

认知网络中基于快速多赢家多频段拍卖的动态频谱分配

吴广恩,任品毅,战明浩

(西安交通大学电子与信息工程学院,陕西西安 710049)

摘要:针对传统拍卖方法在动态频谱分配中的低效问题,本文提出了一种基于 FADM(fast auction with multiple bands and multiple winners)算法的动态频谱分配方法. FADM 算法将传统的多物品拍卖问题转化为整数型 0/1 背包问题,从而可用动态规划寻求最佳的出清向量;新算法采用了保留价格和差异定价抑制共谋,且根据供求关系动态调整保留价格和竞标价格,兼顾了频谱分配的经济效益和社会效益.性能分析和计算机仿真结果表明,FADM 算法可以使频谱有效利用率逼近实际需求率,同时尽可能提高分配收益.

关键词:认知无线电;动态频谱分配;拍卖

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A

Dynamic spectrum assignment based on FADM algorithm in cognitive networks

WU Guang-en, REN Pin-yi, Zhan Ming-hao

(School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiao Tong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to improve auction effectiveness in dynamic spectrum assignment (DSA), a new assignment scheme based on FADM(fast auction with multiple goods and multiple winners) algorithm was given. The FADM algorithm transforms the traditional multiple goods auction into an integer 0/1 knapsack problem, whereby the optimal clearing vector can be found with dynamic programming. Our scheme restrains collusion with reservation price and discriminated price. Furthermore, the reservation price and bid price can be adjusted dynamically to spectrum supply and demand, which can balance revenue and social efficiency of spectrum auction. The results of performance analysis and simulation indicate that the FADM algorithm can make spectrum utilization close to demand and improve allocation revenue as high as possible.

Key words: cognitive radios; dynamic spectrum assignment(DSA); auction

0 引言

随着无线通信业务需求的持续增长,目前适宜于无线通信服务的频段已变得十分拥挤,这导致设备及网络间干扰增多、能耗增加,业务开展困难.认知无线电可以通过对频谱使用状况的实时感知,在

不干扰初级用户(授权用户)通信的前提下动态接入初级用户的空闲频段,从而减小干扰、提高功率效率,实现绿色接入和绿色通信.因此,基于认知无线电技术的动态频谱接入成为业界关注的热点^[1].

根据认知网络组网架构的不同,动态频谱分配方法一般可分为两种类型.在集中式网络中,中心节

收稿日期:2009-05-15;修回日期:2009-08-30

基金项目:中国高技术研究发展(863)计划(2009AA011801)和国家自然科学基金重大项目(60832007)资助.

作者简介:吴广恩,男,1977年生,博士生.研究方向:认知无线电. E-mail: guangen.wu@stu.xjtu.edu.cn

通讯作者:任品毅,博士/教授. E-mail: pyren@mail.xjtu.edu.cn

点掌握了全面的无线频谱环境信息,因此可以使用图着色的方法实现全局最优分配^[2,3];在分布式网络中,节点只有本地环境感知信息,因此多采用博弈的方法^[4~6]。但是,对于存在较弱中心机制的网络,如使用临时簇首或者频谱经纪人的网络,负责频谱分配的中心节点具有较弱的信息搜集和处理能力,使用着色或博弈的方法均不能兼顾信息的充分利用和频谱的最优分配。在此情形下,拍卖以其较少的信息需求和良好的分配效果成为合适的动态频谱分配方法。

拍卖一直是配置稀缺资源的有效手段^[7],动态频谱拍卖领域已产生一批研究成果。首先,在干扰温度门限限制下,需要合理分配次级用户的发射功率。文献^[8]考虑了相互干扰的扩频用户之间竞争发射功率的问题,用户获得许可功率的多少取决于自己的竞标在总竞标中所占的比例。Wu 等^[9]认为在满足干扰温度门限的用户中间,频谱可以再用,因此单一频段拍卖可以有多个竞拍成功者。其次,初级用户往往在拍卖中处于支配地位,作为竞拍方的次级用户需要协助初级用户的通信作为回报。文献^[10]拓展了次级用户竞拍使用基站下行传输链时隙的问题,竞拍支出是为基站转发到远端用户的信息。同文献^[10]多个次级用户竞拍单一初级用户的频谱相反,Niyato 等^[11]分析了多个初级用户面对单一次级用户竞卖闲置频谱的问题,认为多阶段重复博弈会带来严重的共谋。Ji 等^[12]提出了多阶段双边拍卖的方案,采用最优保留价来抑制共谋。Gandhi 等^[13]从简化多物品拍卖操作入手,给出了一种无冲突的快速出清算法,但竞标用户需要提交分段线性需求曲线。

