

数据包络分析(DEA)的交叉效率研究进展与展望

梁 樑, 吴 杰

(中国科学技术大学管理学院, 安徽合肥 230026)

摘要:数据包络分析(DEA)作为效率评价的一种重要方法,受到了越来越多的关注.交叉效率评价方法作为在DEA排序方面行之有效的方法,近年来得到了长足的发展.本文综述了交叉效率三个方面的研究进展:交叉效率不唯一性研究;交叉效率的集结问题;博弈交叉效率研究.最后展望了交叉效率研究的未来.

关键词:数据包络分析(DEA);效率;交叉效率

中图分类号:C934 **文献标识码:**A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2013.11.010

引用格式: Liang Liang, Wu Jie. A retrospective and perspective view on cross efficiency of data envelopment analysis (DEA)[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2013,43(11):941-947.
梁樑,吴杰.数据包络分析(DEA)的交叉效率研究进展与展望[J].中国科学技术大学学报,2013,43(11):941-947.

特
约
评
述

A retrospective and perspective view on cross efficiency of data envelopment analysis (DEA)

LIANG Liang, WU Jie

(School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: As an important method for efficiency evaluation, data envelopment analysis (DEA) has attracted more and more attention. Cross efficiency evaluation method, as an effective method for DEA ranking, has undergone rapid development. Three aspects of the progress in cross efficiency were summarized: its non-uniqueness, aggregation and the study of game cross efficiency. Finally, a discussion was given about what can be expected of studies on cross efficiency in the near future.

Key words: data envelopment analysis (DEA); efficiency; cross efficiency

收稿日期:2013-08-05;修回日期:2013-09-06

基金项目:国家自然科学基金(71121061,71110107024,71222106)资助.

作者简介:梁樑(通讯作者),1962年生,博士/教授,中国科学技术大学博士生导师,教育部长江学者特聘教授,国家杰出青年基金获得者,国家自然科学基金委员会创新研究群体带头人.1991年毕业于东南大学,获系统工程专业博士学位,之后到中国科学技术大学工作.现主持国家自然科学基金委创新研究群体基金和重大国际合作基金项目.主要从事决策分析和供应链管理等方面的研究,近年来在 *Operations Research*, *Journal of Operations Management*, *IEEE Transactions on SMC*, *OMEGA*, *IIE Transactions*, *Naval Research Logistics* 等国际学术期刊上发表学术论文 50 余篇,参与出版英文学术专著 2 部.曾获得国家教育部第六届高等学校科学研究优秀成果一等奖(人文社会科学)、国家教育部自然科学一等奖、省部级科技进步二等奖、省级高等学校优秀科研成果一等奖和亚太国际学术会议最佳理论论文奖,2012 年获得复旦管理学杰出贡献奖.现担任全国 MBA 教学指导委员会委员、国家自然科学基金委管理学部评议组成员以及 5 个国际学术期刊和 5 个国内学术期刊的编委. E-mail: lliang@ustc.edu.cn



0 引言

效率评价在现实生活中是一项非常常见和重要的工作,但是,当被评价系统存在多输入和多输出指标时,评价工作则变得非常困难,尤其当输入和输出指标之间存在复杂的甚至是未知的关系时,评价工作将更加难以进行^[1]. 数据包络分析 (data envelopment analysis, DEA) 作为处理多输入多输出评价问题的一种有效的非参数统计方法,在评价和改进决策单元效率方面受到越来越多的重视. 自 1978 年第一个 DEA 模型——CCR 模型 (以三位 DEA 创立者 Charnes, Cooper 和 Rhodes 的名字首字母命名)^[2] 建立以来,就被认为是一种关于效率评价的新方法,如今,DEA 已经形成了一个数学、经济学、管理科学交叉研究的新领域,并且做了大量奠基性的工作^[3].

