

## 基于单比特的分段 SAR 成像重建算法

吕元浩<sup>1,2</sup>, 刘发林<sup>1,2</sup>, 李 博<sup>1,2</sup>, 胡静秋<sup>1,2</sup>

(1.中国科学技术大学电子工程与信息科学系,安徽合肥 230027; 2.中科院电磁空间信息重点实验室,安徽合肥 230027)

**摘要:** 在合成孔径雷达系统中,由于回波的信噪比不是很高,因此单比特成像算法有很大的优势;然而直接基于单比特的雷达成像算法的时间复杂度一般比匹配滤波法高.为了降低单比特成像算法的时间复杂度,提出了一种基于分段重构的单比特成像算法,并通过仿真实验验证了该算法的高效性.该算法不仅可以减少重构的时间,而且可以减少对计算机存储空间的消耗.信号选择了步进频信号,不仅因为步进频信号在采样的时候容易取样,而且在仿真时采用步进频比采用线性调频波的系统会进一步的减少重构时间.

**关键词:** 单比特;压缩感知;分段成像;步进频

**中图分类号:** TN95      **文献标识码:** A      doi: 10.3969/j.issn.0253-2778.2017.10.007

**引用格式:** 吕元浩,刘发林,李博,等. 基于单比特的分段 SAR 成像重建算法[J]. 中国科学技术大学学报,2017,47(10):848-853.

LYU Yuanhao, LIU Falin, LI Bo, et al. Segmented reconstruction for SAR imaging based on 1-bit compressed sensing[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2017, 47(10): 848-853.

## Segmented reconstruction for SAR imaging based on 1-bit compressed sensing

LYU Yuanhao<sup>1,2</sup>, LIU Falin<sup>1,2</sup>, LI Bo<sup>1,2</sup>, HU Jingqiu<sup>1,2</sup>

(1. Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;  
2. Key Laboratory of Electromagnetic Space Information, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230027, China)

**Abstract:** In Synthetic Aperture Radar (SAR) systems, imaging algorithms based on 1-bit have a great advantage because the echo's SNR is generally not high. However, those algorithms often require more time than the match filter strategy. A segmented method based on 1-bit compressed sensing was proposed for reducing reconstruction time. Simulation experiments verify the effectiveness of the proposed algorithm. This method can not only reduce time consumption, but also the required memory size. The stepped-frequency waveform is selected not only because it can make sampling easier than other waveforms, but also because it takes less time to recover the same scene when the stepped-frequency waveform is used instead of linear frequency modulation (LFM) waveform.

**Key words:** 1-bit; compressed sensing; segmented imaging; stepped-frequency

收稿日期: 2016-09-26; 修回日期: 2016-11-30

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61431016)资助.

作者简介: 吕元浩,男,1992年生,硕士.研究方向:CS在SAR成像上的应用. E-mail: lyh0203@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 刘发林,博士/教授. E-mail: liufl@ustc.edu.cn

## 0 引言

合成孔径雷达的回波信噪比一般比较小,而 1-bit CS(compressed sensing)<sup>[1-3]</sup>对噪声的鲁棒性比传统的压缩感知方法好,因此 1-bit CS 现在也已经用于 SAR 成像.很多基于稀疏优化的算法<sup>[4-6]</sup>,在重构图像时,其时间复杂度比传统的匹配滤波方法,如 RDA(range doppler algorithm)等高,因此寻找一种高效、准确的 1-bit CS 重构算法就显得尤为迫切.

CS 分段算法<sup>[7]</sup>是一种高效的重构算法,其思想是将场景区域沿距离向分成若干个子场景,对每个子场景分别进行成像,最后将这些重建之后的子场景拼接即可.这样做使得每一个子场景的重构时间可以减少很多,总时间相对于原来直接重构整个场景有显著的下降.

本文将结合 1-bit CS 与分段 CS 重构这两种算法的优势对场景进行重构.分段的优点是能够做到快速,而且由于采用 1-bit,对噪声有很好的鲁棒性;此外,还能够减少储存回波数据所需要的存储空间.

