

断层轮廓的双三次非均匀 B 样条曲面重构

王 瑜¹, 郑津津¹, 周洪军², 沈连娟¹

(1. 中国科学技术大学精密机械与精密仪器系, 安徽合肥 230027; 2. 中国科学技术大学国家同步辐射实验室, 安徽合肥 230029)

摘要:针对断层图像数据, 提出了一种曲面重构的方法. 依据曲率特征首先提取各层特征点, 对其重采样使每行(列)获得统一的采样点数; 再对采样点插值得到非均匀双三次 B 样条曲面; 最后, 在一定控制精度下对曲面依据距离特征进行节点插入, 通过最小二乘逼近法算出新的控制顶点, 从而得到误差在容许范围内的逼近曲面. 根据断层轮廓的特点, 本算法综合运用了周期 B 样条和非周期 B 样条, 讨论了封闭曲面和非封闭曲面的计算方法. 另外插值和逼近的结合应用使该算法更快速、实用.

关键词:非均匀 B 样条曲面; 插值; 逼近; 特征点; 节点插入; 迭代

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2011.05.002

AMS Subject Classification (2000): 68U07

Bi-cubic non-uniform B-spline surface reconstruction for slice contours

WANG Yu¹, ZHENG Jinjin¹, ZHOU Hongjun², SHEN Lianguan¹

(1. Department of Precision Machinery and Precision Instrumentation,
University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;

2. National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China)

Abstract: A surface reconstruction method from the slice contours was proposed. First, feature points were extracted based on curvature feature, and they were resampled in order to get a unification of sampling points in each line (column). Then, the sampling points were interpolated to get a bi-cubic non-uniform B-spline surface. Finally, nodes were inserted on the surface based on distance feature at a certain control accuracy, and the new control points through the least-squares approximation method were calculated to get approximate surface within the permissible range error. Based on the characteristics of slice contours, B-spline cycle and non-cycle B-spline combined, and the calculation of closed and non-closed surface was discussed. It was found that the combination of interpolation and approximation makes the algorithm more rapid and practical.

Key words: non-uniform B-spline surfaces; interpolation; approximation; feature points; knot insertion; iterative

收稿日期: 2008-09-16; 修回日期: 2009-01-20

基金项目: 国家自然科学基金(10575097), 中国科学院“百人计划”, 国家重点基础研究发展(973)计划(2006CB303102), 高等学校博士学科点科研专项基金(20060358050), 111 引智工程项目(B07033)资助.

作者简介: 王瑜, 女, 1982 年生, 博士. 研究方向: 图像处理. E-mail: kathy@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 郑津津, 博士/教授. E-mail: jjzheng@ustc.edu.cn

0 引言

从平行层面的轮廓线重构物体的 3D 曲面是科学计算可视化的主要内容之一,在医学可视化、生物、地质、无损探伤、地下结构监测等领域都有广泛应用.其目的在于寻找某种数学描述形式,精确、简洁地描述一个给定的物理曲面的形状,并以此为依据对曲面本身进行分析、计算、修改和绘制. B 样条由于具有表示和设计自由曲线曲面的强大功能,是一种统一、通用、有效的标准算法,具有直观性、凸包性、局部性、连续性与光滑性等优点,因此在曲面重构中被广泛采用^[1].

国内外学者对 B 样条曲面拟合技术进行了大量的研究.文献[2-6]对单张 B 样条曲面逼近中数据自适应压缩、散乱点数据参数化及优化、非矩形拓扑域数据曲面逼近等技术进行了研究和讨论. Milroy 等给出了已知数据点反算 B 样条曲面的方法^[7].肖铁军等提出了一种提高逼近精度方法,并且讨论了其有效性和稳定性,然而对其计算量及速度没有考虑^[8]. Woodward 提出了基于蒙皮的 B 样条曲线曲面插值方法,这种方法需要交互操作^[9]. Rgoers 等提出了约束 B 样条曲面逼近的方法,使用最小二乘原理和一阶泰勒展开分别来逼近数据点和对数据点进行迭代,生成符合精度要求的逼近曲面^[10]. Park 等提出了使用最小二乘原理和二分法生成符合一定精度要求的最少控制顶点的曲面算法^[11].文献[12]提出了一种迭代最近点的截面数据的曲面拟合算法.

以上可以看出,目前的曲面重构方法主要为逼近和插值两种^[13-15].插值算法简洁,但需要大量采点以满足精度要求,因此生成的曲面效率较低.逼近拟合曲面不需要以所有采样点作为数据点,只是要求满足给定误差,但算法费时,计算量大.一般的医学断层轮廓是由多个断层上的封闭轮廓所组成的,且每层上的轮廓线由大量离散点组成,因此数据点数量巨大.综合以上因素,本文采用插值和逼近相结合的思想.相对于传统的单独插值与单独逼近算法,此算法减少了计算量,提高了曲面重构的效率,拟合效果更佳.