DEA 效率评价体系中,评价对象被称之为决策单元 (decision making unit, DMU). 在传统的 DEA 模型 (如 CCR 模型)^[2] 中,决策单元多从自评的角度进行效率评价,各自的效率被定义为自身的输出权重和与自身的输入权重和的比值,每个决策单元通过求解各自的线性规划问题,来确定一组最优输入输出权重使自身的效率值达到最大. 因此,利用传统 DEA 模型进行效率评价和效率排序存在着一定的不足之处^[4]: ① 传统 DEA 效率值只能分辨出决策单元是 DEA 有效还是非有效,即将群体一分为二,不具备对决策单元 (尤其是效率值为 1 的有效单元) 进行分级、排序的能力; ② 用于计算效率值的权系数往往只在对被评价单元最有利 (使其效率值最大) 的特定范围内取值,容易形成夸大长处、回避缺陷、以自评为主的氛围,产生表面上 DEA 有效,但在互评中却处于不利地位的伪有效单元 (false positive units).

由于存在以上的问题,学者们开始对传统 DEA 模型加以适当的改进和完善, Sexton 等^[5] 提出的交叉效率评价方法就是其中一个典型代表. 该方法的主要思想是,利用自互评体系来消除或减轻传统的 DEA 方法中过于依靠自评体系对决策单元进行评价的弊端. 在交叉效率评价过程中,每个决策单元的最终效率值不仅与其自身的最优权重有关,而且还考虑了其他决策单元的最优权重. 较之传统 DEA 模型,交叉效率评价方法存在以下两个主要优点^[5]: ① 能够判断出全局最优的决策单元,从而对所有的

决策单元进行充分排序; ② 能够解决传统 DEA 方法中权系数过于极端和不现实的问题. 因此,交叉效率评价方法在业绩评价和决策单元排序方面都有较为广泛的应用,如柔性制造系统的选择^[6]、研发项目的选择^[7-8]、带偏好投票问题中候选人的排序^[8]、多属性决策问题^[9-12]、基金业绩评价和基金评级^[13]. 其他应用领域可见参考文献^[14-16].

1 数据包络分析方法及交叉效率

假设有 n 个决策单元,每个决策单元消耗 m 种投入并生产 s 种产出,对于第 j 个决策单元 DMU_j ($j=1,2,\dots,n$),记其第 i 种输入和第 r 种输出分别为 x_{ij} ($i=1,\dots,m$) 和 y_{rj} ($r=1,\dots,s$). 对于任意被评价的第 d 个决策单元 DMU_d ,其在 CCR 模型下的效率值 E_{dd} 可以通过求解以下的线性规划问题得到

$$\left. \begin{aligned} E_{dd} &= \max \sum_{r=1}^s u_{rd} y_{rd} / \sum_{i=1}^m v_{id} x_{id} \\ \text{s. t. } &\sum_{r=1}^s u_{rd} y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_{id} x_{ij} \leq 1, j = 1, \dots, n; \\ &v_{id} \geq 0, u_{rd} \geq 0, i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中,变量 v_{id} 与 u_{rd} 分别表示评价 DMU_d 时赋予第 i 种投入与第 r 种产出的权重.

对于上述分式规划 (1),通过经典的 Charnes-Cooper 变换,可得到以下等价形式的线性规划问题:

$$\left. \begin{aligned} \max E_{dd} &= \sum_{r=1}^s \mu_{rd} y_{rd} \\ \text{s. t. } &\sum_{i=1}^m \omega_{id} x_{id} = 1 \\ &\sum_{r=1}^s \mu_{rd} y_{rj} - \sum_{i=1}^m \omega_{id} x_{ij} \leq 0, j = 1, \dots, n; \\ &\mu_{rd}, \omega_{id} \geq 0, r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

记模型 (2) 的最优解为 $(\omega_{id}^*, \mu_{rd}^*)$, 同样地,对于其他决策单元 DMU_j ($j=1,2,\dots,n$),同样可以得到最优解 $(\omega_{ij}^*, \mu_{rj}^*)$. 基于此,定义 DMU_j 利用模型 (2) 中 DMU_d 的最优权重的交叉效率为

$$E_{dj} = \frac{\sum_{r=1}^s \mu_{rd}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^m \omega_{id}^* x_{ij}}, d, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

上述交叉效率值确定过程见表 1 中交叉效率矩阵 E , 其中矩阵中的元素 E_{dj} 是 DMU_j 利用 DMU_d 的权重所获得的交叉效率值, 对角线上的元素表示 $DMU_d (j=1, 2, \dots, n)$ 进行自评时的效率值。

