

# 大涡模拟研究液态金属在环形管道内的湍流换热

吕逸君, 彭勇升, 葛志浩, 赵平辉

(中国科学技术大学核科学技术学院, 安徽合肥 230027)

**摘要:**使用大涡模拟方法,在雷诺数为  $Re=8\ 900$  和分子普朗特数  $Pr=0.01, 0.026, 0.2, 0.4, 0.71$  条件下对环形管道内的湍流对流换热过程进行数值模拟,计算分析湍流传热场中的平均温度、温度脉动、湍流热通量及湍流普朗特数  $Pr_t$  等物理量. 通过与传统流体 ( $Pr=0.4, 0.71$ ) 的计算结果进行比较,研究了液态金属流体 ( $Pr=0.01, 0.026$ ) 的湍流对流换热特性. 结果表明,液态金属流体湍流换热过程中分子热传导占主导地位,其湍流温度边界层内的线性区变长、对数律区变短甚至消失,温度脉动、湍流热通量变小. 此外,相对于传统流体,液态金属的湍流普朗特数  $Pr_t$  比较大,且对  $Pr$  的变化很敏感.

**关键词:**大涡模拟;液态金属;低分子普朗特数;湍流换热;湍流普朗特数

**中图分类号:**TL331;TL425 **文献标识码:**A **doi:**10.3969/j.issn.0253-2778.2015.11.006

**引用格式:** Lyu Yijun, Peng Yongsheng, Ge Zhihao, et al. Large eddy simulation for the turbulent heat transfer of liquid metal in an annulus[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2015, 45(11): 917-922.

吕逸君, 彭勇升, 葛志浩, 等. 大涡模拟研究液态金属在环形管道内的湍流换热[J]. 中国科学技术大学学报, 2015, 45(11): 917-922.

## Large eddy simulation for the turbulent heat transfer of liquid metal in an annulus

LYU Yijun, PENG Yongsheng, GE Zhihao, ZHAO Pinghui

(School of Nuclear Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** Large eddy simulations (LES) for turbulent heat transfer at different molecular Prandtl numbers ( $Pr=0.01, 0.026, 0.2, 0.4, 0.71$ ) at  $Re=8\ 900$  in an annulus were performed. Several statistics quantities such as time-mean temperature, temperature fluctuation, turbulent heat flux and turbulent Prandtl number were presented and analyzed. The characteristics of turbulent heat transfer of liquid metal ( $Pr=0.01, 0.026$ ) were compared with those of the traditional fluids ( $Pr=0.4, 0.71$ ). The results show that the molecular conduction is the dominant heat transfer mechanism for the liquid metal. The linear law region extends larger while the logarithmic law region becomes shorter and even disappears compared to traditional fluids. With the decrease of  $Pr$ , the temperature fluctuation and turbulent heat flux become smaller. Beside, the turbulent Prandtl number of liquid metal is bigger than that of traditional fluids and is very sensitive to its molecular Prandtl number  $Pr$ .

**收稿日期:**2015-03-19; **修回日期:**2015-05-30

**基金项目:**国家自然科学基金(51006095), 国家教育部青年创新项目(WK2090130019)资助.

**作者简介:**吕逸君,男,1990年生,硕士. 研究方向:反应堆热工水力学. E-mail: lvyj@mail.ustc.edu.cn

**通讯作者:**赵平辉,博士/副教授. E-mail: phzhao@mail.ustc.edu.cn

**Key words:** large eddy simulation; liquid metal; low molecular Prandtl number; turbulent heat transfer; turbulent Prandtl number

## 0 引言

在 20 世纪 50 年代,液态金属就被提出作为核反应堆的冷却剂.而在近年的第 4 代核能系统国际论坛上,有 6 种不同的反应堆被提出作为第 4 代核电站反应堆系统的备选,其中两种,铅合金液态金属冷却快堆和液态钠冷却快堆,采用液态金属作为冷却剂.此外,加速器驱动次临界洁净核能系统(accelerator driven sub-critical system, ADS)选择液态铅铋合金作为冷却剂.由于液态金属具有低分子普朗特数  $Pr$  的特征(液态铅铋合金的  $Pr=0.026$ ,液态钠的  $Pr=0.01$ ),其对流换热特点与常见的流体有较大的不同.因此研究低  $Pr$  数的流体在反应堆堆芯通道的湍流传热特性,对第 4 代核反应堆的研究设计具有十分重要的意义.