1 预处理

1.1 断层轮廓数据的获取

断层轮廓图像的数据来源,如 CT、MRI 等,通

过图像增强降低噪声影响和提高图像对比度,再用边缘检测分割出不同的目标组织,最后通过 B 样条插值和边界跟踪得到构成连续封闭轮廓线的数据点集^[16].图 1 给出了人膝盖 CT 断层图像和获取到的轮廓线.

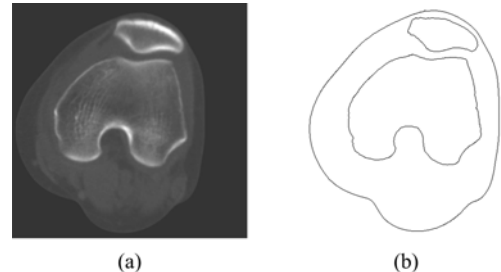


图 1 人膝盖 CT 断层图像和轮廓线提取
Fig. 1 CT slice images and contour extraction of human knee

1.2 特征采样点的确定

根据获取的断层轮廓的特点,每层轮廓的轮廓线是由一系列连续排列的离散点组成的,对离散点组成的图形来说,各点的曲率是无法预知的^[16-17].为了解决这一问题,本文根据内角的大小可以反映曲率变化的规律,采用内角近似代替曲率的方法.且为了减小图像数字化及噪声的影响,设定了步长.求取给定步长范围内的内角余弦,当其值小于某个数时,即可认为是候选特征点.再对连续表示同一特征的多个候选特征点,通过非最小抑制真正的特征点.

用 B 样条重构曲面时,一般需要对轮廓线进行相容性处理,即所有轮廓线具有相同的节点矢量和相同的控制点数^[13].然而,对断层轮廓来说,虽然相邻轮廓曲线之间具有一定的几何相似性,但由于不同轮廓线的几何尺寸和特征不尽相同,因此根据曲率特征得到的特征点数目可能会有所不同;且由于不同轮廓的起始点的位置不同等因素,可能会在构造曲面的过程中造成曲面的扭曲.因此,需要结合其他各层轮廓对其进行重采样并对轮廓线作转正处理,使得采样点的个数在行方向和列方向上都相等并且一一对应.

由于每个轮廓线上的点都是紧密排列,所以数量众多,用最短距离的方法寻求最接近的轮廓起始点需要计算的距离太多,计算量大.本文采用公共斜率搜索法进行重采样,如图 2 所示.寻找过程如下:

Step 1 计算出每个轮廓线的几何中心 c_i .

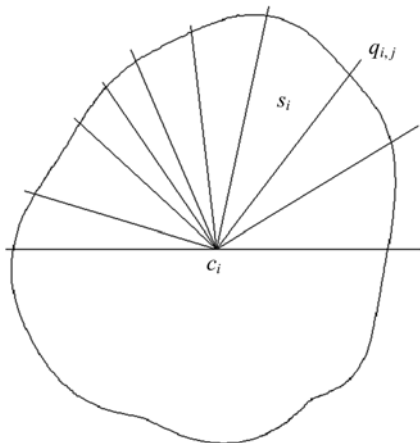


图 2 最近点求取

Fig. 2 Calculation of the nearest point

Step 2 对每个轮廓,以中心点所在水平线为分界线,分两部分,计算并存储每层特征点与中心点连线的斜率,并对所有斜率进行排序得到公共斜率 s_i .

Step 3 根据公共斜率 s_i ,按顺序对每个轮廓进行重采样,这样得到的采样点数目相同,并且一一对应,同时解决了轮廓线转正和相容的问题.得到的采样点可表示为 $q_{i,j}$ ($i=0,1,\dots,m-1; j=0,1,\dots,n-1$).

2 B 样条曲面插值

给定 $M \times N$ 个控制顶点 $d_{i,j}$ ($i=0,1,\dots,M; j=0,1,\dots,N$) 的阵列,构成一张控制网格.又分别给定参数 u 与 v 的次数 k 与 l ,和两个节点矢量 $\mathbf{U}=[u_0, u_1, \dots, u_{M+k+1}]$ 与 $\mathbf{V}=[v_0, v_1, \dots, v_{N+l+1}]$.就定义了一张 $k \times l$ 次 B 样条曲面.其方程为

$$p(u, v) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} d_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v), \quad (1)$$

$$u_k \leq u \leq u_M, v_l \leq v \leq v_N.$$

式中, B 样条基函数 $N_{i,k}(u), N_{j,l}(v)$ 分别由节点矢量 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 按 de Boor-Cox 递推公式决定.对于节点矢量 \mathbf{U}, \mathbf{V} ,若参数节点 u_i, v_i 分布不均匀,称 $p(u, v)$ 为非均匀 B 样条曲面.对于开曲线(v 方向)来说,三次 B 样条曲线在节点处是 C^2 连续的,对闭曲线(u 方向)来说,周期三次 B 样条曲线在节点处是 C^0 连续的.为了满足描述轮廓曲面的要求,本文采用 C^0 连续的双三次非均匀 B 样条曲面作为逼近曲面,即 $k=l=3$ ^[18].