表 1 交叉效率矩阵

Tab. 1 Cross efficiency matrix (CEM)

| 评价 DMU_d | 被评价 DMU_j | | | | |
|------------|-------------|-------------|-------------|-----|-------------|
| | 1 | 2 | 3 | ... | n |
| 1 | E_{11} | E_{12} | E_{13} | ... | E_{1n} |
| 2 | E_{21} | E_{22} | E_{23} | ... | E_{2n} |
| 3 | E_{31} | E_{32} | E_{33} | ... | E_{3n} |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| n | E_{n1} | E_{n2} | E_{n3} | ... | E_{nn} |
| 平均值 | \bar{E}_1 | \bar{E}_2 | \bar{E}_3 | ... | \bar{E}_n |

对于 $DMU_j (j=1, 2, \dots, n)$, 所有 $E_{dj} (d=1, 2, \dots, n)$ 的平均值, 即 $\bar{E}_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj}$ 表示 DMU_j 的交叉效率值。

实际上, 模型(1)的最优权重经常是不唯一的, 因此由模型(2)所得到的交叉效率往往是随意产生的, 不同的计算软件也许会得到不同的交叉效率值^[17]。另外, 在利用平均交叉效率值对 DMU 进行评价时, 依然存在很多缺陷, 比如: ①传统的交叉效率评价方法将所有的交叉效率元素 $E_{dj} (d=1, 2, \dots, n)$ 进行简单的算术平均, 从而使得决策者在进行绩效改进时非常关注的权重信息与交叉效率值之间失去了相应的联系; ②最终的平均交叉效率值并不是帕累托最优的结果, 从而所有的 DMU 均很难接受这样的评价结果, 以至于寻求更为满意的效率评价结果。

2 交叉效率研究进展

2.1 交叉效率不唯一性问题

由于计算交叉效率的最优权重来自于传统 DEA 模型(如 CCR 模型), 所以最优权重往往不唯一, 从而导致相应的交叉效率也经常不唯一。这一弊端严重制约了交叉效率评价方法在实际问题中的应用。

Sexton 等^[5]以及 Doyle 等^[18]通过引入二次目标进而确定一组自评权重来计算交叉效率, 并提出了压它型策略(aggressive strategy)和利众型策略(benevolent strategy)。所谓压它型策略是指, 在

大化被评价单元效率值的同时, 尽可能使其他决策单元的平均交叉效率值最小; 而利众型策略则相反, 该策略要求在最大化被评价单元效率值的同时, 尽可能使其他决策单元的平均交叉效率值最大。通过引入二次目标, 一定程度上可以消除交叉效率不唯一的问题, 但是这种处理方式依然存在不足: 首先, 引入的某些二次目标是非线性的, 从而使计算难以处理^[19]; 其次, 在某些情况下, 引入二次目标之后依然存在多解的情况^[13]; 最后, 在什么情况下运用利众型策略或压它型策略至今没有一个准则, 从而使得在这两种策略之间做出正确选择变得非常困难^[8]。因此, 一种相对完善和有效的解决方法有待研究。

针对这些缺陷, Liang 等^[19]通过引入不同的二次目标函数来拓展 Doyle 等^[18]的模型, 每一个新的二次目标函数代表了不同的效率评价准则, 并且可被应用于不同的现实环境, 并在一定程度上探讨了交叉效率的稳定性与 DEA 模型多解之间的关系。针对 Liang 等^[19]所假定的所有决策单元基准效率均为 1, Wang 等^[20]对非有效决策单元放松了这一假定, 并将其基准效率设定为各自的 CCR 效率值, 进而对之前所提的模型做了进一步拓展。Lim^[21]也提出了类似的想法, 通过将 minimax 和 maximin 函数引入到交叉效率的二次目标中, 从而使得在选择权重时, 尽可能提高表现最差决策单元的效率值, 或者降低表现最好决策单元的效率值, 以达到整体决策单元表现均衡的目标。另外, Örkücü 等^[22]针对交叉效率不唯一性问题, 也提出了三个新的二次目标函数, 所不同的是, 在此基础上所建立的模型多为非线性规划模型, 从而导致求解方面存在诸多困难。在上述研究中, 二次目标函数的确定均是考虑每个决策单元的效率值, 而完全忽视了现实问题(如项目择优选择及投票等问题)中非常注重的决策单元排名问题。基于这样的考虑, Wu 等^[23]提出了一种考虑决策单元排名最优的二次目标函数, 并在此基础上确定了各自的最终交叉效率值。