## 1 CS-SAR 成像模型

### 1.1 CS-SAR 成像模型

图 1 展示了典型的 CS-SAR 成像模型.图 1 中,一架飞机沿着 Y 轴飞行,速度为 V.这里我们称 Y 轴为方位向, X 轴为距离向.假设雷达的发射信号为步进频信号,则

$$s_r(n, t) = \text{rect}(t/T_{pn}) \exp\{j2\pi f_c(n)t\} \quad (1)$$

式中,  $\text{rect}(t/T_{pn})$  为宽度为  $T_{pn}$  的矩形窗信号;

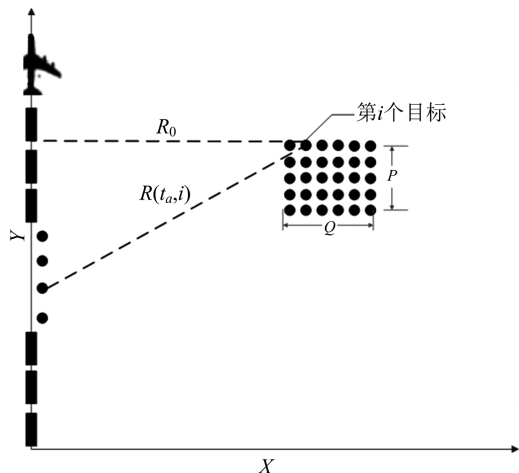


图 1 CS-SAR 成像模型

Fig.1 The mode of CS-SAR imaging

$f_c(n)$  为第  $n$  个脉冲信号的频率,且

$$f_c(n) = f_0 + n\Delta f \quad (2)$$

式中,  $\Delta f$  表示频率步长,  $n=1, 2, \dots, N$ ;  $N$  表示每个脉冲群中脉冲数,步进频信号模型如图 2 所示.

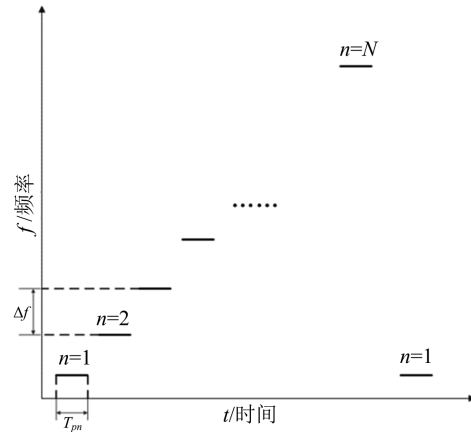


图 2 步进频信号模型

Fig.2 The model of stepped-frequency signal

对于一个反射系数为  $g$  的点目标,其经过解调之后的回波信号为

$$s(n, t) = g \cdot \text{rect}\left(\frac{t - 2R/c}{T_{pn}}\right) \cdot \exp\left\{-j \frac{4\pi f_c(n)}{c} t\right\} \quad (3)$$

式中,  $c$  表示光速,  $R$  为雷达到目标的距离.

为了将回波信号表示成矩阵的形式,可以把雷达运动时间分解成慢时间(方位向时间)和快时间(距离向时间)

$$t = t_a + t_r = mN\Delta t + (t - mN\Delta t) \quad (4)$$

式中,  $t_a = mN\Delta t$  表示慢时间;  $m=1, 2, \dots, M$ ,  $M$  表示脉冲群的数目;  $\Delta t$  为信号发射的间隔,  $t_r = t - mN\Delta t$  为快时间.这样,距离  $R$  可以表示为

$$R(t_a, t_r) = \sqrt{R_0^2 + [V(t_a + t_r)]^2} \quad (5)$$

式中,  $R_0$  表示目标距离雷达的垂直距离.