2.1 参数化与节点矢量的选择

2.1.1 参数化

对于陡弯程度不是很大的曲线曲面,通常采用累积弦长参数化方法^[12],其计算公式为

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= 0, \\ t_i &= t_{i-1} + \|Q_i - Q_{i-1}\| / \sum_{j=1}^s (Q_j - Q_{j-1}), \\ i &= 1, 2, \dots, s. \end{aligned} \right\} (2)$$

2.1.2 节点矢量的选择

根据医学组织断层轮廓数据半封闭的特点,在 u 方向按周期 B 样条闭曲线, v 方向按 B 样条开曲线处理.为了在 u 参数方向上构造 C^2 连续的周期闭曲面,需要每层都增加一个数据点,使首末数据点相重,见式(3).因此由节 1.2 确定的数据点 q 的个数增加到 $(m+1) \times n$.

$$q_{m,j} = q_{0,j}, \quad j = 0, 1, \dots, n-1. \quad (3)$$

曲面的两个参数方向的节点矢量由数据点的参数化确定.首先沿 u 参数方向对每列(j 为列数, $j=0, 1, \dots, n-1$)取周期固支条件及规范定义域 $u_{i,j} \in [u_{6,j}, u_{m+3,j}] = [0, 1]$.于是有

$$u_{0,j} = u_{m,j} - 1, \quad u_{1,j} = u_{m+1,j} - 1,$$

$$u_{2,j} = u_{m+2,j} - 1, \quad u_{3,j} = 0,$$

$$u_{m+3,j} = 1, \quad u_{m+4,j} = u_{4,j} + 1,$$

$$u_{m+5,j} = u_{6,j} + 1, \quad u_{m+6,j} = u_{6,j} + 1$$
^[19].

对数据点 $q_{i,j}$ ($i=0, 1, \dots, m$) 的每列按式(2)取规范累积弦长参数化得参数值序列 $u'_{i,j}$ ($i=0, 1, \dots, m$).相应得定义域内节点值为 $u_{4+3,j} = u'_{i,j}$ ($i=0, 1, \dots, m$).如上得到 U_j .同理, v 参数方向对每层(i 为层数, $i=0, 1, \dots, m$)定义域内节点值确定如上.定义域外节点值为

$$v_{i,0} = v_{i,1} = v_{i,2} = v_{i,3} = 0,$$

$$v_{i,n+2} = v_{i,n+3} = v_{i,n+4} = v_{i,n+5} = 1$$
^[18].

即得到 V_i .分别对 U_j, V_i 中同下标的节点取算术平均值得到统一的节点矢量 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} .图 3 和 4 分别表示 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 的节点矢量分布情况,其中,

$$l_i = \|Q_i - Q_{i-1}\| / \sum_{j=1}^s (Q_j - Q_{j-1}).$$

2.2 控制顶点反算

利用 B 样条曲面的性质,可以将曲面反算问题化解为一系列曲线反算问题.即可先计算曲面上的截面曲线的控制顶点.再将这些控制顶点看作位于各条控制曲线上的数据点,就可反算出各条控制曲线的控制顶点,那就是所要求的插值曲面的控制顶点^[18].

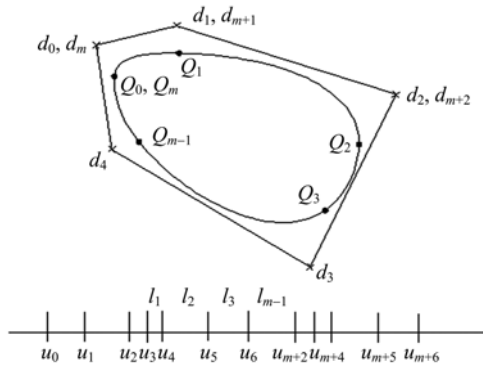


图 3 周期 B 样条控制顶点和节点矢量

Fig. 3 The control point and node vector of cycle B-spline

具体操作:在行方向反算控制顶点时,加入周期边界条件: $d_0 = d_m, d_1 = d_{m+1}, d_2 = d_{m+2}$,见式(4).