传统的利众型和排他型两种经典的选择策略往往会得到不同的交叉效率和排序结果, 从而使得决策者在进行选择时感到困惑^[8]。Wang 等^[24]提出了一种中性(neutral)DEA 交叉效率模型以综合上述两种经典的选择策略, 并建议决策单元应更加关注权重是否最有利于被评价的决策单元, 而不是关注如何让其他决策单元的效率值最大化或最小化。由

于 Wang 等^[24]的中性模型只考虑了产出变量的权重约束, Wang 等^[25]对这个模型做了进一步拓展,提出了同时考虑投入和产出权重约束的新模型. 另外, Wang 等^[26]对之前的中性模型做了进一步延伸,研究中构建了两个虚拟的决策单元,即虚拟最好单元和虚拟最差单元,一个决策单元离虚拟最好单元距离越近,并且离虚拟最差单元越远,那么该决策单元越应该被认定为表现好的单元,基于这一原则,该文提出了一系列新的模型.

传统 DEA 模型往往可能会出现极端权重的现象,即某些投入或产出变量的权重非常小甚至为零,而某些变量的权重会非常大,这种极端的非对称权重分布问题直接影响了在此基础上所确定的交叉效率值的可信性,而该问题也得到了众多学者的关注和讨论. Liang, Wu, Wang 以及 Jahanshahloo 等学者^[27-29]提出了各自的所谓权重平衡模型(Weight-balanced model),一定程度上避免了极端权重的出现,也使得效率评价过程中所有的投入和产出变量尽可能发挥同等的作用. Lam^[30]将判别分析法、超效率 DEA 和混合整数线性规划整合到交叉效率模型中,所得到的效率分类结果尽可能和 CCR 分类一致,并且明显减少了零权重出现的数量. 西班牙学者 Ramón 等^[31-32]构建了新的零松弛变量权重约束模型,即先将最有效的决策单元挑选出来并求出它们的公共权重约束变量,再将这个约束变量限制条件应用于所有决策单元的交叉效率计算过程中,从而较好地避免了零权重等极端权重的出现.

2.2 交叉效率的集结问题

在对交叉效率矩阵 E 进行集结以确定各决策单元最终交叉效率值时,传统的方法是将所有的交叉效率值 E_{dj} ($d = 1, 2, \dots, n$) 进行简单的算术平均,即对于 DMU_j ($j = 1, 2, \dots, n$),其交叉效率值为 $\bar{E}_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj}$. 但是在利用这种平均交叉效率值对决策单元进行评价时,存在诸多缺陷:① 由于将所有的交叉效率 E_{dj} ($d = 1, 2, \dots, n$) 进行平均,从而使交叉效率值和权重之间失去了相应的联系,也就不能给决策者提供改进自身效率的权重信息;② 由于每个决策单元提供给其他单元的权重全部或部分是不现实的,这就意味着这种平均交叉效率值并非帕累托最优的结果,并且所有单元均很难接受这样的评价结果,而去寻求比平均交叉效率值更好的结果.

由于这些缺陷的存在,最终交叉效率集结过程中的平均化假设常为学者所诟病,并提出了一系列新的交叉效率集结方法.

Wu 等^[33]放松了最终确定交叉效率值时的平均化假设,结合合作博弈理论,将需要作评价的各决策单元视为合作博弈的局中人,并定义了包含所有局中人在内的联盟博弈及各种子联盟的特征函数值,在分析各种联盟博弈解优劣的基础上,通过计算该合作博弈中各局中人的 Shapley 值,从而得到各决策单元在交叉效率集结过程中的权重. Wu 等^[34-35]通过引入信息论中熵的概念,将交叉效率矩阵转化为熵矩阵,通过建立相应的熵决策模型,在它评值的熵和自评值的熵距离尽可能小的目标下,得到一组熵权重以集结出最终的交叉效率值. 考虑到交叉效率矩阵 E 中各元素在集结过程中重要性的不同, Wang 等^[36]从差异性 & 偏离度等方面出发,分别提出了三种不同方法以确定各交叉效率元素的相对重要性权重. Angiz 等^[37]则提出了一种新的集结方案,该方案首先将交叉效率矩阵转化为对应的排名次序矩阵,在此基础上提出次序优先模型以得到交叉效率集结权重并确定最终的交叉效率值.

