

ISSN 0253-2778

中国科学技术大学学报

第17卷

第4期

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol. 17

No. 4

1987

中国科学技术大学学报

第 17 卷 第 4 期 (总第 56 期)

目 录

- 二次函数域的理想类群的 2-秩与其自共轭类 张贤科 (425)
- 海岸淤积问题解的存在性唯一性和单调性 王树禾 (432)
- 每点都与 3 度点相邻的最大临界 3 棱连通图的结构 徐俊明 (441)
- $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 实时全息的剪切效应和无偏置电压时衍射特性 明 海 (448)
- 高 Reynolds 数流动的时均能量方程及熵增表达式 吕益明 (453)
- 显微图象的计算机粒度分析 吴健康 孙 勇 (461)
- 环己六醇在茶树儿茶素生物合成中的作用 王传友 黄雨初 (469)
- CDCRM 降低材料消耗保证体系 侯定丕 白勤虎 周铭铸 (475)
- 模型算法控制的状态空间形式及算法改进 李嗣福 (485)
- 钨酸铋钠晶体晶格振动的群论分析和喇曼光谱
..... 许存义 左 健 潘 峻 姚连增 陈立高 (495)
- 第四纪早期丽蚌的 ESR 年龄测定
..... 金嗣焯 梁任又 黄培华 彭子成 王兆荣 (501)
- 储存环弯转磁铁的铸造成型研制 张国栋 张 武 (507)

研 究 简 报

- $\text{Bi}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{WO}_4$ 体系氧离子导体 林枫凉 惠腾恩 (514)
- 嘉山凹凸棒矿土及其棒石含量的定量分析 惠腾恩 王亚军 (519)
- 稀土元素与偶氮氧磷—mk 显色反应的研究 朱玉瑞 尹香莲 张国平 赵贵文 (523)
- γ 射线康普顿轮廓分析装置的建立和电子动量分布的初步测量
..... 卞祖和 吴铁军 唐孝威 杨保忠 (528)
- 气球宇宙线核同位素观测实验 周大庄 (532)
- 煤粒在流化床中挥发阶段的变形和表面温度及中心温度测量 过明道 (536)
- 一类非对称域的二阶不变微分算子 陈志鹤 (541)

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol. 17 No. 4 (Sum No. 56)

CONTENTS

- Ambiguous Classes and 2-rank of Class Group of Quadratic Function
Field Zhang Xianke (425)
- The Existence and Uniqueness and Monotonicity of the Solution for
the Seacoast Deposit Problem Wang Shuhe (432)
- The Constructions of Maximum Critically 3-Edge-Connected Graphs
with Every Vertex Adjoining the Vertex of Degree Three
..... Xu Junming (441)
- The Shearing Effect of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ Real Time Hologram and Its
Diffraction Character of Zero Voltage Ming Hai (448)
- The Ensemble-Averaged Energy and Entropy Equations..... Lu Panming (453)
- Computer Analysis of Particles in Microscopic Images
..... Wu Jiankang, Sun Yong (461)
- Action of Myo-Inositol in Biosynthesis of Catechins in the Tea Plant
(*Camellia Sinensis*, L.) Wang Chuanyou, Huang Yuchu (469)
- A Guarantee System for Cutting Down the Consumption of Raw Materials
..... Hou Dingpi, Bai Qinhu, Zhou Minzhu (475)
- A State Space Form of Model Algorithmic Control and Algorithm
Improvement..... Li Sifu (485)
- Group Theory Analysis of Lattice Vibrations and Raman Spectrum of the
 $\text{Na}_5\text{Eu}(\text{W}_6\text{O}_{21})_4$ Crystal Xu Cunyi, Zuo Jian,
Pan Jun, Yao Lianzeng, Chen Ligao (495)
- Determination of ESR Age of Early Quaternary *Lamprotula* and the
Age of the Nihewan Fauna..... Jin Sizhao, Liang Renyou,
Huang Peihua, Peng Zicheng, Wang Zhaorong (501)
- Development of Cast form of Bending Magnet for a Storage Ring

..... Zhang Goudong, Zhang Wu (507)