受到测量技术的限制,通过实验方法很难精确获得低  $Pr$  数液态金属流体的流场和温度场分布数据,所以目前多采用数值模拟方法研究液态金属的湍流换热特性. Thiele 等<sup>[1]</sup>使用雷诺平均方法(Reynolds average Navier-Stokes, RANS)对液态金属湍流进行模拟,以评估雷诺平均方法在模拟液态金属湍流传热的适用性. Cheng 等使用雷诺平均方法模拟液态金属湍流在圆形管道<sup>[2]</sup>和子通道<sup>[3]</sup>中的流动换热,研究湍流普朗特数( $Pr_t$ )对雷诺平均方法在模拟液态金属流动换热时的影响.由于液态金属的低分子普朗特数( $Pr$ )的特点,对于液态金属湍流传热,雷诺相似假定不成立.雷诺平均方法在模拟液态金属湍流传热的时候受到限制,需要使用更先进的数值模拟方法如大涡模拟(large eddy simulation, LES)来研究液态金属的湍流传热. Bricteux<sup>[4]</sup>使用大涡模拟方法研究了液态金属在平板中温度边界被假定为壁面温度脉动为零的混合边界条件下的流动换热的特性. Duponchee<sup>[5]</sup>使用大涡模拟方法研究了液态金属在平板中混合边界条件下湍流传热的近壁面温度分布特点.

目前大涡模拟还很少用于研究反应堆的冷却过程,本文参考前人的工作,将大涡模拟方法应用于核反应堆堆芯内液态金属流动湍流换热研究.在反应堆堆芯换热研究中,堆芯子通道常简化为环形管道模型<sup>[6]</sup>,所以本文针对环形通道结构来研究.相比前

人<sup>[4-5]</sup>主要研究的平板、圆管,环形管道内的流动更复杂,且更接近于实际的核反应堆堆芯内的流动通道.通过大涡模拟环形管道内的湍流换热过程,可以更好地了解堆芯内液态金属的湍流换热机理.

本文运用大涡模拟方法,在分子  $Pr$  数分别为 0.01, 0.026, 0.2, 0.4, 0.71 的情况下,对湍流在环形管道内的流动换热进行模拟,获得湍流传热的温度、温度脉动、湍流热通量、湍流普朗特数等结果.通过对比不同的分子  $Pr$  数的换热特性,研究低分子  $Pr$  数的液态金属流体的换热特性,为深入了解认识液态金属在堆芯通道的换热机理提供信息,同时也为工程上模拟液态金属流体提供湍流普朗特数的参考.

## 1 几何结构、控制方程以及网格

### 1.1 几何结构

反应堆的堆芯通道为棒束结构,由于棒束内流动通道的对称性,可以把流体在堆芯内的流动子通道简化成为环形通道<sup>[6]</sup>.

本文研究的环形管道的几何结构如图 1 所示,流道几何结构为同心环形管道,内壁面无量纲半径、外壁面无量纲半径分别为 1, 2. 环形管道无量纲长度为 15, 这个长度被 Merzari 等<sup>[7]</sup>证实满足大涡模拟的周期性边界条件要求. 内壁面、外壁面为恒定热流加热面,且内、外壁面热流量满足  $q_i=q_o=q_w$ .