考虑到集结过程中经常存在的决策者主观偏好问题, Yang 等^[38]利用随机多属性可接受度分析方法(stochastic multicriteria acceptability analysis, SMAA),通过引入可接受度指标以完成最终的交叉效率集结过程; Wang 等^[39]通过引入不同的 OWA(ordered weighted averaging)算子以反映决策者主观偏好并确定最终的交叉效率集结权重;而 Yang 等^[40]则将证据推理方法(ER)引入到交叉效率的集结工作中,通过将交叉效率矩阵视为相互独立的证据,再利用 ER 证据进行集结.

2.3 博弈交叉效率研究

在许多 DEA 应用问题中,各决策单元之间存在着直接或间接的竞争关系. 如在一个组织中,由不同部门提交的研发项目提案可以被看作决策单元,并可以对其进行 DEA 分析,这些提案的目的是为了竞争有限的资金;在带偏好投票问题中,每个候选人可以被看作是决策单元,很明显,每个候选人之间存在着竞争. 传统的交叉效率评价方法很难处理上述各决策单元之间存在竞争关系的情形. 为此, Liang 等^[41]引入非合作博弈理论,将传统的 DEA 交叉效率模型拓展到 DEA 博弈交叉效率模型,以进

一步优化传统交叉效率评价结果.

假设各决策单元(DMU)为博弈局中人,各局中人以交叉效率值为博弈收益值. 设 DMU_d 的初始交叉效率值(在后续的算法中常设定为传统交叉效率值)为 α_d ,在不降低 α_d 的条件下,其他局中人(如 DMU_j)努力最大化自身效率值,即考虑如下的博弈交叉效率模型:

$$\left. \begin{aligned} & \max \sum_{r=1}^s \mu_{rj}^d y_{rj} \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^m \omega_{ij}^d x_{il} - \sum_{r=1}^s \mu_{rj}^d y_{rl} \geq 0, l = 1, \dots, n; \\ & \sum_{i=1}^m \omega_{ij}^d x_{id} = 1; \\ & \alpha_d \sum_{i=1}^m \omega_{ij}^d x_{id} - \sum_{r=1}^s \mu_{rj}^d y_{rd} \leq 0; \\ & \omega_{ij}^d \geq 0, i = 1, \dots, m; \\ & \mu_{rj}^d \geq 0, r = 1, \dots, s \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对于任意 DMU_j ,通过求解 n 次上述博弈交叉效率模型,可以得到 DMU_j 相对于所有 DMU_d 的最优交叉效率值.

事实上,博弈交叉效率模型不仅能有效克服传统交叉效率多重解的问题,而且使所有决策单元能够同时实现交叉效率值的最优化,极大地推广了 Doyle 等^[18]的模型.在此基础上,Liang 等^[41]设计了算法以确定最终的博弈交叉效率值,并证明了所提算法具有的收敛性.尤其重要的是,文中证明了基于所提算法得到的博弈交叉效率值与博弈论中的 Nash 均衡存在等价性,从而使得评价结果拥有更加丰富的经济意义和管理启示,也进一步推动了交叉效率评价方法在现实问题中的应用.

在 Liang 等^[41]的研究基础上,Wu 等^[42]构建了规模收益可变情形下的博弈交叉效率模型,以保证在此情形下产生非负的交叉效率评价结果,并应用于夏季奥运会参赛国奖牌榜排序问题.实证结果显示,各参赛国的博弈交叉效率评价结果能有效区分不同产出(即各种奖牌数)间的重要程度,从而与产出保证域模型有着异曲同工之效.

3 研究展望

DEA 作为适于处理多输入多输出问题的一种非参数评价方法,由于不需要假设输入输出之间存在明确的函数形式,在诸多领域被认为是一种有效

的评价工具.在进行 DEA 效率排序时,交叉效率评价方法利用自互评体系以消除(减轻)传统 DEA 方法中单纯依靠自评体系进行决策单元评价的弊端,从而能够判断出全局最优的决策单元以达到对所有决策单元进行充分排序的目的.虽然交叉效率研究已取得诸多进展,交叉效率评价方法在业绩评价和排序等方面也得到了较为广泛的应用,但不可否认的是,交叉效率研究在未来依然存在一定的挑战,在更为广泛的应用层面上,也存在着一些亟待解决的关键问题,主要包括:

(I) 交叉效率评价方法的优越性缺乏定量研究.较之传统 DEA 方法(如 CCR 模型),交叉效率评价方法存在一定的优势,但现有研究涉及该方法所存在的优越性时都只是做了定性描述,如果能够通过统计检验方法或者仿真技术得到上述优越性的定量研究结果,将会使交叉效率所存在的优越性更加可信和具有说服力.

