

# 广义屏波场模拟和成像的网格离散方案研究

胡锦涛, 贾晓峰

(中国科学技术大学地球和空间科学学院, 地震与地球内部物理实验室, 安徽合肥 230026)

**摘要:**设计合适的空间离散网格是频率域地震波模拟和成像的关键步骤之一. 以基于 Padé 近似的广义屏算子为例, 根据照明分析、波场模拟和偏移结果考察了时间步长、道间距和空间网格间距之间的关系. 数值试算表明, 该频率域算子存在稳定性条件, 计算网格须满足此条件, 否则偏移结果会存在不可预知的噪音甚至假像. 此外, 当处理稀疏空间采样的地震数据时, 常规的道间插值或使用较细的计算网格均不能明显改善偏移成像效果. 因此, 偏移时合理的做法是在检点之间的网格点上赋零值地震道. 这为其他频率域算法的计算网格设计提供了重要参考.

**关键词:**频率域; 波场传播; 模拟; 偏移; 噪音

**中图分类号:** P631      **文献标识码:** A      doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2015.02.008

**引用格式:** Hu Jinyin, Jia Xiaofeng. Discretization strategies in seismic modelling and imaging for the generalized screen propagator[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2015, 45(2):138-149.

胡锦涛, 贾晓峰. 广义屏波场模拟和成像的网格离散方案研究[J]. 中国科学技术大学学报, 2015, 45(2):138-149.

## Discretization strategies in seismic modelling and imaging for the generalized screen propagator

HU Jinyin, JIA Xiaofeng

(Laboratory of Seismology and Physics of Earth's Interior, School of Earth and Space Sciences,  
University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract:** Defining an appropriate discrete grid is a crucial part of frequency-domain modelling and imaging. The results of the illumination analysis, modelling and migration were applied to investigate the relationship among time step, trace interval and spatial grid interval for the Padé generalized screen propagator. Numerical tests indicate that the stability condition must be satisfied when defining grid discretization strategies, or the frequency-domain migration result could be mistakenly interpreted due to the existence of unexpected coherent noise. Besides, when migrating the insufficient spatial-sparse-sampling data, the spatial grid doesn't have to be too fine. And the regular interpolations among traces can hardly improve the migration result. Therefore it's more reasonable to inject zero-value traces on grid points between adjacent receivers than using interpolation. This study provides an important reference for efficiently defining discrete grids for other frequency-domain methods.

**Key words:** frequency-domain; wave propagation; modelling; migration; noise

收稿日期:2014-09-18;修回日期:2014-11-20

基金项目:国家自然科学基金(41374006,41274117)资助.

作者简介:胡锦涛,男,1989年生,硕士生.研究方向:地震波数值模拟. E-mail: hji1314@mail.ustc.edu.cn

通讯作者:贾晓峰,博士/副教授. E-mail: xjia@ustc.edu.cn.

## 0 引言

目前,频率域的地震波数值模拟和偏移成像技术在获得复杂介质的可靠高分辨率成像方面已经有了极大地提高,但是仍然有必要加强研究诸多影响成像质量的因素,比如采用的偏移算子、计算网格、地震数据的时间采样间距和空间采样间距(道间距)等.其中,合适的网格离散方案对于基于网格的数值算法,比如有限差分方法<sup>[1]</sup>和有限元方法<sup>[2]</sup>,是至关重要的.在这些方法中,计算网格直接影响到偏移算子的收敛性、稳定性以及数值频散.空间网格间距成为决定计算效率和计算精度的一个重要参数.在选用网格方案时需要兼顾许多方面,包括算法的数值稳定性要求、数值频散压制和计算成本等.一般来说,网格间距应足够小才能压制数值频散<sup>[3]</sup>.对于时间域算法来说,网格间距和时间采样间距还应满足算法的稳定性条件,否则算法不收敛<sup>[4]</sup>.对于频率域算法来说,这些准则同样需要考虑,但不像对时间域算子的约束那样明显.以局部余弦基小波算子(the local cosine basis, LCB)<sup>[5]</sup>和基于 Padé 近似的广义屏算子(generalized screen propagator, GSP)<sup>[6]</sup>为例,它们本身并不包含稳定性条件,但若是在它们的数值算法中应用了有限差分或有限元方法,那就理应考虑数值稳定性.我们发现,忽略这些方面将很可能在偏移成像中产生严重的错误.

另一方面,基于波动方程波场延拓的偏移方法已被广泛地用于地震数据处理中.这类方法主要有3个步骤,即正向延拓震源波场,反向延拓检波点波场,最后应用成像条件<sup>[7-11]</sup>.当反向延拓检波点波场时,检波点应该位于空间网格点上,否则无法计算.因此,由观测系统决定的道间距也影响着空间网格离散方案的设计.由于涉及计算成本、计算精度、算法的数值稳定性以及检波器的位置等因素,怎样确定合适的离散网格成为地震波数值模拟和成像中至关重要的部分.

在过去的几十年中,各种网格离散方案相继被提出来并加以应用,比如基于均匀离散的交错网格<sup>[12-16]</sup>、旋转交错网格<sup>[17-19]</sup>、混合格网<sup>[20]</sup>和基于非均匀离散的非常规格网<sup>[21-25]</sup>、可变网格<sup>[26-27]</sup>和不连续网格<sup>[28]</sup>等.这些方法在一定程度上提高了计算精度而并不增加太多的计算成本.另外,为了同时满足低频分量和高频分量的计算要求,我们已将频率自适应网格用于地震波数值模拟和偏移成像<sup>[29]</sup>.通常

来说,频率域方法在计算效率方面优于时间域方法<sup>[2,30]</sup>.所以,加强研究网格离散方案对频率域波场模拟和偏移成像的影响将有助于我们更好地应用频率域方法.

在本文中,我们以基于 Padé 近似的广义屏传播算子为例,通过处理 Marmousi 模型数据来分析该频率域算子的稳定性条件.根据照明分析、波场模拟和偏移成像的结果,研究不同网格离散方案在处理不同空间采样率的数据时对成像质量的影响.

## 1 理论和方法

### 1.1 采样定理和假频

采样定理又称 Shannon 采样定理或 Nyquist 采样定理,是对地震数据时间采样和空间采样时必须遵循的重要结论.设有连续信号  $x(t)$  ( $-\infty < t < +\infty$ ),其频谱为  $X(f)$  ( $-\infty < f < +\infty$ ),以  $\Delta$  为采样间隔对其采样得到离散信号  $x_\Delta(n\Delta) = x(n\Delta)$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ).于是,

$$\begin{aligned} x_\Delta(n\Delta) &= x(n\Delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{i2\pi n\Delta f} df = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{\frac{2m-1}{2\Delta}}^{\frac{2m+1}{2\Delta}} X(f) e^{i2\pi n\Delta f} df = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{-1/2\Delta}^{1/2\Delta} X\left(f + \frac{m}{\Delta}\right) e^{i2\pi n\Delta\left(f + \frac{m}{\Delta}\right)} df = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{-1/2\Delta}^{1/2\Delta} X\left(f + \frac{m}{\Delta}\right) e^{i2\pi n\Delta f} df = \\ &= \int_{-1/2\Delta}^{1/2\Delta} \left( \sum_{m=-\infty}^{+\infty} X\left(f + \frac{m}{\Delta}\right) \right) e^{i2\pi n\Delta f} df \\ & \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (1)$$

又根据

$$\begin{aligned} x_\Delta(n\Delta) &= \int_{-1/2\Delta}^{1/2\Delta} X_\Delta(f) e^{i2\pi n\Delta f} df, \\ & \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

因此,

$$X_\Delta(f) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} X\left(f + \frac{m}{\Delta}\right), \quad f \in \left[\frac{-1}{2\Delta}, \frac{1}{2\Delta}\right] \quad (3)$$

这就是采样定理.把  $1/2\Delta$  记为  $f_N$ ,称为 Nyquist 频率.很显然,只有采样间隔  $\Delta$  满足

$$f_N \geq f_{\max}, \text{ 也即 } \Delta \leq \frac{1}{2f_{\max}} \quad (4)$$

采样得到的离散信号才能保持原始信号的频谱成分( $f_{\max}$ 表示原始信号的最大频率成分).否则,原始信号中大于  $f_N$  的频谱成分均会被折叠到信号的低频

上,使离散信号频谱  $X_{\Delta}(f)$  与原始信号频谱  $X(f)$  不相等,出现假频现象.