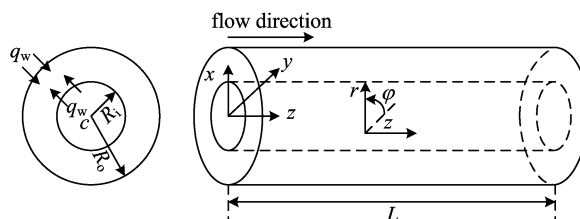


图 1 环形管道结构图

Fig. 1 Sketch of the concentric annular channel

### 1.2 控制方程

常物性不可压缩流体的质量、动量及能量大涡模拟方程如下:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} - \frac{dP_f}{dz} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}^M}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = (\alpha + \alpha_{sgs}) \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3)$$

方程(2)中把压力项分成平均压力梯度项  $-\frac{dP_f}{dz}$  和压力梯度脉动项  $-\frac{\partial P}{\partial x_j}$  两项,在充分发展条件下,平均压力梯度沿流动方向为常数,脉动压力在流动方向满足周期性边界条件.  $\tau_{ij}^M$  为亚格子应力项,使用动态一方程亚格子模型进行模拟.

方程(3)中的温度  $T$  可分为两部分:

$$T = z \frac{dT_w}{dz} - \theta \quad (4)$$

其中当温度场充分发展时,沿流向的壁面温度梯度  $\frac{dT_w}{dz}$  为常数,沿流向  $\theta$  满足周期性边界条件,由于内壁面为恒定热流  $q_w$ ,则:

$$\frac{dT_w}{dz} = \frac{q_w}{\alpha \rho u_m} \cdot \frac{2(R_i + R_o)}{R_o^2 - R_i^2} \quad (5)$$

再对方程(4)中的  $\theta$  使用  $T_r = \frac{q_w}{\rho c_p u_m}$  进行无量纲化,则无量纲温度为

$$\theta^* = \frac{\theta - \theta_w}{T_r} = \frac{T_w - T}{T_r} \quad (6)$$

由方程(4)~(6),能量方程可以改写为

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta^*}{\partial x_j} = u_z \cdot \frac{2(R_i + R_o)}{R_o^2 - R_i^2} + (\alpha + \alpha_{sgs}) \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x_j \partial x_j} \quad (7)$$

控制方程由方程(1),(2),(7)组成,将通过 OpenFoam<sup>[8]</sup> 来实现.

对于数值模拟的边界条件,速度采用无滑移边界条件,温度边界条件采用与现实一致的恒定热流的边界条件.经过推导可以得到如下的无量纲化温度边界条件:

$$\left. \begin{aligned} u_j = 0, \frac{d\theta^*}{dr} &= \frac{u_m Pr}{\nu} \\ r = R_i, r = R_o \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中,  $u_m$  为流体的平均速度,  $\nu$  为流体运动粘度,  $Pr$  为流体的分子普朗特数.

### 1.3 网格及计算条件

在本文中,雷诺数取

$$Re = \frac{u_m D_h}{\nu} = 8900.$$

其中,  $D_h$  为环形管水力直径,  $u_m$  为流向平均速度;流体的分子普朗特数分别取 0.01, 0.026, 0.2, 0.4, 0.71. 网格采用与文献[9]相同的  $97 \times 97 \times 128$  的网

格,其能够满足大涡模拟的计算要求,具体参数如表 1 所列.

表 1 网格参数

Tab. 1 Grid resolutions

$\Delta r^+$	$R_i \Delta \varphi^+$	$R_o \Delta \varphi^+$	$\Delta z^+$
0.25~4.68	16.49	32.99	29.53

【注】  $\Delta r^+ = \Delta r \frac{Re_\tau}{d}$ ,  $r \Delta \varphi^+ = r \Delta \varphi \frac{Re_\tau}{d}$ ,  $\Delta z^+ = \Delta z \frac{Re_\tau}{d}$ .

## 2 模拟结果与分析

### 2.1 结果验证

环形管道为反应堆堆芯通道的简化,其内外壁面换热情形不完全一致,由于内壁面一侧更能体现燃料棒与冷却剂的换热状况,因此本文中采用内壁面参数对湍流场物理量进行无量纲化,主要分析环形管道内壁面一侧的湍流流动换热特性.