已有的动态频谱拍卖方案多集中于单物品拍卖形式,且没有考虑到频繁拍卖带来的信息负荷。为此,本文提出了简单快速的多频段多赢家的拍卖算法,能够满足认知网络内多用户竞争多段可用频谱的需要;不同于文献^[9],新模型中待拍频段是互不重叠的,简化了拍卖对干扰信息的需求。为减少拍卖信息负荷,本文没有使用文献^[13]中的需求曲线,而是采用简单的竞标方式,并使用动态规划寻求最优解。考虑到动态的频谱供需环境,新算法中供求双方的价格都是可以自动调整的,以兼顾频谱分配的经济收益和频谱利用率。

1 系统模型

考虑由一个频谱经纪人和 N 个次级用户(每一用户对应于一个收发链路对)组成的认知无线电网

络,如图 1 所示。 N 个次级用户需要竞拍一定数量的频谱满足数据业务的需要。经纪人现有 M 单位($M \in \mathbf{Z}^+$)互不重叠且不可再分的频谱需要拍卖并期望获得最大收益,且经纪人充当拍卖师。我们建立的模型类似文献^[11]中的系统模型,所不同的是,这里将文献^[11]中的多个初级用户合并成一个频谱经纪人,从而双边拍卖变为单边拍卖,简化了对买卖信息的需求。

每次拍卖中, N 个次级用户向经纪人递交自己密封的竞标,令第 i 个次级用户的竞标参数为 (q_i, p_i) ,其中 q_i 为数量, p_i 为单位报价。显然 q_i 为非负整数, p_i 为非负有理数。若竞拍成功,则将向经纪人支付 $c_i = p_i q_i$,获得在 T 时间段内占用 q_i 单位频谱的权利。根据商业经验,若单个用户对公共物品的需求量越大,则单位报价会越低,亦即存在量少价高的关系。我们用基于经验的线性价格需求公式对之描述^[12]:

$$p_i = -k_i q_i + b_i, \quad k_i \geq 0, \quad b_i > 0 \quad (1)$$

k_i 是用户的价格/数量敏感度, b_i 是用户的最高报价。根据常识, $p_i < 0$ 等价于 $p_i = 0$ 。

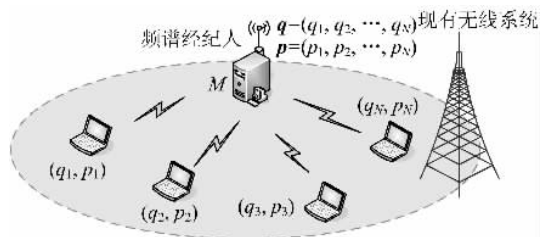


图 1 频谱拍卖模型

Fig. 1 A model of spectrum auction

在图 1 中,当经纪人收到 N 个用户的竞标 $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_N)$ 和 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ 后,需要决定哪些用户竞标成功,亦即产生快速出清向量 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$, $x_i \in \{0, 1\}$,其中 $x_i = 1$ 表示用户 i 竞标成功,反之则失败。同时,为了防止次级用户共谋压低报价,经纪人需要设置保留价 p_c 。则追求经济利益最大化的经纪人有如下目标函数:

$$\left. \begin{aligned} \arg \max_{\mathbf{x}} \quad & \sum_{i=1}^N p_i q_i x_i \\ \text{s. t.} \quad & x_i \in \{0, 1\} \\ & p_i \geq p_c \\ & \sum_{i=1}^N q_i x_i \leq M \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

公式(2)问题的求解是一个 NP 难题;同时,公式(2)没有反映对频谱利用率的考虑。因此我们需要找到一种快速简单的出清算法,并且对公式(2)的目标做出修正。

2 快速多赢家多频段拍卖算法

在标准的密封一级价格拍卖中,出清算法的关键是寻求最高出价的竞标者.在多物品的情况下,最高竞标价的出价人也许只需要少量的物品,按照最高竞标价的方法会出现因小失大的情况.例如拍卖参数为: $\mathbf{q}=(1,3)$, $\mathbf{p}=(2,1)$, $M=3$.若优先为报高价的用户分配频谱,则 $\mathbf{x}=(1,0)$,经纪人收益为 2;显然最佳的分配是 $\mathbf{x}=(0,1)$,经纪人收益为 3.可以使用枚举法获得公式(2)的最优解,但枚举法的高复杂度使其应用场合受限.