根据式(4),地震数据采集或重采样时,时间采样间距  $\Delta t$  和空间采样间距(道间距)  $\Delta g$  应满足如下条件:

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &\leq \frac{1}{2f_{\max}} \\ \Delta g &\leq \frac{1}{2}\lambda'_{\min} = \frac{1}{2} \frac{v}{f_{\max} \sin\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

才能避免地震数据产生时间假频和空间假频,其中,  $\lambda'_{\min}$  是最小视波长,  $\varphi$  是地震反射波前与地面的夹角. 否则,产生的假频信号将会带到偏移过程中从而影响成像的质量.

## 1.2 基于 Padé 近似的广义屏传播算子

根据摄动理论,非均匀介质的速度  $v(x, z)$  可分解为常数背景速度  $v_0(z)$  和可变的小扰动速度  $\delta v(x, z) = v(x, z) - v_0(z)$ . 因此,频率域二维声波方程变为

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 \right) u(x, z) = 0 \quad (6)$$

式中,  $u(x, z)$  是频率域波场,  $n = v_0/v$  是扰动指数,  $k_0 = \omega/v_0$  是背景波数. 考虑其下行波:

$$\frac{\partial u(x, z)}{\partial z} = i \sqrt{n^2 k_0^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2}} u(x, z) \quad (7)$$

对根式采用一阶 Padé 近似展开,式(7)变为

$$\frac{\partial u(x, z)}{\partial z} = ink_0 \left[ 1 + \frac{a \frac{1}{n^2 k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}{1 + b \frac{1}{n^2 k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] u(x, z) = i \left[ -\frac{\delta v}{v} k_0 + k_0 + \frac{nk_0 a \frac{1}{n^2 k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}{1 + b \frac{1}{n^2 k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] u(x, z) \quad (8)$$

式中,  $a$  和  $b$  是展开系数,一阶近似下  $a=1/2, b=1/4$ . 其中  $u(x, z)$  可以分解成一系列平面波  $\varphi(k_x, z) e^{ik_x x}$  的线性叠加,即:

$$u(x, z) = \int \varphi(k_x, z) e^{ik_x x} dk_x \quad (9)$$

式中,  $k_x$  是横向波数. 纵向波数  $k_z$  满足

$$k_z = (k_0^2 - k_x^2)^{\frac{1}{2}} = k_0 \left( 1 + \frac{a\zeta}{1 + b\zeta} \right) \quad (10)$$

式中,  $\zeta = -k_x^2/k_0^2$ , 对根式采用了一阶 Padé 近似. 式(10)等价于

$$k_0 = k_z - \frac{a\zeta}{1 + b\zeta} k_0 \quad (11)$$

将式(11)带入式(8)得

$$\frac{\partial u(x, z)}{\partial z} = i \left[ -\frac{\delta v}{v} k_0 + k_z - \frac{a\zeta}{1 + b\zeta} k_0 + \frac{nk_0 a \frac{1}{n^2 k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}{1 + b \frac{1}{n^2 k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] u(x, z) \quad (12)$$

考虑式(9),对式(12)做关于  $x$  的傅里叶变换可得

$$\frac{\partial \varphi(k_x, z)}{\partial z} = i \left[ k_z - k_0 \left( \frac{\delta v}{v} * \right) + k_0 \frac{a(n*)\eta}{1 + b\eta} - k_0 \frac{a\zeta}{1 + b\zeta} \right] \varphi(k_x, z) \quad (13)$$

式中,  $\eta = -(1/n^2 *) (k_x^2/k_0^2)$ . 此时,地震波在波数域传播,  $(\delta v/v *)$ ,  $(n *)$  和  $(1/n^2 *)$  分别表示  $\delta v/v$ ,  $n$  和  $1/n^2$  的傅里叶变换在波数域的卷积运算. 为了简便运算,合并式(13)方括号中的后两项,并忽略  $k_x/k_0$  的四次方项,得

$$\frac{\partial \varphi(k_x, z)}{\partial z} \approx i \left[ k_z - k_0 \left( \frac{\delta v}{v} * \right) - k_0 \frac{a \left[ \left( \frac{1}{n} * \right) - 1 \right] \frac{k_x^2}{k_0^2}}{1 - b \left[ 1 + \left( \frac{1}{n^2} * \right) \right] \frac{k_x^2}{k_0^2}} \right] \varphi(k_x, z) \quad (14)$$

式(13)和(14)均是基于一阶 Padé 近似的频率-波数域下行波方程,但式(14)比式(13)更容易计算,同时仍有较好的精度.

当地震波从深度  $z_0$  传播到深度  $z_1$  时,若  $\Delta z = z_1 - z_0$  足够小,则可忽略在薄层  $\Delta z$  中  $n(x, z)$  沿  $z$  方向的变化. 由此,可将式(13)和(14)关于变量  $z$  积分. 对于式(14),忽略小量项  $b[1 + (1/n^2 *)] k_x^2/k_0^2$ , 并对  $z$  积分可得基于 Padé 近似的广义屏传播算子:

$$\varphi(k_x, z_1) = \exp \left\{ i \left[ \Delta z k_z - \Delta z k_0 \left( \frac{\delta v}{v} * \right) - \Delta z k_0 A \frac{k_x^2}{k_0^2} \right] \right\} \varphi(k_x, z_0) \quad (15)$$

式中,  $A = (1/2)[(1/n *) - 1]$ . 为了提高计算效率,可将式(15)中波数域的卷积运算转化为空间域的乘积,并做如下近似:

$$\exp \left\{ -\Delta z k_0 A \frac{k_x^2}{k_0^2} \right\} = 1 - \Delta z k_0 A \frac{k_x^2}{k_0^2} \quad (16)$$

于是得到 Padé 近似广义屏传播算子的双域表达式如下:

$$u(x, z_1) =$$

$$\left( \mathcal{F}^{-1} - i\Delta z k_0 A \mathcal{F}^{-1} \frac{k_x^2}{k_0^2} \right) e^{i\Delta z z} \mathcal{F} e^{-i\Delta z k_0 \frac{z}{v}} u(x, z_0) \quad (17)$$

式中,  $\mathcal{F}$  表示从空间域到波数域的傅里叶变换,  $\mathcal{F}^{-1}$  则是波数域到空间域的傅里叶逆变换. 式(17)右边的两个  $e$  指数分别用于描述背景波场和扰动波场, 括号里的因子对波场进行广角修正. 若介质中的强速度扰动只存在于局部区域, 则可将式(17)变为更易计算的空间域形式:

$$u(x, z_1) = \left[ 1 + i\Delta z \frac{A}{k_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \times \mathcal{F}^{-1} e^{i\Delta z z} \mathcal{F} e^{-i\Delta z k_0 \frac{z}{v}} u(x, z_0) \quad (18)$$