在对式(3)中的信号进行采样时,每个脉冲采样可以仅抽取一个点,这样经过抽样之后的信号为

$$s_d(t_a, t_r) = g \cdot \text{rect}\left(\frac{t_a}{T_a}\right) \cdot \exp\left\{-j \frac{4\pi f_0 R(t_a, t_r)}{c} - j \frac{4\pi n \Delta f R(t_a, t_r)}{c}\right\} \quad (6)$$

式(6)仅考虑了一个目标的情况,那么对于整个场景,只需要对每个目标的回波进行积分即可,故

$$s(t_a, t_r) = \iint_D g(x, y) \cdot$$

$$\exp\left(-j4\pi f_c(n) \frac{R(t_a, t_r)}{c}\right) dx dy \quad (7)$$

式中,  $g(x, y)$  表示位于  $(x, y)$  的散射点的散射系数;  $r$  表示位于  $(x, y)$  的散射点到雷达的距离. 式(7)中略掉了窗函数项, 是因为窗函数的值为 1.

为了运用 CS 理论, 需要将场景离散化, 即将场景沿两个方向分割成很多离散的点, 图 1 中, 我们将整个场景沿着距离向分成了  $Q$  段, 沿方位向分成了  $P$  段. 我们可以将分割之后的场景写成矩阵的形式.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g(1,1) & \cdots & g(1,Q) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ g(P,1) & \cdots & g(P,Q) \end{bmatrix} \quad (8)$$

为了方便计算, 可以将式(8)写成向量的形式

$$\mathbf{g} = [g(1,1), \dots, g(P,1), \dots, g(1,Q), \dots, g(P,Q)]^T \quad (9)$$

这样, 回波可以写成

$$s(t_{a,m}, t_{r,n}) = \sum_{i=1}^{PQ} g_i \cdot \exp\left\{-j4\pi f_c(n) \frac{r(m,n,i)}{c}\right\} \quad (10)$$

式中,

$$r(m,n,i) = \{[y - v(mN + n)\Delta t]^2 + x^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

即此处的  $r(m,n,i)$  与式(5)中的  $R(t_a, t_r)$  等效,  $R(t_a, t_r)$  表示式(3)中的  $R$  将时间分解为快时间和慢时间的形式. 其中  $r(m,n,i)$  表示场景离散之后的距离;  $R$  和  $R(t_a, t_r)$  表示场景离散之前的距离. 将式(10)写成矩阵的形式:

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{g} \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{s}$  表示回波信号;  $\mathbf{A}$  表示测量矩阵.

由 CS 理论可知, 由于采样获得的数据一般有一定的冗余性, 因此可以进一步对回波信号进行降采样, 这样就等效于在测量矩阵前面加上一个欠采样矩阵:

$$\mathbf{s}_{cs} = \mathbf{\Theta}\mathbf{A}\mathbf{g} = \mathbf{\Psi}\mathbf{g} \quad (13)$$

式中,  $\mathbf{s}_{cs}$  是  $\mathbf{s}$  的欠采样信号,  $\mathbf{\Theta}$  是欠采样矩阵.

我们可以通过梯度下降或 OMP 算法直接求解式(12), 这样就可以对原场景进行重构.

$$\tilde{\mathbf{g}} = \underset{\mathbf{g}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{g}\|_0 \quad \text{s.t. } \mathbf{s}_{cs} = \mathbf{\Psi}\mathbf{g} \quad (14)$$

## 1.2 CS-SAR 成像的 1-bit 量化模型

传统的方法在对回波进行量化时, 一般是采用 8-bits 到 16-bits 的量化方法; 然后用这些量化后的数据进行计算. 1-bit 量化<sup>[8]</sup>方法是对信号进行单比

特量化, 即根据设定的阈值(一般是 0), 分别以 0 或 1 表示.

对式(13)中的  $\mathbf{s}_{cs}$  进行 1-bit 量化, 可以得到下面的形式:

$$\mathbf{b} = \operatorname{sign}(\mathbf{s}_{cs}) = \operatorname{sign}(\mathbf{\Theta}\mathbf{A}\mathbf{g}) = \operatorname{sign}(\mathbf{\Psi}\mathbf{g}) \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{b}$  是信号  $\mathbf{s}_{cs}$  量化之后的信号. 而该问题可以通过 BIHT<sup>[9]</sup> 算法求解.