图 2 给出了  $Pr = 0.71$  的无量纲化平均温度  $\theta^+ = \frac{T_w - T}{T_r}$  ( $T_r = \frac{q_w}{\rho c_p u_\tau}$ ) 计算结果与壁面函数关系式、文献[10]的直接数值模拟(direct numerical simulation, DNS)计算结果对比.可以看出,本文的大涡模拟结果和湍流温度边界的壁面律符合得很好,与文献[10]的 DNS 结果也符合得很好.

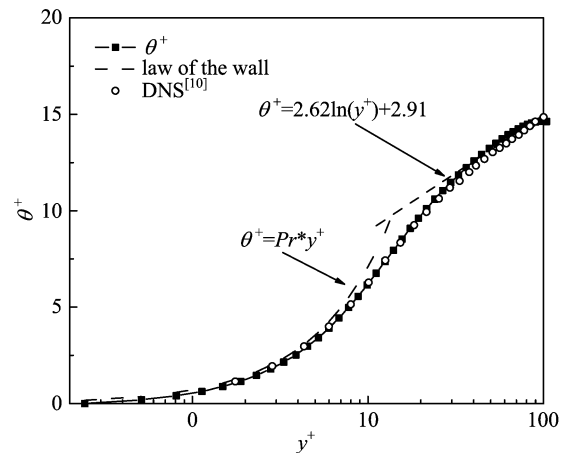


图 2  $Pr = 0.71$  时无量纲化温度  $\theta^+$  随  $y^+$  分布

Fig. 2 Distribution of the dimensionless temperature  $\theta^+$  at  $y^+$

### 2.2 平均温度

图 3 给出了分子普朗特数  $Pr$  分别为 0.01, 0.026, 0.2, 0.4, 0.71 时,管道径向无量纲化平均温度  $\theta^+$  随着  $Pr$  的变化分布.显然随着分子普朗特数  $Pr$  变小,会出现无量纲化平均温度对数区消失的现象(如  $Pr = 0.01, 0.026$  时).图 4 给出了无量纲化

温度的线性区分布. 对于  $\theta^+$ , 其线性区可以表示为  $\theta^+ = Pr \cdot y^+$ . 从图 4 可以看到,  $Pr=0.71$  的线性区大概在  $y^+=7$  附近, 而  $Pr=0.01$  时, 其线性区延长至  $y^+=21$  附近. 这表明随着分子普朗特数  $Pr$  的变小, 其线性区范围将扩大. 所以液态金属流体的湍流热边界层会出现线性区延长、对数区消失的现象.

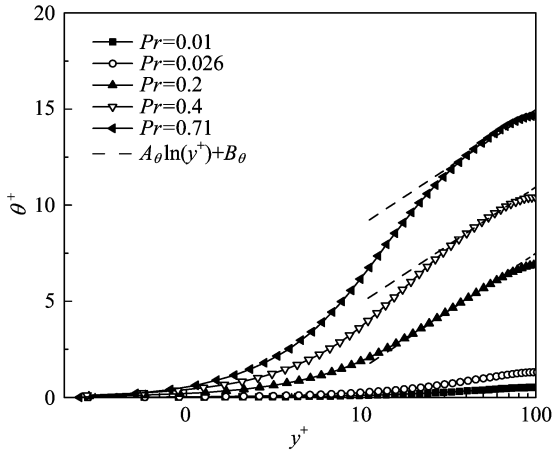


图 3 无量纲化平均温度  $\theta^+$  随着  $Pr$  的变化  
Fig. 3 Comparison of the dimensionless mean temperatures  $\theta^+$  at different  $Pr$