Research Notes

- Oxygen-ion Conductor of the $\text{Bi}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{WO}_4$ System
..... Lin Fengliang, Hui Tengen (514)
- The Attapulgitite of Gia Shan and Its Contents Quality
..... Hui Tengen, Wang Yajun (519)
- A Study on the Colour Ractions of Rare Earths Flements with
Chlorophosphonazo-mk..... Zhu Yurui, Yin Xianglian,
Zhang Guoping, Zhao Guiwen (523)
- An Analytic Set-up fro γ -ray Compton Profile and the Primary
Measurement of Electron Momentum Distribution
..... Bian Zhuhe, Wu Tiejun, Tang Xiaowei, Yang Baozhong (528)
- Balloon-Borne Experiment for Cosmic-Ray Isotopes
..... ZhouDazhuang (532)
- Deformation and Measurement of Surface and Central Temperature of
large Coal Particle During Its Devolatilization in a Small
Fluidized Bed..... Guo Mingdao (536)
- The Invariant Differential Operators of Order Two for Certain
Nonsymmetric Domains..... Chen Zhihe (541)

Ambiguous Classes and 2-rank of Class Group of Quadratic Function Field*

Zhang Xianke

(Department of Mathematics)

Abstract

Let K/k be a quadratic extension of the rational function field $k = F_q(t)$ of characteristic different from 2. The followings are exhibited explicitly: all the ambiguous ideal classes (= ideal classes equal their conjugates) of K , including those containing no ambiguous ideal; the 2-rank of the ideal class group of K ; necessary and sufficient conditions for the class number h to be odd; and a table dividing fields K into six classes. These results contain corresponding results obtained by Artin^[1] for imaginary quadratic function fields. The theory is an extensive analogue of the classical genus theory for quadratic number fields developed by Gauss and Hasse, which divides number fields into four classes.

Key words: quadratic function field, ambiguous class, class group, Denus theory.

1 Statement of the Main Results

Let $k = F_q(t)$ be the rational function field with transcendental element t over F_q , F_q is the finite field with q elements, q is a power of odd prime. Then

$$K = k(\sqrt{D(t)}), \quad D = D(t) \in F_q[t]$$

is said to be a quadratic function field. This field K was systematically studied firstly by E. Artin^[1].

The relation of ambiguous classes and the 2-rank of ideal class group

Received July 11, 1986.

* Projects Supported by the Science Funds of Academia Sinica

$H(K)$ of K is classical, where $H(K)$ is the K -ideals (i.e., finite K -divisors) modulo the relation: $\mathcal{A} \sim \mathcal{B} \Leftrightarrow \mathcal{A}\alpha = \mathcal{B}\beta$, $\alpha, \beta \in O_k$, where O_k is the integral closure of $O_k = F_q[t]$ in K (so O_k is a Dedekind domain). Suppose that

$$H(K) = C(2^r) \times \dots \times C(2^{r'}) \times C(p_1^{r_1}) \times \dots \times C(p_t^{r_t})$$

where $C(m)$ denotes the cyclic group of order m . Then $r = \text{rank}_2(H(K))$ is said to be the 2-rank of $H(K)$. Each $C(2^{r_i})$ contains exactly one element of order 2 ($i=1, \dots, r$), so all the elements of order 2 along with the identity element of $H(K)$ form a group of order 2^r .

An ideal class C of order 2 in $H(K)$ (i.e., $C=C'$, the conjugate) is said to be *ambiguous*. An ideal \mathcal{A} of K is said to be *ambiguous* if $\mathcal{A} = \mathcal{A}'$, the conjugate of \mathcal{A} , and \mathcal{A} has no k -factor ($\notin F_q$) in its prime-factorization. Obviously, an ideal class containing ambiguous ideal must be ambiguous, such a class is said to be *regular ambiguous class*.

Suppose that

$$D = cP_1 \dots P_r, \quad c \in F_q$$

where $P_i \in F_q[t]$ are monic irreducible, and $P_i O_k = \mathfrak{P}_i^2$, \mathfrak{P}_i are prime ideals of K ($i=1, \dots, r$).

Lemma 1 $K = k(\sqrt{D})$ has exactly 2^r ambiguous ideals:

$$\prod_{i=1}^r \mathfrak{P}_i^{e_i}, \quad e_i = 0 \text{ or } 1$$

In particular, ambiguous ideals are closed under multiplication up to k -factors.