与 IHT 算法类似, BIHT 算法也是先进行梯度下降, 然后再做一次阈值收缩; 不同的是, BIHT 算法之后还要在进行一次归一化操作. 由于 BIHT 算法的可行域是一个单位球面, 因此在每一步得到一个解之后, 需要对其进行归一化到单位球面上.

这样通过 1-bit CS, 重构原始场景就变成了求解下面的问题:

$$\tilde{\mathbf{g}} = \underset{\mathbf{g}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{b} \odot (\mathbf{\Psi}\mathbf{g})\|_1 \quad \text{s.t. } \|\mathbf{g}\|_0 = K, \|\mathbf{g}\|_2 = 1 \quad (16)$$

式中,  $[\cdot]_-$  表示只取负数, 正数部分置 0, 即

$$[x]_- = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases} \quad (17)$$

而  $\odot$  表示 Hadamard 乘积.

由于式(16)是一个非凸问题, 因此在选取迭代初值时要格外慎重. 如果初值选择不好会影响成像的质量. 本文的初值选取匹配滤波的结果作为算法迭代的初值.

## 2 1-bit 分段成像算法

从上一节可以看到, 1-bit 量化是在得到回波后对回波进行 1-bit 量化, 随后的求解过程与 CS-SAR 一致. 雷达分段成像算法已经在 CS-SAR 上证明有效, 并且 1-bit CS 相较于传统的 CS 抗噪性更好, 因此本节将结合两种算法的优势来说明 1-bit 分段算法的有效性. 将式(7)重写为

$$s(t_a, t_r) = \iint_D g(x, y) \cdot \exp\left\{-j4\pi f_c(n) \frac{R(t_a, t_r)}{c}\right\} dx dy = \int_{R_1}^{R_2} h(t_a, r) \cdot \exp\left\{-j4\pi n \Delta f \frac{R(t_a, t_r)}{c}\right\} dr \quad (18)$$

式中,  $(R_1, R_2)$  表示场景的距离范围;  $h(t_a, r)$  可以表示为

$$h(t_a, r) = \iint_{R \in (t_a, x, y) = r} g(x, y) \cdot$$

$$\exp\left\{-j4\pi f_0 \frac{R(t_a, x, y)}{c}\right\} dx dy \quad (19)$$

$h(t_a, r)$  表示在方位向时间为  $t_a$  时, 所有与雷达距离为  $r$  的散射点的散射系数之和.

将场景沿着距离向离散化之后, 式(18)可以写成

$$s(t_a, t_r) = \sum_{i=1}^L h(t_a, r_i) \cdot \exp\left\{-j4\pi n \Delta f \frac{r_i}{c}\right\} \quad (20)$$

式中,  $L$  是场景沿距离向的距离单元数.

接下来需要将快时间和慢时间离散化, 这样由式(20)得到

$$s(t_{a,m}, t_{r,n}) = \sum_{i=1}^L h(t_{a,m}, r_i) \cdot \exp\left\{-j4\pi n \Delta f \frac{r_i}{c}\right\} \quad (21)$$

将式(21)写成矩阵的形式:

$$\mathbf{s}(t_a) = \mathbf{A}(t_a) \mathbf{h}(t_a) \quad (22)$$

式中,  $\mathbf{s}(t_a)$  表示方位向时间为  $t_a$  时的回波信号; 同样  $\mathbf{A}(t_a)$  和  $\mathbf{h}(t_a)$  分别表示方位时间为  $t_a$  时的投影矩阵以及场景的散射系数之和.

在得到回波之后, 对其进行 1-bit 量化, 由式(14)可以得到

$$\mathbf{b}(t_a) = \text{sign}[\mathbf{A}(t_a) \mathbf{h}(t_a)] \quad (23)$$

这样, 可以根据 BIHT<sup>[9]</sup> 算法求解式(16)即可由  $\mathbf{b}(t_a)$  求出  $\mathbf{h}(t_a)$ , 进而可以将场景沿距离向分成  $X$  段, 如图 3 所示.