事实上,如果使用阶跃函数把公式(2)中的第二项约束条件转化为 $p_i = p_i \times u(p_i - p_c)$,则公式(2)可转化为

$$\left. \begin{aligned} \arg \max_x \sum_{i=1}^N v_i x_i, v_i = [p_i \times u(p_i - p_c)] \times q_i \\ \text{s. t. } x_i \in \{0, 1\}, \sum_{i=1}^N q_i x_i \leq M, \\ u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} (3)$$

这显然是一个 0/1 背包问题(knapsack problems)^[15].

0/1 背包问题属于 NP 问题.贪婪算法是求解 0/1 背包问题的近似方法之一,其基本原则是按照价值密度(价值/重量: v_i/ω_i)从高到低依次选择货物,这对应于在拍卖中优先为高报价用户分配频谱的方法.但是,使用贪婪算法得到最优解的概率不大于 20%^[16].

但是,若物品重量和背包载重量均为整数,使用动态规划方法,在可接受的时间内能够得到最优解,也是精确解^[15].这一限制条件是可以满足的,因为在第一节已对 q_i 和 M 做出了相应的限制.根据最优性定理^[17],求解公式(3)的基本步骤如下.

(I)基本方程(递推式)为

$$\left. \begin{aligned} R(n, m) = \max \{ R(n-1, m), \\ R(n-1, m - q_i) + q_i \times p_i \}, \\ m \in [1, M], n \in [1, N] \\ R(0, m) = 0 \end{aligned} \right\} (4)$$

其中 $R(n, m)$ 表示背包最大载重量为 m 且只从前 n 种物品中选择时的最大收益值(隐含了此时的最优解).随着 n 和 m 的增加,新的最大收益值计算过程充分考虑了已有的收益值.也就是说,新问题的最优解所包含的子问题的解也是最优的,这种步步最优保证了最终的 $R(N, M)$ 也是最优的.同时,所有的 $R(n, m)$ 都只计算一次并保存在表格中以便新问题

求解时调用,从而获得较高的求解效率.

(II)在求得 $R(N, M)$ 后,执行回溯

$$\left. \begin{aligned} \text{如果 } R(N, M) = R(N-1, M) \quad \text{则 } x_N = 0 \\ \rightarrow \text{由 } R(N-1, M) \text{ 分析 } x_{N-1} \\ \text{如果 } R(N, M) > R(N-1, M) \quad \text{则 } x_N = 1 \\ \rightarrow \text{由 } R(N-1, M - q_N) \text{ 分析 } x_{N-1} \end{aligned} \right\} (5)$$

直到得到完整的出清向量 $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_N)$, $x_i \in \{0, 1\}$.

前面已经指出,式(2)没有考虑到在各种需求态势下提高频谱利用率.随着时间的变化,频谱需求和频谱经纪所拥有的频谱数量也发生了改变.经纪人既希望在求过于供时获得更多经济效益,也希望在供过于求时牺牲收益鼓励频谱使用以尽可能地减少空闲频谱.动态的保留价是平衡这两个目标的有效工具,为此定义保留价更新流程

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i: p_i > p_c} q_i \geq M(1 + \beta_1) \rightarrow p_c = p_c + \Delta p \\ \text{直到 } p_c = b, \text{ 情况 1} \\ \sum_{i: p_i > p_c} q_i < M(1 + \beta_2) \rightarrow p_c = p_c - \Delta p, \text{ 情况 2} \\ p_c = p_c, \text{ 其他情况} \end{aligned} \right\} (6)$$

其中 Δp 为保留价调整的步长; β_1 和 β_2 为系统设置的分配裕度.例如 $\beta_2 = 0$ 意味着合格需求总量低于 M 时,经纪人会不断降价以促进频谱使用.

