): 45-73.
- [10] FERNANDES P C, RISSO F, ERN P, et al. Oscillatory motion and wake instability of freely rising axisymmetric bodies [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2007, 573: 479-502.