Fix a generator g of F_q^* . Then we can assume that the leading coefficient of D is $\text{sgn}(D) = 1$ or g . The infinite prime divisor $(1/t)$ of k is splitting, inertial, or ramified in K respectively when the degree $\deg(D)$ is even, $\text{sgn}(D) = 1$; $\deg(D)$ is even, $\text{sgn}(D) = g$; or $\deg(D)$ is odd. The field K is then said to be real, (inertial) imaginary, or (ramified) imaginary accordingly. When K is real, we let ε_0 be the fundamental unit of K with norm $N(\varepsilon_0) = \varepsilon_0 \varepsilon_0' = 1$ or g . If $N(\varepsilon_0) = 1$; there exists $\gamma \in O_K$ free from k -factors such that

$$\varepsilon_0 = \gamma/\gamma'$$

Theorem 1 The principal ambiguous ideals of $K = k(\sqrt{D})$ can and only can be (up to a k -factor):

$$(a) (1), (\sqrt{D}), (\gamma), (\gamma\sqrt{D}), \text{ if } K \text{ is real and } N(\varepsilon_0) = 1$$

$$(b) (1), (\sqrt{D}), \quad \text{otherwise}$$

In particular, K just has respectively 2^{r-2} or 2^{r-1} regular ambiguous classes.

Theorem 2 There exists ambiguous class C_0 containing no ambiguous ideal

(i.e. C_0 is irregular ambiguous) in $K = k(\sqrt{D(t)})$ if and only if K has no unit with norm g and $D(t)$ can be written as

$$D(t) = X^2 - gY^2, \quad X, Y \in \mathbf{F}_q[t] \quad (*)$$

And when these hold, the class containing $(Y, X + \sqrt{D})$ is such an irregular ambiguous class C_0 .

(Condition $(*)$ is equivalent to $D(t)$ having no factor of odd degree.)

Lemma 2 Suppose that $C_0 \in H(K)$ is any irregular ambiguous class. Then $\{C, C\}$ is the set of irregular ambiguous classes of K , where $C \in H(K)$ runs over regular ambiguous classes.

Theorem 3 The quadratic function fields $K = k(\sqrt{D})$ can be divided into six classes as in Table 1, where C_0 is the ideal class represented by the ideal $(X + \sqrt{D}, Y)$, s is the number of distinct prime factors of D .

Table 1

1 Class No.	I	II	III	IV	V	VI
2 K is real(R) or Imaginary(I)	I	I	I	R	R	R
3 $\deg(D) \pmod{2}$	1	0	0	0	0	0
4 $N(\varepsilon_0)$				g	1	1
5 $D = X^2 - gY^2$ or not	\neq	$=$	\neq	$=$	$=$	\neq
6 D has factor of odd degree?	yes	no	yes	no	no	yes
7 Number of principal ambiguous ideals	2	2	2	2	4	4
8 Ambiguous classes containing no ambiguous ideal	no	C_0	no	no	C_0	no
9 Number of ambiguous classes	2^{s-1}	2^s	2^{s-1}	2^{s-1}	2^{s-1}	2^{s-2}
10 $\text{rank}_2 H(K)$	$s-1$	s	$s-1$	$s-1$	$s-1$	$s-2$
11 Class number $h \equiv 1 \pmod{2}$ iff	$s=1$	never	never	$s=1$	never	$s=2$

2 Proofs of the Results

Proof of Lemma 1 Suppose that \mathcal{A} is an ambiguous ideal. Since \mathcal{A} has no k -factor, so we have

$$\mathcal{A} = \prod_{i=1}^t \mathcal{P}_i^{a_i} \mathcal{Q}_i^{b_i}$$

where \mathcal{P}_i and \mathcal{Q}_i are respectively ramified, splitting prime ideals of K . Then

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}' = \prod_{i=1}^n \mathcal{D}_i^{a_i} \mathcal{Q}_i^{b_i},$$

thus $b_i = 0$, $a_i = 0$ or 1 since $\mathcal{D}_i \neq \mathcal{Q}_i$ and \mathcal{A} has no k -factor. This completes the proof.