另一方面,用户对拍卖形势的判断是随时间改变的.频频失败的用户想赢得当前拍卖,其最佳策略是减小公式(1)中的价格敏感度 k_i 从而提高出价;反之则反之.令 $x_i^{(n)}$ 表示次级用户 i 在第 n 次拍卖中的竞拍结果, k_i 的调整步长为 Δk ,则基于最近 m 次拍卖结果的 k_i 的调整策略可表示为

$$\left. \begin{aligned} \sum_{l=0}^{m-1} x_i^{(n-l)} = m \rightarrow k_i = k_i + \Delta k, \text{ 情况 1} \\ \sum_{l=0}^{m-1} x_i^{(n-l)} = 0 \rightarrow k_i = k_i - \Delta k, \text{ 情况 2} \\ k_i = k_i, \text{ 其他情况} \end{aligned} \right\} (7)$$

综合以上分析,得到以下的 FADM 算法流程:

Step 1 在当前拍卖周期 T 的开始,经纪人宣布拥有 M 单位频谱和分配裕度 β_1 和 β_2 ;

Step 2 N 个次级用户递交 $\mathbf{q}=(q_1, q_2, \dots, q_N)$, $\mathbf{p}=(p_1, p_2, \dots, p_N)$;

Step 3 经纪人使用动态规划方法求得分配向量 \mathbf{x} ;

Step 4 经纪人调整自己的保留价 p_c ;

Step 5 所有竞标用户根据竞标结果调整自己

的 k_i .

在下一个周期 T 开始时回到 Step 1...

3 性能分析

3.1 算法的复杂度

本算法的复杂度计算如下.

根据等式(4)可知,求解 $R(n, m)$ 需要做一次乘法和两次加法,共需要计算 $M \times N$ 个 $R(n, m)$, 则计算量为 MN 次乘法和 $2MN$ 次加法. 为简化运算,可提前计算 $q_i \times p_i$ 以供调用,需要 N 次乘法;在回溯时(最多)需要比较 N 次以求得最佳分配向量 x , 计算量为 N 次加法;引入动态保留价 p_c 和动态价格价格敏感度 k_i 后,每次拍卖后需要计算公式(6),但只需要两次比较(加法)运算故可忽略. 则 FADM 算法的复杂度为:

$$\begin{cases} \times & N \\ + & 2MN + N \end{cases} \quad (8)$$

若使用枚举法需要遍历 2^N 种情况. 提前计算 $q_i \times p_i$ 后,每一情况需要做 $N-1$ 次加法以计算对应的产出;需要做 2^N 次比较以找到最优分配向量. 则枚举法的复杂度为:

$$\begin{cases} \times & N \\ + & 2^N N \end{cases} \quad (9)$$

显然,一般有 $2^N > 2M+1$. 因此相对于最优求解式(2)的 NP 难题, FADM 算法具有较小的复杂度,这带来较短的拍卖交易时间和通信节点较少的能耗,结合简单的竞标信息格式,这也意味着低成本的 FADM 拍卖可以频繁进行而不影响正常业务.

3.2 对共谋行为的抵制

FADM 算法使用了保留价格和差异价格以抑制共谋.

首先,共谋团体的低价策略受到抑制. 设一次拍卖中共谋团体以报价 (q_g, p_g) 赢得竞拍, 剩余(失败)用户的总需求量为 q_r 且最高平均价格为 p_r , 根据公式(4)有 $p_g q_g \geq p_r q_r$ 成立. 显然不同拍卖形势对共谋价格的要求如公式(10)所示. 可见,在每一种情况下,共谋价格都不能低于保留价格,甚至不能低于剩余用户的最高平均价格.

$$q_g \times p_g \geq q_r \times p_r \Rightarrow \begin{cases} p_g \geq p_r \geq p_c & q_r \geq q_g \\ p_g \geq p_c & 0 < q_r < q_g \\ p_g \geq p_c & q_r = 0 \end{cases} \quad (10)$$

采用动态的保留价格后,共谋团体有可能用当

前的失败换取长远的收益. 即在需求较少时共谋团体的退出有可能造成供过于求,导致 p_c 下调,以便于共谋团体在以后的拍卖中获得低价的竞拍. 在本文的模型中,假定的竞拍方是单个次级用户,其最大频谱需求是可以预测的,所以可以限定每竞拍方的需求上界,从而削弱共谋用户的退出影响.