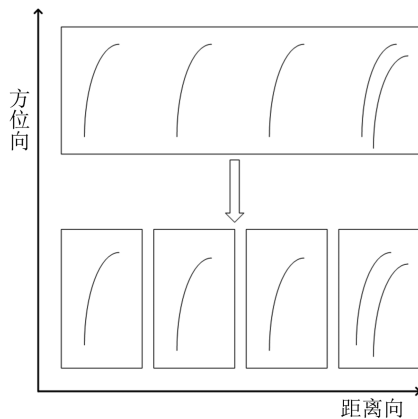


图 3 沿距离向分割场景

Fig.3 Split the scene along the range profile

在完成场景的分割后, 只需要恢复每一个子场景即可. 这一点在文献[7]中已经证明.

当时间和距离都离散化之后, 每个子场景的反射系数之和可以表示为

$$h_x(t_{a,m}, r_i) = \sum_{p=1}^P g[p, q(p, t_{a,m}, r_i)] \cdot \exp\left\{-j4\pi f_0 \frac{r_i}{c}\right\} \quad (24)$$

式中,  $g[p, q(p, t_{a,m}, r_i)]$  是位于第  $p$  行, 到雷达距离为  $r_i$  的散射点的散射系数. 由于  $q(p, t_{a,m}, r_i)$  可能不是整数, 为了便于计算, 可以用插值的方法来解决这个问题. 本文选用 sinc 插值核. 而插值过程如下:

$$h_x(t_{a,m}, r_i) = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^{Q'} g(p, q) \cdot \exp\left\{-j4\pi f_0 \frac{r(t_{a,m}, p, q)}{c}\right\} \cdot \text{sinc}[q(p, t_{a,m}, r_i) - q] \quad (25)$$

式中,  $Q' = Q/X$ , 是每个子段内沿距离向的网格数.

将式(25)改写成矩阵的形式:

$$\mathbf{h}_x = \mathbf{W}_x \mathbf{g}_x \quad (26)$$

将式(26)应用 CS 就可以得到

$$\mathbf{h}'_x = \mathbf{\Theta} \mathbf{W}_x \mathbf{g}_x = \mathbf{\Psi} \mathbf{g}_x \quad (27)$$

对于每个子场景的重构, 我们可以通过求解下面的优化问题来获得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{g}}_x &= \underset{\mathbf{g}_x}{\text{argmin}} \|\mathbf{g}_x\|_0 \\ \text{s.t. } \mathbf{h}_x &= \mathbf{\Psi} \mathbf{g}_x \end{aligned} \quad (28)$$

由于在前面已经得到了散射系数之和  $h(t_a)$ , 因此可以直接利用该结果.

下面给出本文算法的流程:

**算法 2.1 1-bit 分段算法**

(I) 距离向压缩, 即利用式(16)的算法求解式(23)中的  $\mathbf{h}(t_a)$ ;

(II) 距离向分割, 即将(I)中  $\mathbf{h}(t_a)$  沿距离向进行分割成  $X$  段;

(III) 子场景重建, 即求解式(27)中的  $\mathbf{g}_x$ ;

(IV) 将(III)得到的若干子场景拼接即可得到原始场景.

### 3 仿真实验

本节将展示两组仿真结果, 以说明本文提出的算法的正确性. 首先仿真参数如表 1 所示.

假设计算机存储一个复数需要用 64 bits, 其中包括 32 bits 的实数部分和 32 bits 的虚数部分; 场景被离散化成  $100 \times 128$  个散射点, 并且沿方位向使用 32 个抽样数据, 沿距离向使用 388 个抽样数据. 这样测量矩阵的尺寸为  $12416 \times 12800$ , 若使用传统的 CS 方法需要的 RAM 为 1.18 GB.