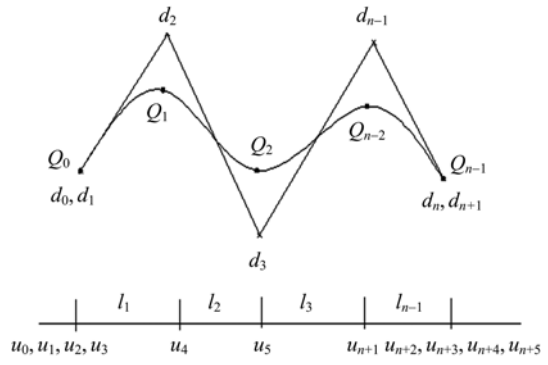


图 4 非周期 B 样条控制顶点和节点矢量

Fig. 4 The control point and node vector of non-cycle B-spline

列方向反算控制顶点时,端点处加入二重控制顶点条件: $d_0 = d_1, d_n = d_{n+1}$,见式(5).

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 & 0 \\ a_0 & b_0 & c_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & b_1 & c_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{m-1} & b_{m-1} & c_{m-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_m \\ d_{m+1} \\ d_{m+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ e_0 \\ e_1 \\ \vdots \\ e_{m-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & b_0 & c_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & b_1 & c_1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \\ d_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ e_0 \\ e_1 \\ \vdots \\ e_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式中,

$$\begin{aligned} \Delta_i &= u_{i+1} - u_i, \\ a_i &= \frac{(\Delta_{i+3})^2}{\Delta_{i+1} + \Delta_{i+2} + \Delta_{i+3}}, \\ b_i &= \frac{\Delta_{i+3}(\Delta_{i+1} + \Delta_{i+2})}{\Delta_{i+1} + \Delta_{i+2} + \Delta_{i+3}} + \frac{\Delta_{i+2}(\Delta_{i+3} + \Delta_{i+4})}{\Delta_{i+2} + \Delta_{i+3} + \Delta_{i+4}}, \\ c_i &= \frac{(\Delta_{i+2})^2}{\Delta_{i+2} + \Delta_{i+3} + \Delta_{i+4}}, \\ e_i &= (\Delta_{i+2} + \Delta_{i+3})q_i. \end{aligned}$$

图 3 和 4 分别表示周期 B 样条和非周期二重 B 样条反算控制顶点的结果,由采样点作为数据点插值得到的 B 样条曲面为初始曲面.

3 B 样条曲面逼近

一般情况下,逼近可以在一定控制误差内有效

地减少数据量,就可以得到满足精度要求的曲面.在数据点比较多的情况下,逼近可以大大地减少数据的体积.然而要获得一定控制误差条件下的、满足所有轮廓线精度的最少控制点数目和对应的节点矢量是一个复杂且费时的过程.本文先通过对特征采样点的插值得到初始曲面,再以初始曲面为基础,通过插入节点调整节点矢量,利用最小二乘逼近法求出最佳曲面,迭代计算直到得到符合要求的曲面,该过程减少了逼近迭代的次数,提高了效率.

3.1 在规定精度内的曲面逼近条件

在逼近问题里,曲面误差界 ϵ 与要被拟合的数据点一起给出.通常地,预先并不知道需要用多少控制顶点才能达到所要求的这个逼近精度.因此,逼近一般地是一个迭代过程.本文从初始曲面开始,检查逼近误差 f 是否小于误差界 ϵ ,如不满足条件,需要

重新调整节点矢量并计算新的控制顶点以使曲面更加逼近于真实曲面,直到满足条件为止.

取所有断层轮廓数据点 q_s 与相应其在样条曲面上的对应点 p_s 的距离的平方和作为逼近误差 f . 见式(6). q_s 为断层轮廓上存在的所有数据点,个数为 S . p_s 是与 q_s 对应的上一次迭代求得的 B 样条曲面上的点. 对应点 p_s 的求取方法见节 3.2. ϵ 是曲面误差界,它的取值要适当,如 ϵ 值取过大,曲面精确度过低,如 ϵ 值取过小,曲面光滑度过低. $q_s - p_s$ 取平方后再求和是为了消除每一个逼近误差正负值的影响.

$$f = \sum_{s=0}^{S-1} [q_s - p_s]^2 \leq \epsilon. \quad (6)$$

3.2 对应点的求取

一般的 B 样条曲面逼近方法,保证了拟和 B 样条曲面上的点 p_s 到对应数据点的均方距离最小. 但是 p_s 点并不一定是 B 样条曲面上距离数据点最近的点,即截面数据点集到拟合 B 样条曲面的均方距离不一定最小^[12]. 为了解决这一问题,本文提出了最近点即对应点的求取方法. 由于 p_s 是上一步迭代曲面上距离点 q_s 最近的点,由几何知识可得点 q_s 必然落在上一步迭代曲面在点 p_s 处的法向量上^[20]. 根据这一思路,本文使用了一种基于曲面离散多面体局部坐标变换矩阵的快速求解对应点的方法,即如何确定 q_s 与 p_s 的对应关系. 该方法相对于牛顿法等常用方法来说,不要求曲面的偏导数,且不需要迭代计算,计算量小且省时^[21].