其次,用户参与共谋与否并不影响其成功的概率. 因为根据公式(6),用户竞标能否成功取决于整体的权衡. 这样,用户缺乏参与共谋的动机. 同时,共谋团体对背叛用户的惩罚方法是,继续抬高出价或凶猛出价,排挤背叛用户. 但在频繁拍卖中,过高抬价或凶猛出价不符合共谋的起始目标. 因此在 FADM 算法中,用户背叛合谋的风险很小.

最后,差异价格拍卖可有效抑制共谋. 在差异价格拍卖中,多个赢家必须支出各自所报价格. 这样以来,对超过自己份额的数量提高出价就是一种代价昂贵的行为. 因此,差异价格也可有效地抑制共谋^[14].

3.3 和单次单物品拍卖的关系

考虑经纪人拥有的频谱数量不变但采用单次单物品拍卖的情形,显然此时需要 M 次标准的一级价格密封拍卖.

考虑到频谱没有完全出清前拍卖不能结束, M 次拍卖应当是在短时间内依次完成,其间 N 个用户的竞标保持不变. 在拍卖中,需要对 N 个用户的竞价和需求进行排序. 选用稳定的冒泡法排序,则需要做 $N(N-1)/2$ 次比较;从竞价最高的用户开始分配频谱,并且已分配的频谱总和不能超出 M , 则最多需要作 N 次比较. 故总的计算量为:

$$\begin{cases} \times & 0 \\ + & (N+1)N/2 \end{cases} \quad (11)$$

同公式(8)比较,单次单物品拍卖不需要乘法运算,甚至在 $N < 4M+1$ (根据对频谱裕度的分析这在一般情况下是成立的)时,单次拍卖需要的加法运算量比 FADM 更少.

但是,单次单物品拍卖的拍卖效益不如 FADM 算法. 这是因为采用一级价格密封拍卖,经济人会优先为报价最高的用户分配频谱;如果用户报价最高并需要 $U (U \in \mathbf{Z}^+)$ 单位频谱,经纪人会在接连的前 U 次拍卖中为该用户分配频谱. 这等效于在多用户多物品拍卖中首先为报价最高的该用户分配 U 单位频谱,而这正是在第二节讨论过的性能较差的贪婪算法.

4 系统仿真

在这一部分,我们使用计算机仿真实验验证算

法的性能。频谱经纪人拥有 $M=50$ 单位频谱, 用户需求为从 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 中等概率随机选择一个值, $\beta_1=1, \beta_2=0$ 。次级用户数分别为 $N=8, 40, 60$, 分别对应于需求匮乏、正常竞争和竞争过度的情形。用户最高报价 b_i 均为 10 (因为单位频谱作为公共物品应有一个最大价值上限), 经纪人起始保留价格 $p_c=5$, 调整步长为 0.5。式(9)中的 $m=2, k_i$ 的调整步长为 0.5。

图 2 给出了 50 次拍卖中不同用户数情况下保留价格的变化曲线, 图 3 和图 4 分别是相应的拍卖收益和频谱利用率的变化曲线。可以看出, 在用户数为 60 时, 求大于供, 保留价格会不断上升。随着拍卖的多次进行, 要想赢得竞拍, 用户必须报最高价 $b=10$ 。这样, 经纪人的收益将保持为 500, 对应于图 3 中直线。需要指出的是, 最高保留价应不大于最高报价 b , 避免出现拍卖震荡。当 $N=8$ 时, 频谱绝对供过于求, 经纪人不断下调保留价直到降为 0, 用户不用付费即可得到频谱, 此时经济人收益为很小的值甚至为 0, 如图 3 所示。当 $N=40$ 时, 保留价保持不