### 1.3 稳定性分析

所谓的稳定性问题是指数值计算中产生的误差的积累和传播是否受到控制. 频率-波数域偏移不像差分法偏移存在微分算子的高频近似和差分格式的问题, 因此, 本身不包含数值稳定性条件约束. 但有时为了简化计算, 在求解过程中难以避免地会引入有限差分或者有限元方法. 对于式(18)所示的广义屏传播算子, 我们需要在空间域用有限差分来求解其方括号中的广角修正因子. 考虑到这个广角修正因子的差分格式的稳定性, 网格间距  $\Delta x$  和时间步长  $\Delta t$  (在频率域算法中  $\Delta t$  决定频率的数量) 的大小对广义屏传播算子是至关重要的. 若不能满足  $\Delta x$  和  $\Delta t$  之间的这种隐蔽而不易定量分析的限制条件, 广义屏传播算子虽然不会像时间域方法那样因发散而溢出, 但是得到的结果是不可靠的, 可能会包含隐性的错误, 甚至产生易使解释人员误解的噪音. 以基于频率自适应网格的广义屏算法为例<sup>[29]</sup>, 我们发现用其偏移时间采样间距  $\Delta t$  稍大的地震数据会导致偏移结果中出现不可预知的虚假构造, 而用其他频率域方法如 LCB 或基于 2 次 Taylor 展开的广义屏方法等则不会产生.

### 1.4 计算网格对偏移成像的影响

在地震数据偏移处理中, 我们使用互相关成像条件<sup>[31]</sup>, 其表达式如下:

$$I = \sum_{x_s} \sum_{\omega} G(x, z; \omega, x_s) \cdot S(x, z; \omega, x_s) \quad (19)$$

式中,  $S$  和  $G$  分别代表震源波场和检波点波场;  $(x, z)$  表示空间网格点坐标;  $x_s$  是震源位置;  $\omega$  是圆频率. 该成像条件已被用于很多偏移成像处理, 并有很好的成像效果. 在给定网格离散方案的前提下, 震源波场和检点波场的计算将直接影响成像质量. 空

间网格间距影响波场计算从而间接影响着偏移成像质量. 它的选取可根据时间采样步长  $\Delta t$  和空间采样道间距  $\Delta g$  来决定. 在偏移中这两个参数可通过插值和抽选原始地震数据来改变. 一般情况下, 我们选取道间距  $\Delta g$  的大小作为空间网格间距  $\Delta x$ . 这样一来, 在反向延拓检波点波场时检波器就正好位于空间网格点上.

然而, 在一些复杂区块, 比如有复杂地表起伏的地区, 很难获得高密度空间采样的地震数据. 但我们仍然使用比较细的网格来偏移地震数据, 希望能保证算子的计算精度同时提高成像质量. 这样一来, 道间距  $\Delta g$  就会大于网格间距  $\Delta x$ , 如图 1 所示. 这将会影响到检波点波场的计算. 因此, 在偏移过程中, 我们需要小心处理位于两个相邻检波点之间的空间网格点 (如图 1 中灰色点所示). 对此, 有两种解决方案. 方案一是计算检点波场时直接在灰色网格点上赋零值. 声波波动方程满足线性叠加原理, 所以在灰色空间点赋零值相当于在网格间距等于道间距时的数值解上叠加一个零值解, 不会影响检波点波场的计算. 但是, 在一些双域传播算子如广义屏传播算子中, 这种方法需要特别注意, 因为空间  $\leftrightarrow$  波数域傅里叶变换的存在可能会产生不可预知的错误. 方案二是将数据插值成道间距等于网格间距的数据. 道间距对偏移的影响主要是空间假频、分辨率和信噪比等. 当原始数据空间采样不足, 即道间距过大时, 可通过地震道内插, 提高数据的空间采样率. 根据采样定理式(5), 只有当道间距小于等于最短视波长的  $1/2$  时, 数据才能通过插值得以恢复全部信息. 否则, 插值算法需考虑原始数据中的假频问题. 常规插值方法生成的数据可能会含有错误的同相轴等噪音. 下面我们将根据广义屏波场模拟和偏移结果研

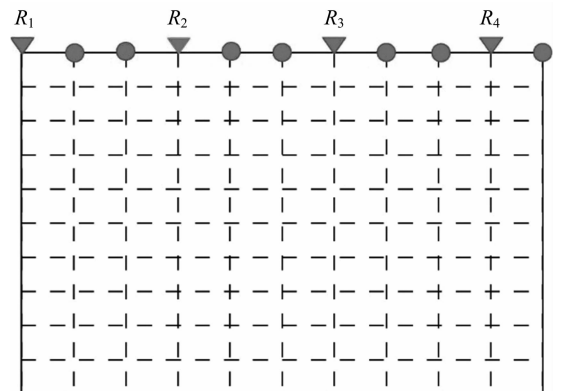


图 1 计算网格示意图

Fig. 1 Illustration of the computational mesh

究这两种方案的差异,并使用照明分析技术研究数据插值和细网格对偏移成像的影响.

## 2 算例分析

本节我们使用广义屏偏移处理 Marmousi 模型数据,研究不同网格的影响. 速度模型如图 2 所示. 模型被离散成  $2\ 381(x) \times 957(z)$  的网格, 网格间距为  $\Delta x = \Delta z = 3.125\text{ m}$ . 我们应用高阶有限差分方法生成数据. 震源采用主频为 25 Hz 的 Ricker 子波, 时间采样间距  $\Delta t = 0.1\text{ ms}$ , 记录长度 3 s. 道间距  $\Delta g$  等于网格间距  $\Delta x$  且检波器布满模型地表, 所以生成的初始数据中每个炮集有 2 381 道数据. 本例中, 数据的时间采样和空间采样均充分满足式(5)所示采样定理. 因此, 生成的地震数据不含时间假频和

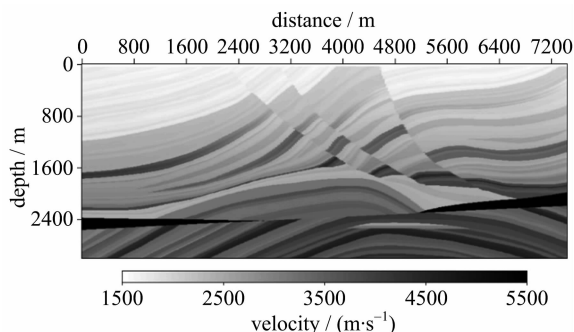
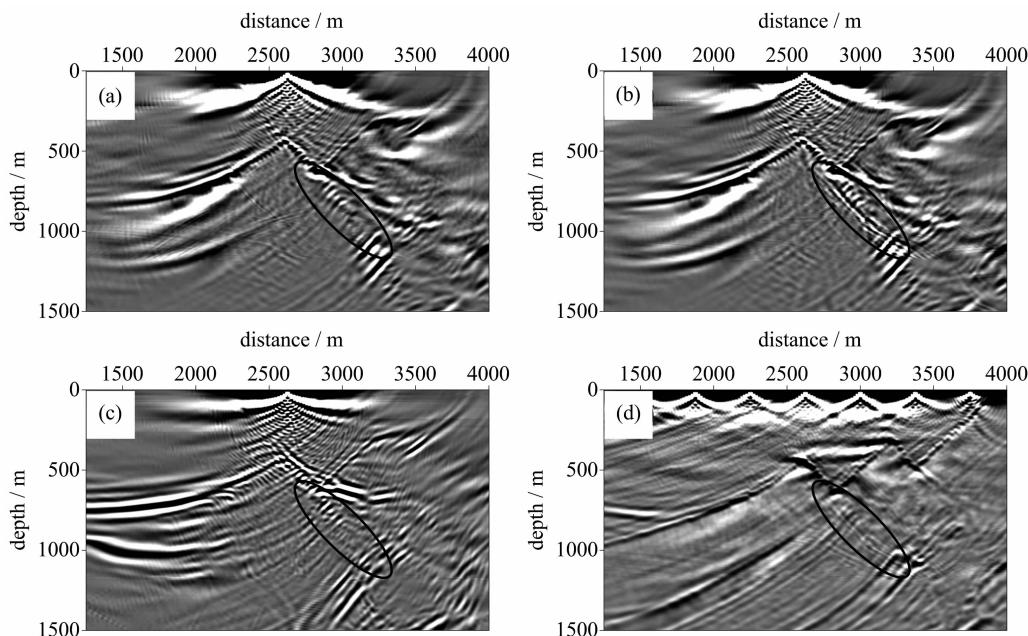