Step 1 B 样条曲面离散成三角网格

根据每个 B 样条曲面片的四角点,将初始曲面进行三角网格离散,建立初始曲面的多面体逼近模型,如图 5 所示.

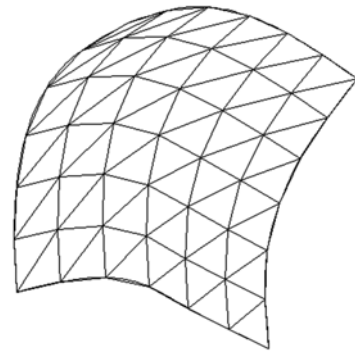


图 5 离散的三角网格曲面

Fig. 5 Discrete triangular mesh surface

Step 2 三角片坐标变换

对 Step 1 中产生的每个三角片进行坐标变换. 假设三角片三顶点为 $p_0(x_0, y_0, z_0)$, $p_1(x_1, y_1, z_1)$, $p_2(x_2, y_2, z_2)$, 以 p_0 点为坐标原点, $p_0 p_1$ 为 X 轴正向,所在的平面为 $X'O'Y'$ 坐标平面,建立三角片的局部坐标系,如图 6 所示.

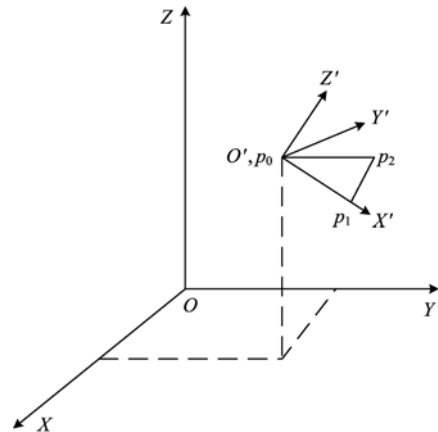


图 6 局部坐标变换

Fig. 6 Local coordinate transformation

通过计算,得到坐标变化的矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (2 + \cos \theta_z + \cos \theta_y)/4 & \sin \theta_z/4 & -\sin \theta_y/4 & 0 \\ -\sin \theta_z/4 & (2 + \cos \theta_z + \cos \theta_x)/4 & \sin \theta_x/4 & 0 \\ \sin \theta_y/4 & -\sin \theta_x/4 & (2 + \cos \theta_y + \cos \theta_x)/4 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix}$$

式中,

$$\theta_x = \arcsin \left\{ -\sin \theta_y \cos \theta_z (x_2 - x_0) - \sin \theta_z (y_2 - y_0) + \cos \theta_y (z_2 - z_0) / \sqrt{[\sin \theta_z (x_2 - x_0) + \cos \theta_z (y_2 - y_0)]^2 + \{-\sin \theta_y [\cos \theta_z (x_2 - x_0) - \sin \theta_z (y_2 - y_0)] + \cos \theta_y (z_2 - z_0)\}^2} \right\},$$

$$\theta_y = \arcsin [(z_1 - z_0) / \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}],$$

$$\theta_z = \arcsin [(y_1 - y_0) / \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}],$$

$$T_x = -x_0, T_y = -y_0, T_z = -z_0.$$

Step 3 数据点向三角片做映射

通过将原始数据点依次转换到每一个三角片的局部坐标系中,就可以确定每一个原始数据点在初始曲面上的对应点所在的曲面片.因此,通过判断 (x', y') 是否在 $\Delta p'_0 p'_1 p'_2$ 内,就可以确定点 q_s 的对应点 p_s 是否在这个三角片对应的曲面上. $q'(x', y', z')$ 为点 q_s 经过 Step 2 坐标变换后的新坐标,如图 7 所示.