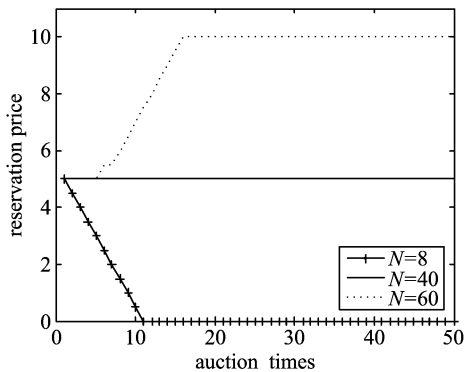


图 2 保留价格的变化

Fig. 2 The change of the reservation price according to the number of bidders

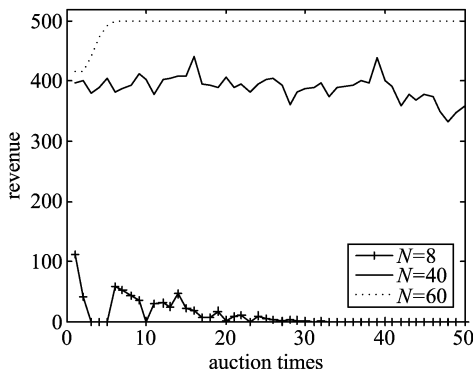


图 3 拍卖收益与拍卖人数的关系

Fig. 3 The change of auction revenue according to the number of bidders

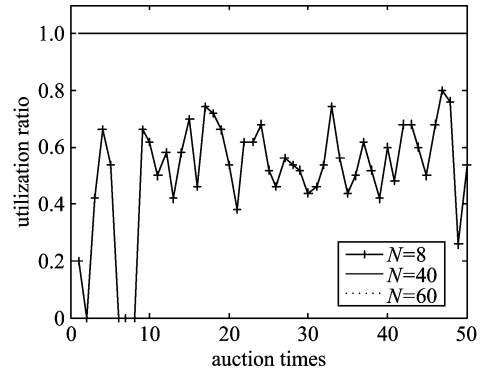


图 4 频谱利用率的变化

Fig. 4 The change of spectrum utilization according to the number of bidders

变。需要注意的是, 拍卖实验是随机的, 用户的需求并不总落于期望门限内, 所以保留价格有可能台阶式波动, 但在每一台阶上会保持一段时间。图 2 中的情形是一个样本, 但是对应到图 3 中, 经纪人的收益在大部分拍卖中都大于 300, 拍卖均价大于起始保留价。

当 $N=8$ 时, 此时的统计频谱总需求与供给总量的比率为 $(3 \times 8)/50 = 0.48$, 由图 4 可见实际频谱利用率围绕此指标波动。这说明由于采用了动态保留价格, 用户受到低 (甚至为 0) 的保留价激励而使用频谱, 避免了过多的频谱闲置。当 $N=40$ 或 $N=60$ 时, 用户的统计频谱总需求与供给总量的比率都大于 1, 因此在实际分配中频谱以高概率均被出清, 对应于图 4 中两条利用率曲线均为 1 且重叠在一起。但是, 从图 2 和图 3 可知, 虽然频谱利用率相同, 但其对应的经纪人的收益却是不同的, 这验证了经纪人可以通过保留价格的调整提高自己的收益, 但却保持了较好的频谱利用率。

鉴于 FADM 算法和贪婪算法 (多次单物品拍卖) 在竞标信息上的相似性, 图 5 和图 6 分别给出了用户数 $N=40$ 时 FADM 算法和贪婪算法在 100 次拍卖中拍卖收益和频谱利用率的比较。为等同贪婪算法的条件, 仿真中对 FADM 算法稍作修正, 即不使用动态保留价格和动态价格敏感度。由图 5 可以明显看出 FADM 的拍卖收益远高于贪婪算法的性能; 在频谱利用率上, 使用贪婪算法时波动较大, 使用 FADM 算法后利用率较为平稳。这些都验证了 3.3 节的分析结论。同图 3 的 $N=40$ 曲线比较, 图 5 的曲线波动性大一些, 这主要是因为不使用动态保留价和动态价格敏感度后, 各次拍卖之间不再是相关的 (保留价和价格敏感度的调整), 因此结果之间有较强的差异性。

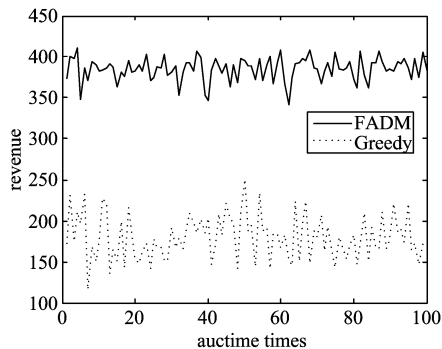


图 5 用户数为 40 时 FADM 算法和贪婪算法在拍卖效益上的比较

Fig. 5 The auction revenue comparison of FADM and Greed algorithm when there are 40 bidders