图 2 Marmousi 速度模型

Fig. 2 Marmousi model



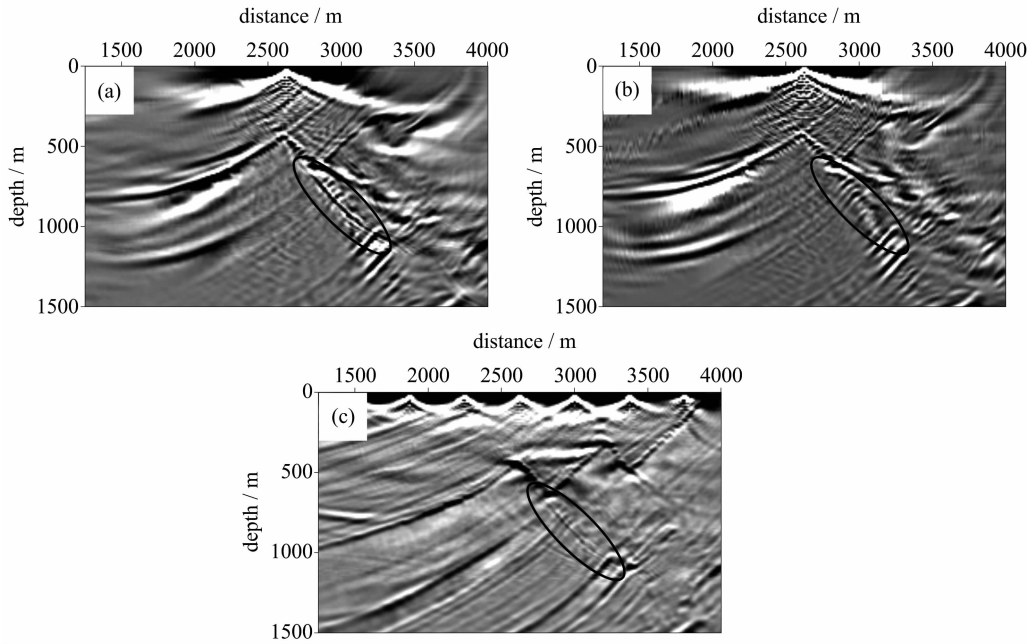
(a)  $\Delta t = 0.2\text{ ms}$ ; (b)  $\Delta t = 1.0\text{ ms}$ ; (c)  $\Delta t = 1.0\text{ ms}$ , 但没有广角修正; (d)  $\Delta t = 1.0\text{ ms}$  的 7 炮叠加结果

图 3 Marmousi 模型浅部构造的 GSP 偏移结果

Fig. 3 Images of shallow structures in Marmousi model obtained by GSP migration

空间假频.

图 3 给出了  $2\ 381(x) \times 957(z)$  网格下使用广义屏方法偏移不同时间采样间距的地震数据的单炮成像结果. 与较小时间采样间距数据的偏移结果(图 3(a))相比, 偏移较大时间采样间距的数据会奇怪地产生一个虚假的构造, 如图 3(b) 中黑圈所示, 而且该假像在叠加后的像中依然存在(图 3(d)). 一般来说, 偏移剖面上的假频主要来自于地震数据. 但本例中地震数据的时间采样和空间采样均满足采样定理, 因此不存在时间假频和空间假频. 所以, 该假像是在偏移处理端产生的, 与采用的广义屏算子有关. 若不做式(18)中所示的广角修正, 如图 3(c) 所示, 该假像消失. 这说明该假像是由算子中的广角修正因子导致. 对于相同的较大时间采样间距  $\Delta t = 1.0\text{ ms}$  的地震数据, 使用基于频率自适应网格的广义屏算法<sup>[29]</sup> 偏移后这种假像更加明显. 如图 4(a) 所示, 偏移结果存在一条清晰的虚假构造, 而且叠加处理也并没有完全消除该噪音(图 4(c)). 这是由于我们采用  $\Delta x(\omega) = (2\pi \cdot v_{\min}/\omega)/20$ , 即  $\Delta x(\omega) = \lambda_{\min}(\omega)/20$ , 作为网格随频率变化的函数, 使得网格间距过小. 广义屏广角修正因子的二阶导数项是用有限差分求解的, 对于较细的计算网格, 时间步长太大就不能满足该广角修正因子的数值稳定性. 若采用  $\Delta x(\omega) = (2\pi \cdot v_{\min}/\omega)/20 + 7$  作为网格随频率变



$\Delta t = 1.0$  ms. 网格变化函数分别为(a)  $\Delta x(\omega) = (2\pi \cdot v_{\min} / \omega) / 20$ ;  
(b)  $\Delta x(\omega) = (2\pi \cdot v_{\min} / \omega) / 20 + 7$ ; (c)  $\Delta x(\omega) = (2\pi \cdot v_{\min} / \omega) / 20$  的多炮叠加结果

图4 频率自适应网格的广义屏偏移得到的 Marmousi 模型浅部构造

Fig. 4 Images of shallow structures in Marmousi model obtained by adaptive-meshes GSP migration

化的函数, 偏移同样时间采样间距的数据, 如图 4 (b) 所示, 假频就会消失. 这是因为计算网格变稀疏, 广角修正因子的数值稳定性得到满足. 所以, 我们需要兼顾考虑广义屏算子的稳定性条件、数值频散和计算效率方面的准则. 这些限制条件不像时间域算子那样有显式的表达式, 若忽略它们将会严重影响偏移结果.