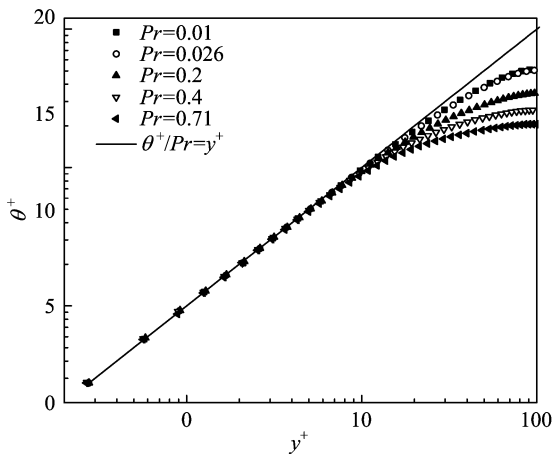


图 4 无量纲化温度  $\theta^+$  的线性区分布  
Fig. 4 Comparison of the linear law regions of the dimensionless temperature  $\theta^+$  at different  $Pr$

### 2.3 温度脉动

图 5 给出了无量纲化温度脉动  $\theta'^+$  随着  $Pr$  的变化. 从图 5 可以看出随着  $Pr$  变小, 温度脉动的峰值变小, 同时温度脉动峰值点的位置会朝着远离壁面方向移动.  $Pr=0.71, 0.4, 0.2, 0.026, 0.01$  时的峰值点分别位于  $y^+=12, 17, 27, 33, 36$ . 对于液态金属, 其温度脉动曲线分布趋于平缓.

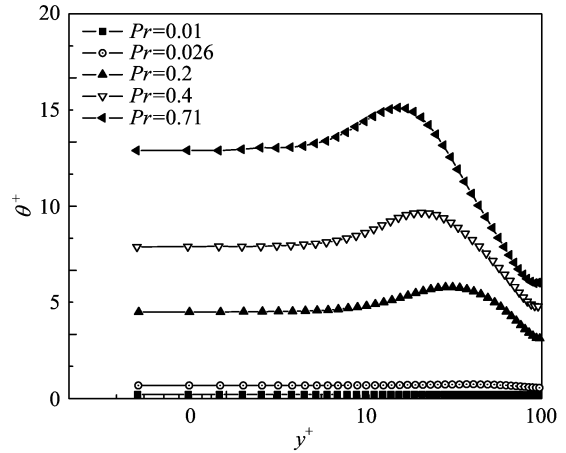


图 5 无量纲化温度脉动  $\theta'^+$  随着  $Pr$  的变化  
Fig. 5 Comparison of the dimensionless temperature fluctuations at different  $Pr$

### 2.4 湍流热通量

图 6、图 7 分别给出了流向  $z$ 、径向  $r$  方向的湍

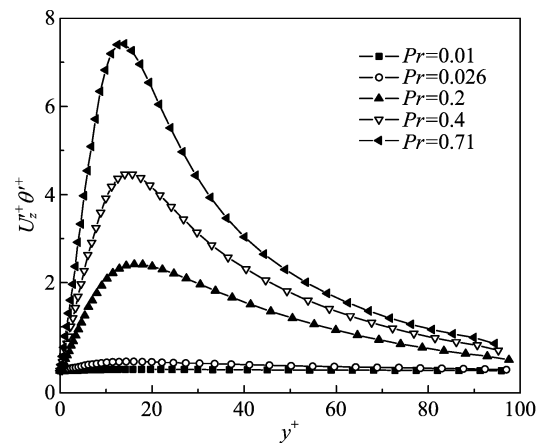


图 6 流向  $z$  方向的湍流热通量  $U_z'+\theta'^+$  随着  $Pr$  的变化  
Fig. 6 Comparison of the streamwise heat flux  $U_z'+\theta'^+$  at different  $Pr$

流热通量随着  $Pr$  变化. 随着  $Pr$  的变小, 其湍流热通量也会变小. 对于流向  $z$  方向的湍流热通量  $U_z'+\theta'^+$ , 其峰值点的位置不会随着分子普朗特数  $Pr$  的变化而变化, 其峰值点位置一直在  $y^+=15$  附近. 而对于径向  $r$  方向的湍流热通量  $U^r\theta'^+$ , 其峰值点的位置对分子普朗特数  $Pr$  的变化十分敏感. 当  $Pr=0.71, 0.4, 0.2, 0.026, 0.01$  时, 其峰值点分别位于  $y^+=29, 33, 37, 46, 50$ . 随着  $Pr$  变小, 其峰值点的位置向远离壁面方向移动. 与传统流体相比, 液态金属的湍流热通量较小, 径向湍流热通量的峰值点位置向着远离壁面方向移动, 但流向湍流热通量峰值点位置不变.