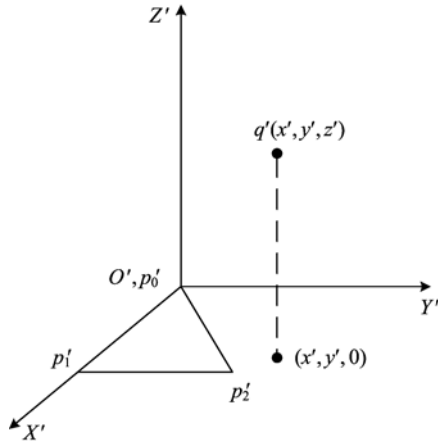


图 7 q_s 的映射点 $(x', y', 0)$

Fig. 7 Map point $(x', y', 0)$ of q_s

Step 4 B 样条曲面片细分,并求取最短距离的点

对 B 样条曲面的每个节点区间进一步细分,划分为 $h * h$ 等份:

$$\left. \begin{aligned} u_{i0} &= u_i, u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{ih} = u_{i+1}, \\ v_{j0} &= v_j, v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jh} = v_{j+1}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

根据 de Boor-Cox 算法,求出 B 样条曲面片上点 $p(u_{ix}, v_{jy})$ 的坐标 $(x=0, 1, \dots, h; y=0, 1, \dots, h)$. 计算 $p(u_{ix}, v_{jy})$ 与点 q_s 的距离(其中点 q_s 与 $p(u_{ix}, v_{jy})$ 所在的曲面片对应),取距离最小的对应点 $p'(u_{ix'}, v_{jy'})$,即所求得的曲面上与点 q_s 对应的点.

3.3 节点插入

对不满足 B 样条曲面逼近条件的曲面,需要通过插入节点的方法来获得调整后的节点矢量. B 样条曲面是 B 样条曲线的乘积型扩展,所以可以设某一个方向 v 为定值,而以其为参数的另一个方向 u 则为 B 样条曲线,再用曲线的节点插入算法进行节点插入.当 u 取遍定义域中的所有值时,再反过来进行插值^[22].每次迭代在多处局部误差极大值点插入节点,相应地增加了控制顶点的个数,调整了曲面.

3.3.1 节点插入位置

插入节点的位置可按式(8)确定,即对应距离的平方大于 ϵ' 的数据点,其中所对应的曲面上点 p_s 的节点值 u_i, v_j 通过节 3.2 求得.

$$[q_s - p(u_i, v_j)]^2 > \epsilon'. \quad (8)$$

允许插入重复节点,三次 B 样条节点重复度 r 的确定如下:若 $r=0, u_i < \bar{u} < u_{i+1}$;若 $0 < r < 3, \bar{u} = u_i = u_{i-1} = \dots = u_{i-r+1}$.

3.3.2 新节点矢量和控制顶点的求取

根据节点插入位置的不同,可以将插入的节点分为内节点和边界节点.

(I) 插入内节点

设 M 为控制顶点个数,内节点的插入位置为

$$\bar{u} \in [u_i, u_{i+1}] \subset [u_0, u_M]. \quad (9)$$

在曲线定义域某个节点区间 $[u_i, u_{i+1}]$ 内插入一个节点 $\bar{u} \in [u_i, u_{i+1}]$,于是得到新的节点矢量(见式(10)^[18])和控制顶点(见式(11)^[23]).

$$\left. \begin{aligned} U &= [u_0, u_1, \dots, u_i, \bar{u}, u_{i+1}, \dots, u_{M+3}], \\ \bar{U} &= [\bar{u}_0, \bar{u}_1, \dots, \bar{u}_i, \bar{u}_{i+1}, \bar{u}_{i+2}, \dots, \bar{u}_{M+4}]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}_j &= d_j, j = 0, 1, \dots, i-3, \\ \bar{d}_{j+1} &= d_j^1 = (1 - \alpha_j^1) d_j + \alpha_j^1 d_{j+1}, \\ & j = i-3, i-2, \dots, i-r-1, \\ \alpha_j^1 &= \frac{\bar{u} - u_{j+1}}{u_{j+4} - u_{j+1}}, \\ \bar{d}_j &= d_{j-1}, j = i-r+1, \dots, M. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(II) 插入边界节点

根据节 2.2.1 可知 $u_0 = 0$ 且 $u_M = 1$. 所以边界节点插入位置为

$$\bar{u} \in [u_i, u_{i+1}], \bar{u} \notin (u_0, u_M) = (0, 1). \quad (12)$$

当 $\bar{u} \leq 0$, 新的控制顶点和节点矢量确定如下^[24]:

$$\bar{d}_j = d_j, j = 3, 4, \dots, M;$$

$$\begin{bmatrix} \bar{d}_0 \\ \bar{d}_1 \\ \bar{d}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_0 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_1 & \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2 & \alpha_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix};$$

$$\bar{U} = \{u_1, u_2, \dots, u_{M+3}\} \cup \{\bar{u}\}.$$

当 $\bar{u} \geq 1$ 时,新的控制顶点和节点矢量确定如下:

$$\bar{d}_j = d_j, j = 0, 1, \dots, M-4;$$

$$\begin{bmatrix} \bar{d}_{M-3} \\ \bar{d}_{M-2} \\ \bar{d}_{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{M-4} & \alpha_{M-3} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{M-3} & \alpha_{M-2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{M-2} & \alpha_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{M-4} \\ d_{M-3} \\ d_{M-2} \\ d_{M-1} \end{bmatrix};$$

$$\bar{U} = \{u_0, u_1, \dots, u_{M+2}\} \cup \{\bar{u}\}.$$

可以看出,在端点处插入边界节点,其节点个数和控制点数不变,而在节点区间内插入几个节点,其节点个数和控制点数就要相应增加几个.对于 u 向节点矢量而言,节点插入应该有 3 种情况,同理 v 向也有 3 种情况,所以 B 样条曲面可按 9 种情况分别得到新控制顶点和节点矢量.即

$$\begin{aligned} u \in (0,1) \cup v \in (0,1), u \leq 0 \cup v \leq 0, \\ u \geq 1 \cup v \geq 1, u \leq 0 \cup v \geq 1, \\ u \geq 1 \cup v \in (0,1), u \leq 0 \cup v \in (0,1), \\ u \in (0,1) \cup v \leq 0, u \in (0,1) \cup v \geq 1, \\ u \geq 1 \cup v \leq 0. \end{aligned}$$

另外,为了保证新曲面的 U 方向仍是周期 B 样条,需要按周期 B 样条条件(见式(13))进行周期调整.

$$\left. \begin{aligned} u_{M+i} - u_i &= 1, i = 0, 1, \dots, 6; \\ d_{M+i} &= d_i, i = 0, 1, 2. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

最后,通过最小二乘曲面逼近^[14]即可得到逼近后的曲面.

4 实验结果与分析

通过实验,我们可以看到,随着容许误差的逐步减小,产生的逼近 B 样条曲线的节点个数和控制顶点个数在逐步增加.但是,增加的幅度因曲面而异.事实上,对有些曲面而言,即使只插入一个节点,曲面的变化都很大^[1].

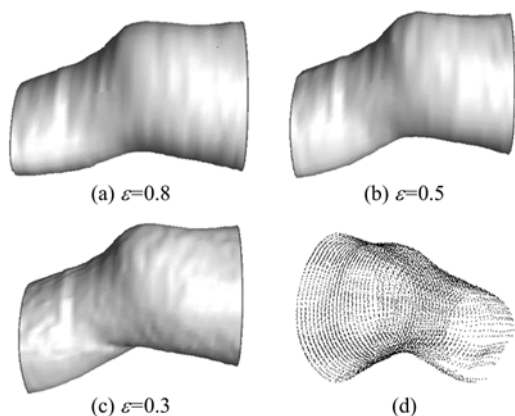


图 8 人膝盖 B 样条曲面逼近

Fig. 8 B-spline surface approximation of human knee

图 8 中(d)是根据节 1 中方法得到的人膝盖的全部断层数据点,(a)~(c)是重构出的膝盖曲面.随着 ϵ 的减小,控制顶点数迅速增加,且原始轮廓上数据点与逼近曲面上最近点的距离越来越小.初始曲面数据点为 8×40 ,控制点数为 11×42 . $\epsilon=0.8$ 时,

插入节点个数为 8×8 ,控制点数为 19×50 . $\epsilon=0.5$ 时,插入节点个数为 12×12 ,控制点数为 23×54 . $\epsilon=0.3$ 时,插入节点个数为 24×24 ,控制点数为 35×66 .随着控制顶点数目增加,曲面更加逼近于真实曲面.然而当控制顶点数目增加到接近数据点数目时,如果数据存在噪音或不想要的扭摆,可能出现不需要的形状.

5 结论

本文结合断层图像的特点,采用先插值后逼近的思想,提高了曲面重构的效率,缩减了数据量,生成了一个方向封闭、另一个方向开放的目标物体的符合精度要求的三维拟合曲面.文中提出一种新的 B 样条曲面重构算法,该算法相对于已有的断层轮廓逼近算法,它是先由特征采样点确定初始曲面,再从初始曲面开始插入节点逐步逼近真实曲面,从而可以减少计算量,提高运算速度.此外,利用本文的算法去逼近数据点,不仅具有比较光滑的形状,而且具有较高的近似精度.因此,特别适用于数据点数目巨大、而且实时性要求较高的数据拟合的情况.