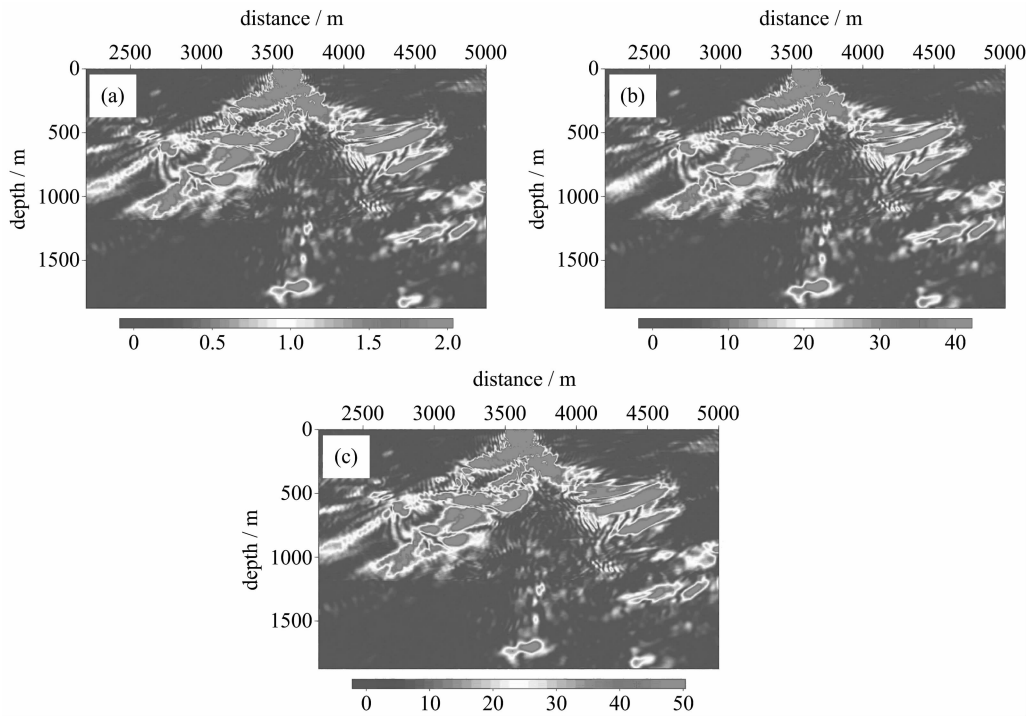
假频问题在地震数据处理中已被广泛关注. 偏移剖面的假频主要是由原始数据的采样不足导致. 因此, 时间采样间距  $\Delta t$  和道间距  $\Delta g$  的选取至关重要. 它们也会影响到计算网格方案的选取. 此外, 偏移算子中不恰当的重采样也会引起假频. 如广义屏算子中, 傅里叶变换需要对频率域数据重采样. 为避免算子为空间假频所畸变, 频率的采样间隔必须满足一定的条件. 道间距加密对消除这种傅里叶正变换中产生的假频有好处<sup>[32]</sup>.

下面我们讨论对于稀疏空间采样数据, 也即  $\Delta g > \Delta x$  时, 方案一和方案二, 即使用零值地震道和数据插值, 对成像的影响. 计算网格采用  $2381(x) \times 957(z)$ ,  $\Delta x = \Delta z = 3.125$  m. 对于方案二, 我们使用二次函数插值将数据插值成道间距为 3.125 m 的 2381 道数据. 插值函数为

$$D(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} \cdot D(x_1) + \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} \cdot D(x_2) + \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} \cdot D(x_3) \quad (20)$$

首先, 通过地震道抽选得到道间距为 5 倍网格间距的稀疏空间采样数据, 即  $\Delta x = \Delta g / 5$ . 根据图 5 中的检点照明分析结果, 我们发现与直接在检点之间网格点上赋零值地震道相比, 数据插值并不能增强检点波场能量或者改善检点波场能量的分布. 这两种方案的检点照明结果与使用全部 2381 道数据的检点照明几乎没有差异. 图 6(a) 和 6(b) 分别是使用这两种方案的广义屏偏移结果, 为了方便比较我们只截取浅部构造. 本例中, 数据的空间采样率是足够的, 所以两种方案的偏移结果几乎没有差异, 而且与使用全部数据的偏移结果相符(图 6(c)).

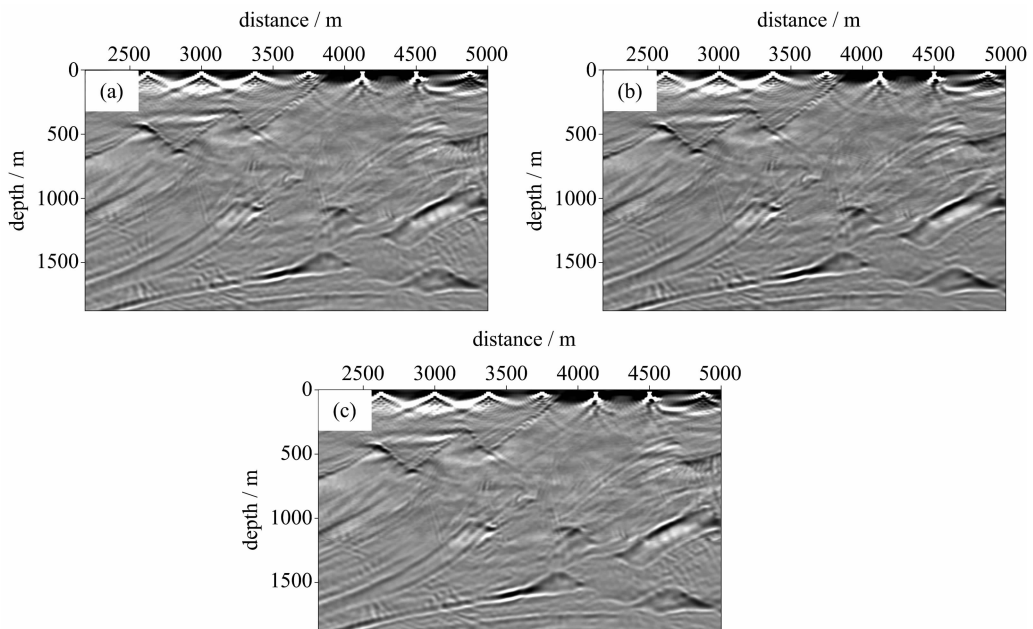
当抽选的道间距  $\Delta g$  变大时, 这两种方案的差异就会变得明显. 数据插值可以提高成像同相轴的连续性, 尤其是对模型深部的大尺度结构. 但这一优势在 Marmousi 模型的浅部并未显现, 如图 8(b) 所示. 数据插值扰乱了浅部的成像, 检点照明分析也反映了该现象(图 7). 此时常规插值算法已不能处理



(a) 方案一; (b) 方案二; (c) 使用正演生成的 2 381 道数据  
 $x_{\text{shot}}=3.6$  km. (a)和(b)的输入数据仅 477 道,  $\Delta g=15.625$  m

图 5 空间采样充足时单炮广义屏偏移检波点一侧波场照明情况

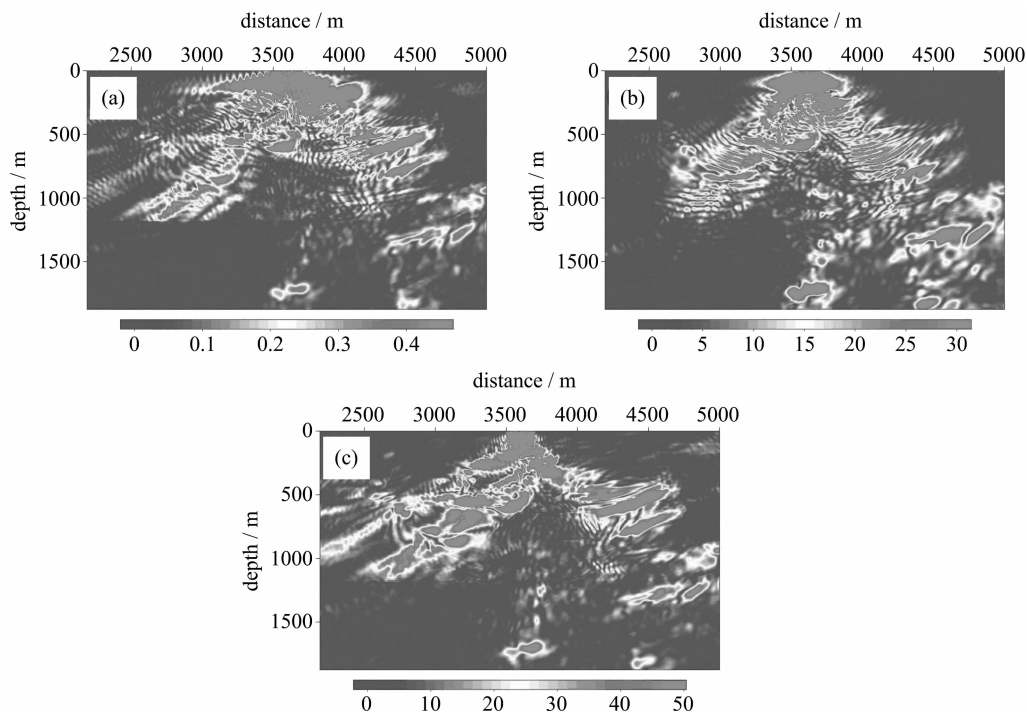
Fig. 5 The single-shot GSP receiver-side illumination for the sufficient spatial-sampling data