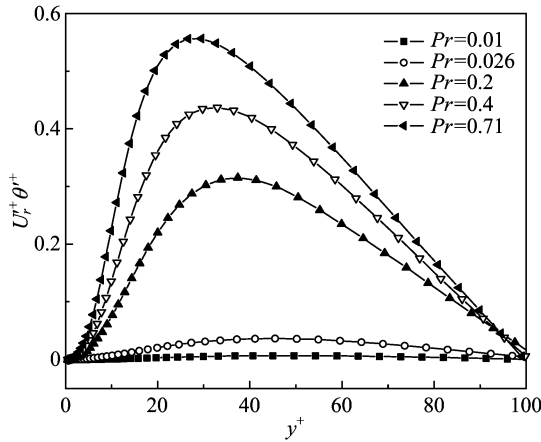


图 7 径向  $r$  方向的湍流热通量  $U_r^+ \theta^+$  随着  $Pr$  的变化  
 Fig. 7 Comparison of the radial heat flux  $U_r^+ \theta^+$  at different  $Pr$

2.5 湍流和分子热扩散系数比值

图 8 给出湍流热扩散率和分子热扩散率的比值  $\alpha_t/\alpha$  随着  $Pr$  的变化. 因为湍流热通量  $q_t^+$  和分子热通量  $q_M^+$  分别为

$$q_t^+ = -\overline{U_r^+ \theta^+} = \frac{\alpha_t}{\nu} \frac{d\overline{\theta^+}}{dy^+},$$

$$q_M^+ = \frac{1}{Pr} \frac{d\overline{\theta^+}}{dy^+} = \frac{\alpha}{\nu} \frac{d\overline{\theta^+}}{dy^+},$$

所以湍流热扩散率和分子热扩散率的比值  $\alpha_t/\alpha$  实际上也代表湍流热通量和分子热通量的比值  $q_t^+/q_M^+$ . 在图 8 中,  $Pr=0.71, 0.4$  时, 大部分区域  $\alpha_t/\alpha < \alpha_t$ . 所以对于传统流体, 在湍流工况下, 其湍流脉动传热占主导地位. 而对于液态金属,  $Pr=0.026$  时,  $\alpha_t/\alpha$  最大值不超过 0.15;  $Pr=0.01$  时,  $\alpha_t/\alpha$  最大值不超过 0.03. 所以液态金属在湍流流动情况下, 换

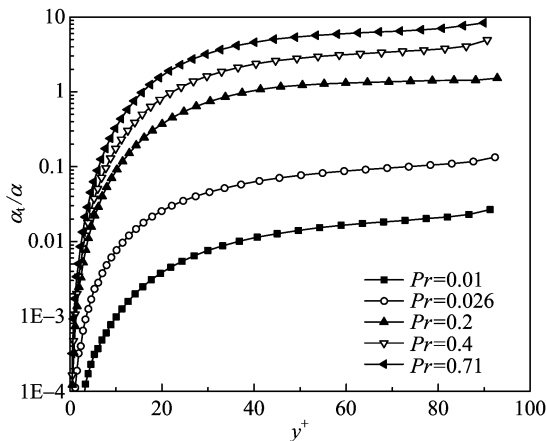


图 8 湍流和分子热扩散率比值  $\alpha_t/\alpha$  随着  $Pr$  的变化  
 Fig. 8 Comparison of the ratios of turbulent diffusivity and thermal diffusivity  $\alpha_t/\alpha$  at different  $Pr$

热以分子热传导为主, 湍流脉动引起的换热较小.