(II) 复杂博弈情境下的交叉效率研究.现有的基于博弈的交叉效率研究中,决策单元间的关系要么是竞争关系,要么是合作关系,但两者的结合研究极为匮乏.而现实问题是,随着决策单元内部结构越来越复杂,决策单元间的竞争与合作往往同时存在,如何在博弈框架下(同时包括合作博弈与非合作博弈)研究该问题依然是重要挑战.

(III) 交叉效率的动态分析依然是空白.随着现实生活中决策单元间关系日益复杂,竞争激烈程度也日益加剧,传统交叉效率的静态分析将难以提供高质量的决策参考,因此,基于特定情境,将动态博弈理论等分析工具和方法纳入交叉效率分析框架,以进一步拓展交叉效率研究空白,无疑是值得尝试的研究方向.

(IV) 博弈交叉效率研究缺乏经济和管理含义的解释.虽然博弈交叉效率研究考虑了均衡解所具有的一些性质,但该均衡解背后所蕴含的经济与管理含义仍不太清晰,尤其是混合均衡解的存在性及其对应的含义分析依然有待研究,并有可能对基于效率评价和效率改进等管理措施的拟定产生重大影响.

参考文献(References)

- [1] Zhu J. Quantitative Models for performance Evaluation and benchmarking: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets and DEA Excel Solver [M]. Boston:

- Kluwer Academic Publishers, 2003; 246-252.
- [2] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units [J]. *European Journal of Operational Research*, 1978, 2: 429-444.
- [3] 魏权龄. 数据包络分析[M]. 北京:科学出版社,2004; 124-128.
- [4] Adler N, Friedman L, Sinuany S Z. Review of ranking methods in the data envelopment analysis context [J]. *European Journal of Operational Research*, 2002, 140: 249-265.
- [5] Sexton T R, Silkman R H, Hogan A J. Data envelopment analysis: Critique and extensions [J]. *New Directions for Program Evaluation*, 1986 (32): 73-105.
- [6] Shang J, Sueyoshi T. A unified framework for the selection of a flexible manufacturing system [J]. *European Journal of Operational Research*, 1995, 85: 297-315.
- [7] Oral M, Kettani O, Lang P. A methodology for collective evaluation and selection of industrial R&D projects [J]. *Management Science*, 1991, 37: 871-885.
- [8] Green R H, Doyle J R, Cook W D. Preference voting and project ranking using DEA and cross-evaluation [J]. *European Journal of Operational Research*, 1996, 90: 461-472.
- [9] Doyle J R. Multiattribute choice for the lazy decision maker: Let the alternatives decide [J]. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 1995, 62: 87-100.
- [10] Green R H, Doyle J R. On maximizing discrimination in multiple criteria decision making [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1995, 46: 192-204.
- [11] Sarkis J. A comparative analysis of DEA as a discrete alternative multiple criteria decision tool [J]. *European Journal of Operational Research*, 2000, 123: 543-557.
- [12] Mavrotas G, Trifillis P. Multicriteria decision analysis with minimum information: Combining DEA with MAVT [J]. *Computers and Operations Research*, 2006, 33: 2 083-2 098.
- [13] Gregoriou G N, Sedzro K, Zhu J. Hedge fund performance appraisal using data envelopment analysis [J]. *European Journal of Operational Research*, 2005, 164: 555-571.
- [14] Sarkis J, Talluri S. Performance based clustering for benchmarking of US airports [J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2004, 38: 329-346.
- [15] Chen T. An assessment of technical efficiency and cross efficiency in Taiwan's electricity distribution sector [J]. *European Journal of Operational Research*, 2002, 137: 421-433.
- [16] Ertay T, Ruan D. Data envelopment analysis decision model for optimal operator allocation in CMS [J]. *European Journal of Operational Research*, 2005, 164: 800-810.
- [17] Despotis D K. Improving the discriminating power of DEA: Focus on globally efficient units [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2002, 53: 314-323.
- [18] Doyle J, Green R. Efficiency and cross efficiency in DEA: Derivations, meanings and the uses [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1994, 45: 567-578.
- [19] Liang L, Wu J, Cook W D, et al. Alternative secondary goals in DEA cross efficiency evaluation [J]. *International Journal of Production Economics*, 2008, 113: 1 025-1 030.
- [20] Wang Y M, Chin K S. Some alternative models for DEA cross-efficiency evaluation [J]. *International Journal of Production Economics*, 2010, 128: 332-338.
- [21] Lim S. Minimax and maximin formulations of cross-efficiency in DEA [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2012, 62: 726-731.
- [22] Örcücü H H, Bal H. Goal programming approaches for data envelopment analysis cross efficiency evaluation [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 218: 346-356.
- [23] Wu J, Liang L, Zha Y, et al. Determination of cross-efficiency under the principle of rank priority in cross-evaluation [J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36: 4 826-4 829.
- [24] Wang Y M, Chin K S. A neutral DEA model for cross-efficiency evaluation and its extension [J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37: 3 666-3 675.
- [25] Wang Y M, Chin K S, Jiang P. Weight determination in the cross-efficiency evaluation [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2011, 61: 497-502.
- [26] Wang Y M, Chin K S, Luo Y. Cross-efficiency evaluation based on ideal and anti-ideal decision making units [J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38: 10 312-10 319.
- [27] Wu J, Sun J S, Liang L. Cross efficiency evaluation method based on weight-balanced data envelopment analysis model [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2012, 63: 513-519.
- [28] Wang Y M, Chin K S, Wang S. DEA models for minimizing weight disparity in cross-efficiency