(a) 方案一; (b) 方案二; (c) 正演生成的每炮 2 381 道数据  
(a)和(b)的每炮输入数据仅 477 道,  $\Delta g=15.625$  m

图 6 Marmousi 模型充足空间采样数据的广义屏多炮偏移结果(浅部构造)

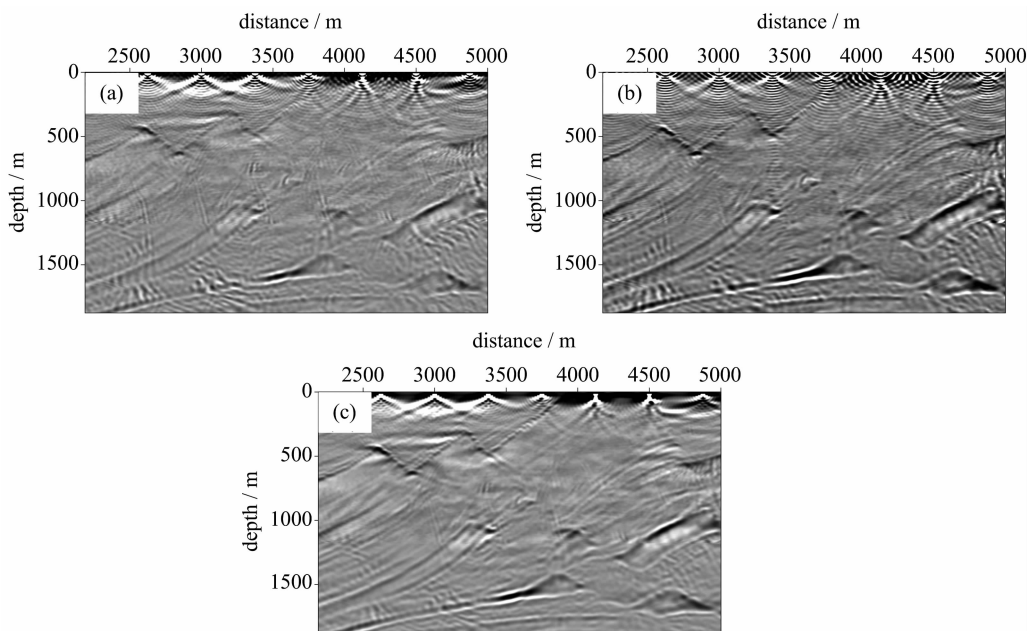
Fig. 6 Stacked images of Shallow structures in Marmousi model obtained by GSP migration for sufficient spatial-sampling data



(a) 方案一; (b) 方案二; (c) 使用正演生成的 2 381 道数据  
 $x_{\text{shot}}=3.6$  km. (a)和(b)的输入数据仅 159 道,  $\Delta g=46.875$  m

图 7 空间采样稀疏时单炮广义屏偏移检波点一侧波场照明情况

Fig. 7 The single-shot GSP receiver-side illumination for the sparse spatial-sampling data

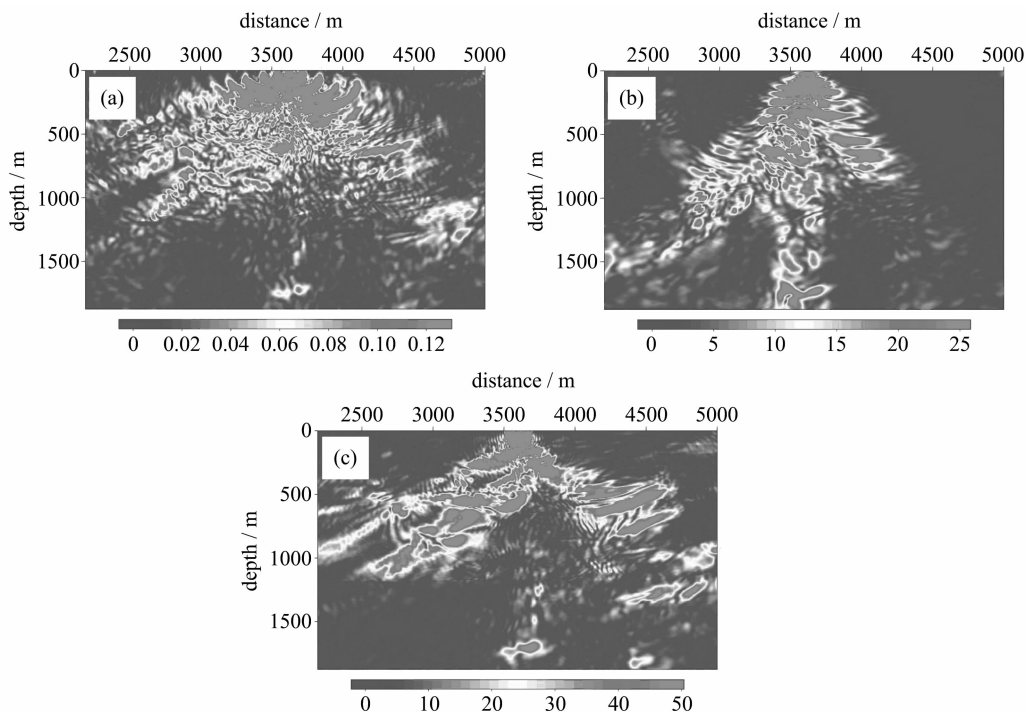


(a) 方案一; (b) 方案二; (c) 正演生成的每炮 2 381 道数据  
 (a)和(b)的每炮输入数据仅 159 道,  $\Delta g=46.875$  m

图 8 Marmousi 模型稀疏空间采样数据的广义屏多炮偏移结果(浅部构造)

Fig. 8 Stacked images of Shallow structures in Marmousi model obtained  
 by GSP migration for sparse spatial-sampling data