在近壁面区域, 对于热通量, 近似有

$$q_{total}^+ = q_t^+ + q_M^+ = \left( \frac{\alpha_t}{\nu} + \frac{\alpha}{\nu} \right) \frac{d\overline{\theta^+}}{dy^+} \approx 1.$$

在最靠近壁面区域 (即  $y^+$  很小时),  $\alpha_t/\alpha$  很接近于 0. 此时  $\alpha_t \ll \alpha$ , 湍流传热可以忽略,  $q_{total}^+ \approx \frac{\alpha}{\nu} \frac{d\overline{\theta^+}}{dy^+} \approx 1$ , 由此推导出近壁面区域无量纲化平均温度的线性区域表达式为

$$\theta^+ = Pr \cdot y^+.$$

而在相对较远的近壁面区域, 若  $\alpha \ll \alpha_t$ , 湍流传热占主导地位, 此时  $q_{total}^+ \approx \frac{\alpha_t}{\nu} \frac{d\overline{\theta^+}}{dy^+} \approx 1$ , 由此推导出无量纲化温度的对数区表达式为

$$\theta^+ = A_\theta \ln(y^+) + B_\theta.$$

对于传统流体, 随着逐步远离壁面, 其  $\alpha_t/\alpha$  的值可以从 0 增加到相当大 ( $Pr=0.71$ , 在  $y^+=60$  处  $\alpha_t/\alpha=6.10$ ), 这种情况下其无量纲化温度的对数律分布会很明显. 而液态金属 ( $Pr=0.01, 0.026$ ) 的  $\alpha_t/\alpha$  值, 大多数情况下都是很小.  $Pr=0.01$  的  $\alpha_t/\alpha$  值在  $y^+=21$  处, 只有 0.005, 湍流传热起的作用十分小. 因此其线性区的范围会相对传统流体延长到  $y^+=21$ .

2.6 湍流普朗特数  $Pr_t$

在工程计算中, 湍流普朗特数  $Pr_t$  是一个非常重要的参数. 在 Fluent 等 CFD 软件对流体换热使用 RANS 方法进行模拟时, 需要用  $Pr_t$  来求出  $\alpha_t$ , 进而计算湍流温度场.

图 9 给出了  $Pr_t$  随着  $Pr$  的变化图. 随着  $y^+$  增大,  $Pr_t$  先增大到一定程度后, 趋向于平缓. 图 9 中,

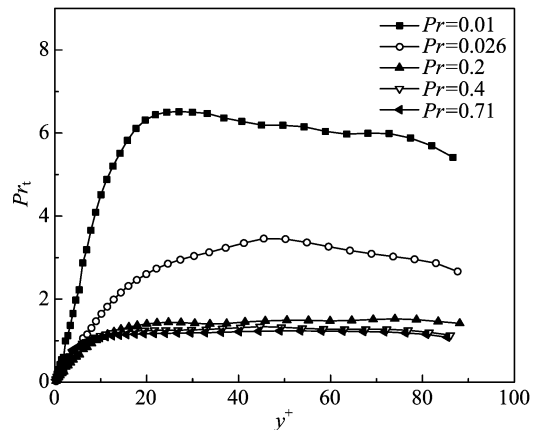


图 9 湍流普朗特数  $Pr_t$  随着  $Pr$  的变化  
 Fig. 9 Comparison of the turbulent Prandtl numbers  $Pr_t$  at different  $Pr$

对于传统流体  $Pr=0.71, 0.4$ , 其  $Pr_t$  两者十分相近, 且在相对远离壁面处趋向于 1.0 左右. 而随着  $Pr$  变小,  $Pr_t$  开始变大. 在  $Pr$  大于 0.2 的范围内, 随着  $Pr$  的变小, 其  $Pr_t$  会稍微变大. 一旦进入分子普朗特数小于 0.2 的范围时, 随着  $Pr$  的变小, 其  $Pr_t$  会快速地变大.  $Pr=0.026$  时, 其  $Pr_t$  趋于 3 附近; 而  $Pr=0.01$  时, 其  $Pr_t$  趋于 6 左右. 所以对于液态金属, 其  $Pr_t$  比传统流体的  $Pr_t$  高很多. 此外液态金属的  $Pr_t$  对于分子普朗特数的变化也十分敏感. 在工程上使用 RANS 数值模拟液态金属的时候, 对于湍流普朗特数的选择需谨慎.