表 1 仿真参数

Tab.1 Parameters of simulation

参数	数值
$P$ (距离向网格数)	100
$Q$ (方位向网格数)	128
$L$ (距离向单元数)	160
$(R_1, R_2)$ (距离范围)	(170, 230)
$f_0$ (中心频率)	$5 \times 10^9$ Hz
BW(带宽)	$512 \times 10^6$ Hz
$\Delta f$ (频率步长)	$0.33 \times 10^6$ Hz
$v$ (飞行速度)	50 m/s
$X$ (分段数)	16

当我们使用分段算法时,由于矩阵  $\mathbf{A}$  的尺寸为  $N_{CS} \times L$ ,因此只需要 485 kB 来存储矩阵  $\mathbf{A}$ ;矩阵  $\mathbf{W}_x$  的尺寸  $M_{CS} L' \times P Q' = 320 \times 800$ ,因此只需要 1.95 MB 来存储矩阵  $\mathbf{W}_x$ ,而这样的  $\mathbf{W}_x$  矩阵共有  $X$  个,因此共需要  $1.95 \text{ MB} \times 16 = 31.2 \text{ MB}$  的空间.由此可知,使用分段算法之后,程序对计算机 RAM 的需求大大降低,这对系统进一步实用化有重要意义.

由于使用了 1-bit 量化,因此在储存雷达回波数据时,对 ROM 的需求量也会大大降低.假设传统方法采用 8-bit 量化,那么在采用 1-bit 量化之后,存储回波数据的 ROM 只需要原来的 1/8.

为了方便比较,本文的仿真场景选择与参考文献[7]分布相似的场景.图 4 中,第一幅图是原始场景,本场景采用的 20 个点目标,分成两行,每行 10 个目标,均匀地分布在场景中,该仿真中采用的 5dB 的信噪比.重构结果分别是第二和第三幅图.第二幅图是采用多比特的分段算法重构的结果;第三幅图是采用 1-bit 分段重构的结果.由图 4 可以看出,采用多比特分段在重构算法时,重构结果存在一定的误差,但是采用 1-bit 的分段算法却可以很好地重构出目标.图 5 展示了本文提出的 1-bit 分段成像算法分段数目与重构时间的关系.由图 5 可以看出,随着分段数的增加,本算法需要的重构时间会减少.但在仿真中也发现,随着分段数目的增加,重构误差也会相应增加.这是因为随着分段数的增加,导致节点处不完整数据的比例也会相应增加,因此在实际中应该权衡考虑时间与误差的关系.

针对图 4 中的场景,如果采用传统的 1-bit CS 重构算法,其重构时间会比较大.本次仿真在两个配

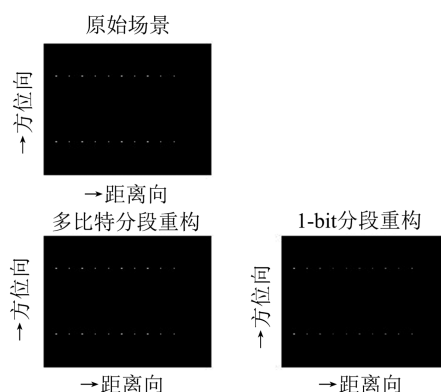


图 4 算法对比

Fig.4 Comparison of algorithms

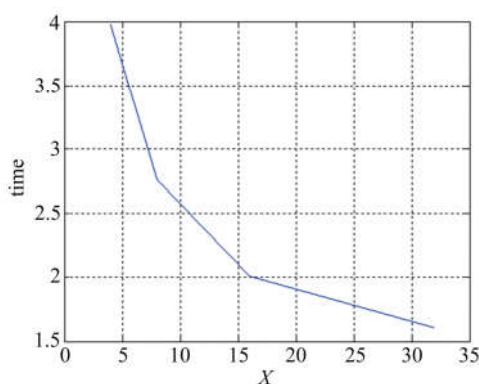


图 5 分段数与重构时间的关系

Fig.5 Reconstruction time with respect to the number of segments

置不同的电脑上运行,在配置为 Intel i5-4590, 3.3 GHz, RAM 为 8 GB 的电脑上,重构时间为 9532 s,而在配置为 Intel i7-2600, 3.4 GHz, RAM 为 24 GB 的电脑上,重构时间为 13 s.上述场景如果采用本文的算法,在两台计算机上的重构时间都在 3~4 s.图 4 和图 5 的仿真都是在低配置的电脑上进行的.由此可以看出,本算法可以大大降低时间复杂度.