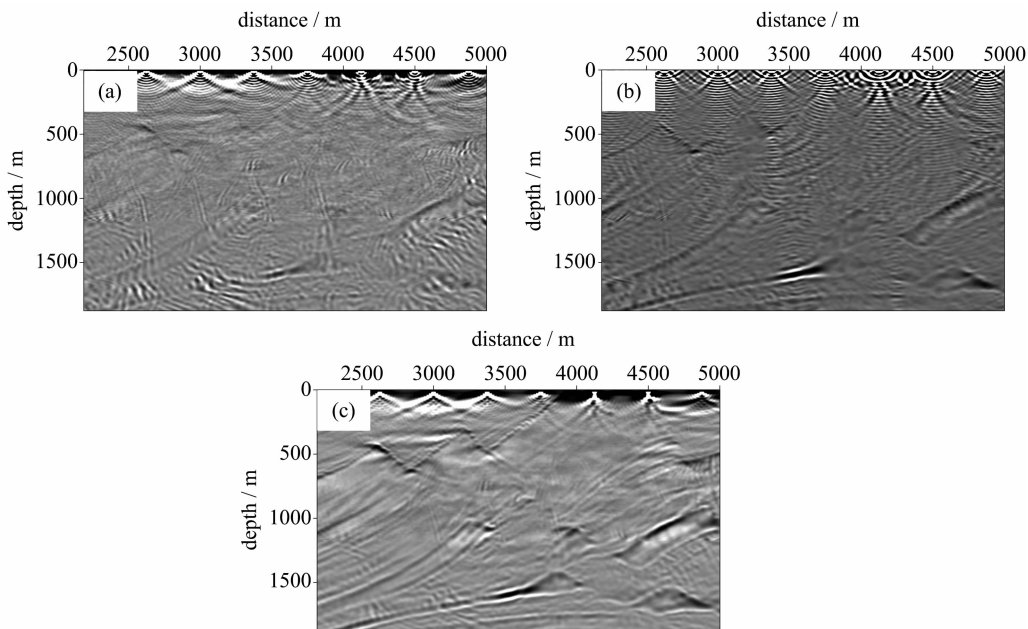




(a) 方案一; (b) 方案二; (c) 使用正演生成的 2 381 道数据  
 $x_{\text{shot}}=3.6$  km. (a)和(b)的输入数据仅 60 道, 道间距  $\Delta g=125$  m

图 9 空间采样不足时单炮广义屏偏移检点一侧波场照明情况

Fig. 9 The single-shot GSP receiver-side illumination for the insufficient spatial-sampling data



(a) 方案一; (b) 方案二; (c) 正演生成的每炮 2 381 道数据  
 (a)和(b)的每炮输入数据仅有 60 道,  $\Delta g=125$  m

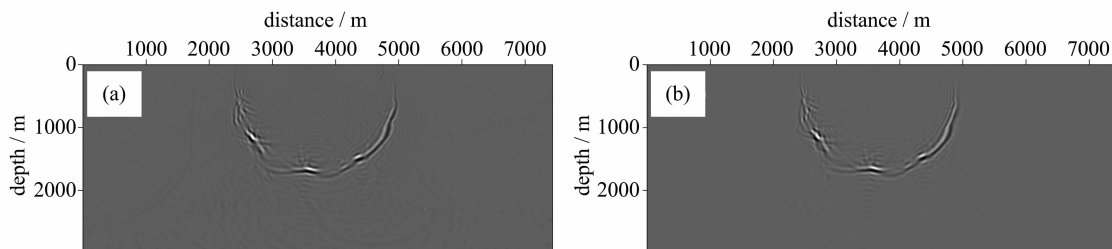
图 10 Marmousi 模型空间采样不足数据的广义屏多炮偏移结果(浅部构造)

Fig. 10 Stacked images of Shallow structures in Marmousi model obtained by GSP migration for insufficient spatial-sampling data

数据假频问题. 对于更大道间距的数据, 常规数据插值更难以解决稀疏空间采样的问题. 例如在道间距是网格间距 40 倍也即  $\Delta x = \Delta g / 40$  时, 数据的空间采样率严重不足. 它的检波点一侧的照明非常弱, 如图 9(a)所示. 采用直接在检点之间的网格点上赋零值地震道的方案很难成像出相关的构造(图 10(a)). 数据假频被直接带入偏移过程, 影响成像的质量. 即使使用高阶插值方法, 如三次样条函数法, 插值如此稀疏空间采样的数据也不能恢复到原始的数据, 而且可能会插值出虚假的同相轴. 从照明分析的结果可以看出, 与使用全部 2 381 道数据的检点照明

结果(图 9(c))相比, 对稀疏空间采样数据插值会扭曲检点照明(如图 9(b)). 偏移插值而来的数据甚至会损失大部分构造的信号, 如图 10(b)所示.

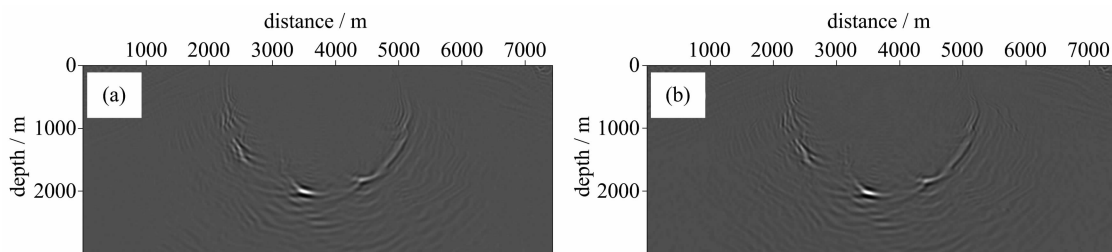
另外, 对于稀疏道间距的数据, 即使使用细网格也很难改善偏移成像质量. 我们使用两套不同网格, 分别用广义屏方法偏移同一份稀疏道间距的数据, 从图 11 可以看出, 细网格可以提高震源波场的计算精度, 但是却不能弥补因稀疏空间采样损失的检点波场信息(图 12). 从而细网格并不能提高偏移成像效果(图 13). 因此, 考虑到计算时间和内存消耗, 偏移稀疏道间距数据时不值得使用太细的网格.



(a) 计算网格为  $596 \times 240$ ,  $\Delta x = \Delta z = 12.5$  m; (b) 计算网格为  $5951 \times 2393$ ,  $\Delta x = \Delta z = 1.25$  m

图 11 广义屏方法计算的地表 3 600 m 处震源 0.8 s 波场快照

Fig. 11 Source snapshots in Marmousi model at 0.8 s obtained by GSP

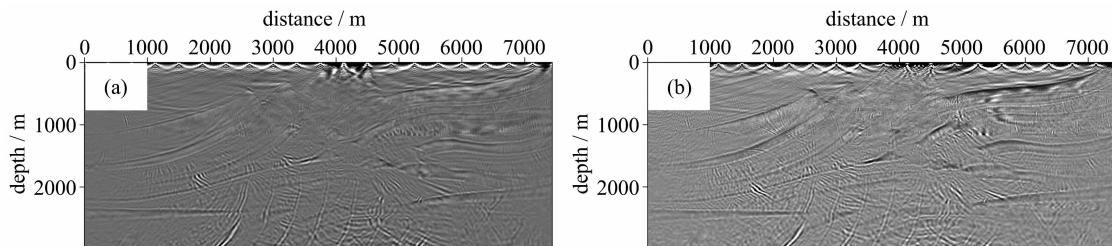


(a) 计算网格为  $596 \times 240$ ,  $\Delta x = \Delta z = 12.5$  m; (b) 计算网格为  $5951 \times 2393$ ,  $\Delta x = \Delta z = 1.25$  m

输入数据共 120 道,  $\Delta g = 62.5$

图 12 广义屏方法计算的地表 3 600 m 处检波点 0.8 s 波场快照

Fig. 12 Receiver snapshots in Marmousi model at 0.8 s obtained by GSP



(a) 计算网格为  $596 \times 240$ ,  $\Delta x = \Delta z = 12.5$  m; (b) 计算网格为  $5951 \times 2393$ ,  $\Delta x = \Delta z = 1.25$  m