### 3 结论

本文将大涡模拟应用于核反应堆堆芯中的液态金属流动换热研究中, 使用大涡模拟方法对环形管内流动的湍流换热进行数值模拟, 通过与传统流体 ( $Pr=0.4, 0.71$ ) 的湍流换热特性对比, 来研究液态金属流体 ( $Pr=0.01, 0.026$ ) 在堆芯通道的简化模型环形通道中的换热特性, 得到以下结论:

(I) 与传统流体相比, 液态金属流体流动换热特征有很大不同, 液态金属流体在壁面边界层中温度分布会出现线性区延长、对数区消失的现象. 此外, 其温度脉动、流向和径向湍流热通量相对较小, 且温度脉动、径向湍流热通量的峰值点较为远离壁面, 但是流向方向的湍流热通量的峰值点与传统流体一致. 这主要是因为液态金属流体的分子普朗特数的值很小, 即使在湍流工况下, 分子传热也起主导作用, 湍流脉动引起的换热较小.

(II) 在工程计算中常用的重要参数湍流普朗特数  $Pr_t$ , 传统流体在大部分区域内的值接近 1; 而对于液态金属流体, 其  $Pr_t$  比较大, 而且其随分子普朗特数  $Pr$  的变化十分敏感. 在工程上使用 RANS 数值模拟液态金属的时候, 对于湍流普朗特数的选择需谨慎.

综上所述, 大涡模拟方法可以精确求解液态金属湍流换热场中的各种湍流统计量, 下一步将在此基础上结合更多算例分析获得适用于液态金属流体工程计算的湍流换热普朗克数模型或者湍流热通量模型.

#### 参考文献 (References)

[1] Thiele R, Anglart H. Numerical modeling of forced-

convection heat transfer to lead-bismuth eutectic flowing in vertical annuli[J]. Nuclear Engineering and Design, 2013, 254: 111-119.

[2] Cheng X, Tak N. Investigation on turbulent heat transfer to lead-bismuth eutectic flows in circular tubes for nuclear applications[J]. Nuclear Engineering and Design, 2006, 236(4): 385-393.

[3] Cheng X, Tak N. CFD analysis of thermal-hydraulic behavior of heavy liquid metals in sub-channels[J]. Nuclear Engineering and Design, 2006, 236(18): 1874-1885.

[4] Bricteux L, Duponcheel M, Winckelmans G, et al. Direct and large eddy simulation of turbulent heat transfer at very low Prandtl number: Application to lead-bismuth flows [J]. Nuclear Engineering and Design, 2012, 246: 91-97.

[5] Duponcheel M, Bricteux L, Manconi M, et al. Assessment of RANS and improved near-wall modeling for forced convection at low Prandtl numbers based on LES up to  $Re_\tau = 2000$  [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2014, 75: 470-482.

[6] Ma Zaiyong, Qiu Zicheng, Wang Mei, et al. Theoretical analysis of heat transfer for liquid metal through tube bundles[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2011(12): 1478-1483.  
马在勇, 仇子诚, 王美, 等. 液态金属棒束传热的理论分析[J]. 原子能科学技术, 2011, 45(12): 1478-1483.

[7] Merzari E, Ninokata H. Anisotropic turbulence and coherent structures in eccentric annular channels[J]. Flow, Turbulence and Combustion, 2009, 82(1): 93-120.

[8] Weller H G, Tabor G, Jasak H, et al. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques[J]. Computers in Physics, 1998, 12(6): 620-631.

[9] Liu N S, Lu X Y. Large eddy simulation of turbulent concentric annular channel flows [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2004, 45(12): 1317-1338.

[10] Chung S Y, Sung H J. Direct numerical simulation of turbulent concentric annular pipe flow: Part 2: Heat transfer[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2003, 24(3): 399-411.