仿真中发现,只要目标之间的距离大于 1 个分辨率,本算法都是有效的.并且,如果分段数过多,将会导致重构误差的增大,如图 6 所示.由图 6 可以看出,随着分段数的增加,重构误差也在增大,因此实际中,应该权衡重构时间与重构误差之间的关系.

## 4 结论

本文研究了基于 1-bit CS-SAR 成像的分段重构算法.针对 1-bit CS 在重构遇到的时间复杂度较大的问题,本文提出了 1-bit CS 分段重构算法.该算法针对 1-bit CS 在重构场景时计算量较大的问题,将场景沿距离向分成若干子块,然后对每个子场景

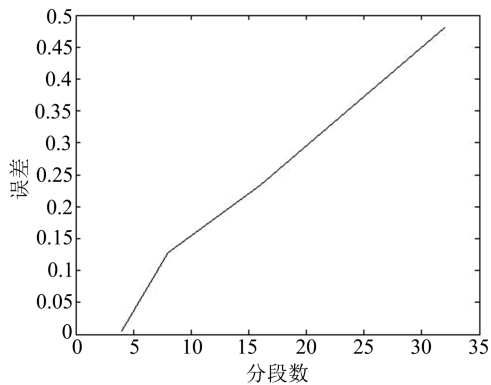


图 6 分段数与重构误差的关系

Fig.6 Reconstruction error with respect to the number of segments

重构以加快对原始场景重建的时间,且对电脑的RAM的需求较传统方法直接重构的算法减少了 $XN/L$ 倍.可以看出,分段数 $X$ 越多,对计算机的要求越低.以本文中的参数为例,RAM减少了38倍.由于1-bit算法对噪声有较强的鲁棒性,因此本文中的算法相对于压缩感知分段成像算法更具有优势.本文不但给出了算法的流程,并通过仿真实验对本算法进行了验证.

## 参考文献(References)

- [1] BU H X, TAO R, BAI X, et al. A novel SAR imaging algorithm based on compressed sensing [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2015, 12(5): 1003-1007.
- [2] ZHOU C B, ZHANG Z D, LIU F L. Robust 1-bit compressive sensing via variational Bayesian algorithm [J]. Digital Signal Processing, 2016, 50(C): 84-92.
- [3] 周崇彬, 刘发林, 李博. 基于压缩感知的单比特合成孔径雷达成像算法[J]. 微波学报, 2015, 31(6): 71-77.  
ZHOU Chongbin, LIU Falin, LI Bo. A Compressive Sensing Method for One Bit Coded Synthetic Aperture Radar Imaging [J]. Journal of Microwaves, 2015, 31(6): 71-77.
- [4] FANG J, XU Z B, ZHANG B C, et al. Fast compressed sensing SAR imaging based on approximated observation [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 7(1): 352-363.
- [5] BARANIUK R, STEEGHS P. Compressive radar imaging [C]//2007 IEEE Radar Conference. Boston, USA: IEEE Press, 2007: 128-133.
- [6] GU F F, ZHANG Q, LOU H, et al. Two-dimensional sparse synthetic aperture radar imaging method with stepped-frequency waveform [J]. Journal of Applied Remote Sensing, 2015, 9(1): 096099(1-8).
- [7] YANG J P, THOMPSON J, HUANG X T, et al. Segmented reconstruction for compressed sensing SAR imaging [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(7): 4214-4225.
- [8] BOUFONOS P T, BARANIUK R G. 1-bit compressive sensing [C]//Proceedings of the 42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems. Princeton, USA: IEEE, 2008: 16-21.
- [9] JACQUES L, LASKA J N, BOUFONOS P T, et al. Robust 1-bit compressive sensing via binary stable embeddings of sparse vectors [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(4): 2082-2102.