每炮输入数据共 120 道,  $\Delta g = 62.5$  m

图 13 Marmousi 模型广义屏偏移 20 炮叠加结果

Fig. 13 20-shots images of Marmousi model obtained by GSP migration

### 3 结论

本文以基于 Padé 近似的广义屏方法为例,分析了不同网格离散方案对频率域波场模拟和偏移成像的影响. 我们根据检波点照明分析、波场数值模拟和偏移成像结果讨论时间步长、空间网格间距和道间距的选取对于获得精确成像的重要性. 数值试算表明,频率域算子依然存在一定的数值稳定性要求. 如果稳定性条件没有满足,数值计算不会像时间域算法那样因发散而溢出. 但是,偏移的结果会出现不可预知的且连续性较好的噪音,可能会影响对构造的解释. 另一方面,当处理稀疏空间采样或空间采样率不足的数据时,常规的没有考虑假频问题的地震道内插如二次插值很难改善偏移结果,但偏移时可以在检点之间的网格点上直接赋零值地震道,以方便使用合适的细网格保证算子的稳定性. 事实上对于稀疏空间采样地震数据,偏移时不必使用太细的计算网格,因为数据的质量才是影响偏移成像的主要因素,获得高密度空间采样的地震数据依然是提高偏移成像质量的最重要途径.

因此,为频率域地震波模拟和成像方法设计计算网格时,需要兼顾算子的数值稳定性、数值频散和道间距以及计算效率等方面的因素. 此外,现有的频率自适应网格算法还考虑到不同频率分量对计算网格的不同要求,采用了计算网格随频率自适应变化的算法,兼顾了低频计算和低频计算,但仍不能完全满足频率域计算的需求,还应同时考虑不同尺度的构造对网格离散的要求. 所以,需要进一步研究计算网格同时随频率和空间构造分布自适应变化的算法.

#### 参考文献(References)

- [1] Boore D M. Finite-difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials [J]. *Methods in Computational Physics*, 1972, 2: 1-36.
- [2] Marfurt K J. Accuracy of finite-difference and finite-element modelling of the scalar and elastic wave-equations[J]. *Geophysics*, 1984, 49(5): 533-549.
- [3] Alford R M, Kelly K R, Boore D M. Accuracy of finite-difference modelling of the acoustic wave equation [J]. *Geophysics*, 1974, 39(6): 834-842.
- [4] Liu Y, Sen M k. A new time-space domain high-order finite-difference method for the acoustic wave equation [J]. *Journal of Computational Physics*, 2009,

222(23): 8 779-8 806.

- [5] Wu R, Wang Y, Luo M. Beamlet migration using local cosine basis [J]. *Geophysics*, 2008, 73(5): S207-S217; doi: 10.1190/1.2969776.
- [6] Xie X, Wu R S. Improve the wide angle accuracy of screen method under large contrast [C]// *Expanded Abstracts, 68th Annual International Meeting, SEG. SEG, 1998: 1811-1814; doi: 10.1190/1.1820283.*
- [7] Wu R S. Wide-angle elastic wave one-way propagation in heterogeneous media and an elastic wave complex screen method [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1994, 99: 751-766.
- [8] Collino F, Joly P. Splitting of operators, alternate directions, and paraxial approximations for the three-dimensional wave equation [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1995, 16: 1 019-1 048.
- [9] Biondi B, Palacharla G. 3-D prestack migration of common azimuth data [J]. *Geophysics*, 1996, 61(6): 1 822-1 832.
- [10] Ristow D, Ruhl T. 3-D implicit finite-difference migration by multiway splitting [J]. *Geophysics*, 1997, 62(2): 554-567.
- [11] Mulder W A, Plessix R E. A comparison between one-way and two-way wave-equation migration [J]. *Geophysics*, 2004, 69(6): 1 491-1 504.
- [12] Madariaga R. Dynamics of an expanding circular fault [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1976, 66(3): 639-666.
- [13] Virieux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity stress finite difference method [J]. *Geophysics*, 1986, 51(4): 889-901.
- [14] Graves R W. Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1996, 86(4): 1 091-1 106.
- [15] Robertsson J O A. A numerical free-surface condition for elastic/viscoelastic finite-difference modelling in the presence of topography [J]. *Geophysics*, 1996, 61(6): 1 921-1 934.
- [16] Bohlen T, Saenger E H. Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modelling of Rayleigh waves [J]. *Geophysics*, 2006, 71(4): T109-T115; doi: 10.1190/1.2213051.
- [17] Saenger E H, Gold N, Shapiro S A. Modelling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid [J]. *Wave Motion*, 2000, 31: 77-92.
- [18] Krüger O S, Saenger E H, Shapiro S A. Scattering and diffraction by a single crack: An accuracy analysis of the rotated staggered grid [J]. *Geophysical Journal*

- International, 2005, 162(1): 25-31.
- [19] Bansal R, Sen M K. Finite-difference modelling of S-wave splitting in anisotropic media [J]. Geophysical Prospecting, 2008, 56(3): 293-312.
- [20] Hustedt B, Operto S, Virieux J. Mixed-grid and staggered-grid finite-difference methods for frequency-domain acoustic wave modelling [J]. Geophysical Journal International, 2004, 157(3): 1 269-1 296.
- [21] Moczo P. Finite-difference technique for SH-waves in 2-D media using irregular grids-application to the seismic response problem [J]. Geophysical Journal International, 1989, 99(2): 321-329.
- [22] Jastram C, Behle A. Acoustic modelling on a grid of vertically varying spacing [J]. Geophysical Prospecting, 1992, 40(2): 157-169.
- [23] Jastram C, Tessmer E. Elastic modelling on a grid with vertically varying spacing [J]. Geophysical Prospecting, 1994, 42(4): 357-370.
- [24] Opršal I, Zahradnik J. Elastic finite-difference method for irregular grids [J]. Geophysics, 1999, 64(1): 240-250.
- [25] Adriano S, Oliveira M. A fourth-order finite-difference method for the acoustic wave equation on irregular grids [J]. Geophysics, 2003, 68(2): 672-676.
- [26] Wang Y, and Schuster G T. Finite-difference variable grid scheme for acoustic and elastic wave equation modelling [C]// Expanded Abstracts, 66th Annual International Meeting, SEG. SEG, 1996: 674-677.
- [27] Hayashi K, Burns D R. Variable grid finite-difference modelling including surface topography [C]// Expanded Abstracts, 69th Annual International Meeting, SEG. SEG, 1999: 523-527.
- [28] Aoi S, Fujiwara H. 3D Finite-difference method using discontinuous grids [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1999, 89: 918-930.
- [29] Hu J, Jia X. Numerical modelling using frequency-adaptive meshes [C]// Expanded Abstract, 82nd Annual International Meeting, SEG. SEG, 2013: 3 401-3 405.
- [30] Mulder W A, Plessix R. E. How to choose a subset of frequencies in frequency domain finite-difference migration [J]. Geophysical Journal International, 2004, 158(3): 801-812.
- [31] Claerbout J F. Toward a unified theory of reflector mapping [J]. Geophysics, 1971, 36(3): 467-481.
- [32] Hou Song, Yin Junjie, Wang Yun. Effect of group interval on seismic migration [J]. Petroleum Geology and Engineering, 2009, 23(4): 32-34.  
侯嵩,尹军杰,王赞. 道间距对地震偏移的影响[J]. 石油地质与工程, 2009, 23(4): 32-34.