- evaluation [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2012, 63: 1 079-1 088.
- [29] Jahanshahloo G R, Hosseinzadeh Lotfi F, Jafari Y, et al. Selecting symmetric weights as a secondary goal in DEA cross-efficiency evaluation [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35: 544-549.
- [30] Lam K F. In the determination of weight sets to compute cross-efficiency ratios in DEA [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2010, 61: 134-143.
- [31] Ramón N, Ruiz J L, Sirvent I. On the choice of weights profiles in cross-efficiency evaluations [J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 207: 1 564-1 572.
- [32] Ramón N, Ruiz J L, Sirvent I. Reducing differences between profiles of weights: A “peer-restricted” cross-efficiency evaluation [J]. *Omega*, 2011, 39: 634-641.
- [33] Wu J, Liang L, Yang F. Determination of the weights for the ultimate cross efficiency using Shapley value in cooperative game [J]. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36: 872-876.
- [34] Wu J, Sun J S, Liang L. DEA cross-efficiency aggregation method based upon Shannon entropy [J]. *International Journal of Production Research*, 2012, 50: 6 726-6 736.
- [35] Wu J, Sun J S, Liang L, et al. Determination of weights for ultimate cross efficiency using Shannon entropy [J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38: 5 162-5 165.
- [36] Wang Y M, Wang S. Approaches to determining the relative importance weights for cross-efficiency aggregation in data envelopment analysis [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2013, 64: 60-69.
- [37] Zerafat Angiz M, Mustafa A, Kamali M J. Cross-ranking of decision making units in data envelopment analysis [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37: 398-405.
- [38] Yang F, Ang S, Xia Q, Yang C C. Ranking DMUs by using interval DEA cross efficiency matrix with acceptability analysis [J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 223: 483-488.
- [39] Wang Y M, Chin K S. The use of OWA operator weights for cross-efficiency aggregation [J]. *Omega*, 2011, 39: 493-503.
- [40] Yang G L, Yang J B, Liu W B, et al. Cross-efficiency aggregation in DEA models using the evidential-reasoning approach [J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 231: 393-404.
- [41] Liang L, Wu J, Cook W D, et al. The DEA game cross-efficiency model and its Nash equilibrium [J]. *Operations Research*, 2008, 56: 1 278-1 288.
- [42] Wu J, Liang L, Chen Y. DEA game cross-efficiency approach to Olympic rankings [J]. *Omega*, 2009, 37: 909-918.