参考文献 (References)

- [1] Huang Jianmin, Shi Fazhong. B-spline curve approximation based on knots removal[J]. Computer Engineering and Applications, 2006, 42(13): 80-83. 黄健民,施法中.基于广义逆节点消去的 B 样条曲线的可控逼近[J].计算机工程与应用,2006,42(13): 80-83.
- [2] Ma Weiyin, Kruth J P. Parametrisation of randomly measured points for the least squares fitting of B spline curves and surfaces[J]. Computer Aided Design, 1995, 27(9): 663-675.
- [3] Sarkar B, Menq C H. Parameter optimization in approximation curves and surfaces to measurement data [J]. Computer Aided Geometric Design, 1991, 8(4): 267-290.
- [4] Piegl L, Tiller W. Parameterization for surface fitting in reverse engineering[J]. Computer Aided Design, 2001, 33(8): 593-603.
- [5] Weiss V, Andor L, Renner G, et al. Advanced surface fitting techniques [J]. Computer Aided Geometric Design, 2002, 19(1): 19-42.
- [6] Kruth J P, Kerstens A. Reverse engineering modeling of free form surfaces from point clouds subject to boundary conditions [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1998, 76(4): 120-127.

- [7] Milroy M J, Bradley C, Vickers G W, et al. G1 continuity of B-spline surface patches in reverse engineering [J]. *Computer-Aided Design*, 1995, 27(6): 471-478.
- [8] Xiao Yijun, Ding Mingyue, Peng Jiexiong. ICP-based B-spline curve fitting [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2000, 5(7): 585-588.
肖轶军, 丁明跃, 彭嘉雄. 基于迭代最近点的B样条曲线拟合方法研究[J]. *中国图象图形学报*, 2000, 5(7): 585-588.
- [9] Woodward C D. Skinning techniques for interactive B spline surface interpolation [J]. *Computer Aided Design*, 1988, 20(8): 441-451.
- [10] Rogers D F, Fog N G. Constrained B spline curve and surface fitting [J]. *Computer Aided Design*, 1989, 21(10): 641-648.
- [11] Park H, Kim K. Smooth surface approximation to serial cross sections [J]. *Computer Aided Design*, 1996, 28(12): 995-1 005.
- [12] He Fang, Shu Changlin, Qin Weiyi. Research on B-spline surface reconstruction from cross-sections[J]. *Modern Manufacturing Engineering*, 2003, (10): 73-76.
何芳, 束长林, 秦伟一. 截面数据的B样条曲面重建研究[J]. *现代制造工程*, 2003, (10): 73-76.
- [13] Yan Heqing, Ye Ming, Wang Chentao. Reconstruction of 3D B-spline surface of femoral anatomic structure [J]. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 2004, 16(7): 1 020-1 024.
闫贺庆, 叶铭, 王成焱. 股骨解剖结构的B样条曲面重构[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2004, 16(7): 1 020-1 024.
- [14] Piegl L, Tiller W. *The NURBS Book*[M]. 2nd ed. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1997: 361-452.
- [15] 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 252-374.
- [16] Wang Yu, Zheng Jinjin, Zhou Hongjun, et al. Medical image processing by denoising and contour extraction [C]// *IEEE International Conference on Information and Automation*, 2008. IEEE, 2008: 618-623.
- [17] Zhang Wenjing, Xu Xiaoming, Ding Guojun, et al. Approach to extract feature points on boundary based on curvature [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 1999, 32(5): 592-595.
张文景, 许晓鸣, 丁国骏, 等. 一种基于曲率提取轮廓特征点的方法[J]. *上海交通大学学报*, 1999, 32(5): 592-595.
- [18] Shi Fazhong. *CACD & NURBS*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001: 211-346.
施法中. *计算机辅助几何设计与非均匀有理B样条*[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 211-346.
- [19] 赵秀阳, 尹衍升, 杨波. 基于优势点检测的晶粒轮廓非均匀B样条逼近[J]. *中国科学 E*, 2007, 37(7): 851-856.
- [20] 彭芳瑜. 曲面数控加工中的拟合、光顺及干涉问题研究[D]. 武汉: 华中理工大学, 2000: 26-33.
- [21] Ma Y L, Hewitt W T. Point inversion and projection for NURBS curve and surface: Control polygon approach [J]. *Computer Aided Geometric Design*, 2003, 20: 79-99.
- [22] Wang Guofu, Sun Yao, Zhang Haixun, et al. Large-scale interpolation of discrete data based upon nodal point interpolation principle [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2001, 22(1): 45-48.
王国夫, 孙尧, 张海勋, 等. 基于节点插入原理的大规模散乱数据插值[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2001, 22(1): 45-48.
- [23] Boehm W. Inserting new knots into B-spline curves [J]. *Computer-Aided Design*, 1980, 12(4): 199-201.
- [24] Qin Kaihuai, Guan Youjiang. Two algorithms for inserting knots into B-spline curves [J]. *Chinese Journal of Computers*, 1997, 20(6): 556-561.
秦开怀, 关右江. B样条曲线的节点插入问题两个新算法[J]. *计算机学报*, 1997, 20(6): 556-561.