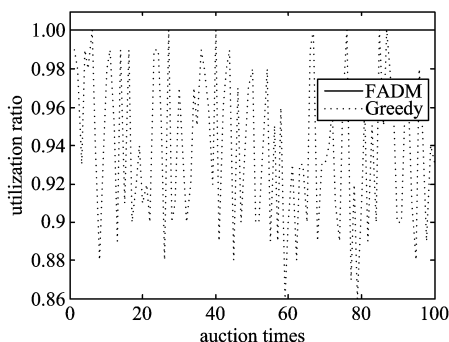


图 6 用户数为 40 时 FADM 算法和贪婪算法在频谱利用率上的比较

Fig. 6 The spectrum utilization comparison of FADM and Greed algorithm when there are 40 bidders

5 结论

本文提出了一种基于 FADM 算法的动态频谱分配方案,显著降低了频谱拍卖的复杂度. FADM 算法可以适应供求关系的变化,通过调节保留价格平衡经济收益和频谱利用率. 文章也给出了对算法性能的细致分析,表明算法能有效地鼓励竞争和抑制共谋;同时对于经纪人而言,基于 FADM 算法的拍卖在拍卖收益上优于多次单物品拍卖. 最后给出的系统仿真表明, FADM 算法具有较好的性能.

参考文献(References)

[1] Akyildiz I F, Lee W Y, Vuran M C, et al. A survey on spectrum management in cognitive radio networks [J]. IEEE Communications Magazine, 2008, 46(4):40-48.

[2] Peng C, Zheng H, Zhao B Y. Utilization and fairness in spectrum assignment for opportunistic spectrum access[J]. Mobile Networks and Applications, 2006, 11(4):555-576.

[3] Wang W, Liu X. List-coloring based channel allocation for open-spectrum wireless networks[C]//Proceedings of 2005 IEEE 62nd Vehicular Technology Conference. New York: IEEE, 2005: 690-694.

[4] Ji Z, Liu K J R. Dynamic spectrum sharing: a game theoretical overview [J]. IEEE Communications Magazine, 2007, 45(5):88-94.

[5] Wang F, Krunch M, Cui S. Price-based spectrum management in cognitive radio networks[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2008,2(1):74-87.

[6] Zou C, Jin T, Chigan C, et al. QoS-aware distributed spectrum sharing for heterogeneous wireless cognitive networks[J]. Computer Networks, 2008, 52(4): 864-878.

[7] Klemperer P. Auctions: theory and practice [M]. Princeton: Princeton University Press, 2004:120-180.

[8] Huang J, Berry R A, Honig M L. Auction-based spectrum sharing [J]. Mobile Networks and Applications, 2006, 11(3):405-408.

[9] Wu Y, Wang B, Liu K J R, et al. A multi-winner cognitive spectrum auction framework with collusion-resistant mechanisms [C]//Proceedings of 3rd IEEE symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks. New York: IEEE, 2008:1-9.

[10] Hoang A T, Liang Y C. Dynamic spectrum allocation with second-price auctions: when time is money[C]// Proceedings of 2008 3rd International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications, 2008:1-6.

[11] Niyato D, Hossain E. Competitive pricing for spectrum sharing in cognitive radio networks: dynamic game, inefficiency of Nash Equilibrium, and collusion[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008,26(1):192-202.

[12] Ji Z, Liu K J R. Multi-stage pricing game for collusion-resistant dynamic spectrum allocation[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(1):182-191.

[13] Gandhi S, Buragohain C, Cao L, et al. Towards real-time dynamic spectrum auctions [J]. Computer Networks, 2008, 52(4):879-897.

[14] Back K, Zender J F. Auctions of divisible goods: on the rationale for the treasury experiment[J]. Review of Financial Studies, 1993, 6(4):733-764.

[15] Martello S, Pisinger D, Toth P. New trends in exact algorithms for the 0-1 knapsack problem[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 123(2):325-332.

[16] 史今驰. 背包问题的实用求解算法研究[D]. 济南:山东大学, 2005.

[17] 张可村, 李换琴. 工程优化方法及其应用[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2007:303-318.