Proof of Theorem 1 Suppose that (z) is a principal ambiguous ideal, $z \in \mathcal{O}_K$. Then $(z) = (z')$, so $z/z' = u$ is a unit of K and $N(u) = 1$.

(i) If K is imaginary, then $u = c \in F_q^*$. So $c = \pm 1$ since $N(u) = 1$. If $c = 1$, then $z = z'$, so $z \in \mathcal{O}_k$, thus $(z) = 1$ since (z) has no k -factor. If $c = -1$, then $z = -z'$, $(z/\sqrt{D}) \in \mathcal{O}_k$, so $(z) = (\sqrt{D})$.

(ii) If K is real and $N(\epsilon_0) = g$, then $u = c\epsilon_0^m$, $c \in F_q^*$, $0 \leq m \in \mathbb{Z}$. since $1 = N(u) = c^2 g^m$, so g^m is a square in F_q^* and m is even. Thus $z/z' = u = c\epsilon_0^{2n}$, $0 \leq n \in \mathbb{Z}$. So we have

$$z/\epsilon_0^{2n} = (c\epsilon_0^{2n})z'/\epsilon_0^{2n} = \pm \sqrt{N(u)}z'/\epsilon_0^{2n} = \pm z'/\epsilon_0^{2n}$$

Thus $z/\epsilon_0^{2n} \in k$ or $z/(\epsilon_0^{2n}\sqrt{D}) \in k$, that is $(z) = (1)$ or (\sqrt{D}) .

(iii) If K is real and $N(\epsilon_0) = 1$, then $u = c\epsilon_0^m$ and $c = \pm 1$ since $1 = N(u) = c^2$. So $z = z'u = \pm z'\epsilon_0^m = \pm z'\gamma^m/\gamma'^m$, $z/\gamma^m = \pm z'/\gamma'^m$. Hence $z/\gamma^m \in k$ or $z/(\gamma^m\sqrt{D}) \in k$, that is, $(z) = (\gamma)^m$ or $(\gamma^m\sqrt{D})$. Since $\epsilon_0 = \gamma/\gamma'$, $(\gamma) = (\gamma')$, $(\gamma^2) = (1)$, so $(z) = (1)$, (\sqrt{D}) , (γ) , or $(\gamma\sqrt{D})$.

Finally, by Theorem 1 we know that if an ideal class C contains an ambiguous ideal \mathcal{A} , then the set of ambiguous ideals in C are just $\{\mathcal{A}, \mathcal{A}\sqrt{D}, \mathcal{A}\gamma, \mathcal{A}\gamma\sqrt{D}\}$ (when K is real and $N(\epsilon_0) = 1$) or $\{\mathcal{A}, \mathcal{A}\sqrt{D}\}$ (otherwise). Thus K has respectively 2^{r-2} or 2^{r-1} regular ambiguous classes in these two cases.

Lemma 3 Suppose that C_0 is an irregular ambiguous ideal class of K , $\mathcal{A} \in C_0$ is any integral ideal. (i) It follows that

$$\mathcal{A}\alpha = \mathcal{A}'\beta \tag{1}$$

for some $\alpha, \beta \in \mathcal{O}_K$. (ii) If $\mathcal{A}\alpha = \mathcal{A}'\beta$ for certain $\alpha, \beta \in \mathcal{O}_K$, then $\mathcal{A}\alpha = \mathcal{A}'\beta^*$ and $N(\alpha) = gN(\beta^*)$ for some $\beta^* \in \mathcal{O}_K$, where $N(\alpha) = N_{K/k}(\alpha) = \alpha\alpha'$ denotes the element-norm of α .

Proof (i) Since $C_0 = C_0'$, so $\mathcal{A} \sim \mathcal{A}'$ and $\mathcal{A}\alpha = \mathcal{A}'\beta$ for some $\alpha, \beta \in \mathcal{O}_K$. (ii) We have then the ideal-norm equation $N((\alpha)) = N((\beta))$, which implies $(N(\alpha)) = (N(\beta))$ and $N(\alpha) = cN(\beta)$ for some $c \in F_q^*$. Let $c = c^*d^2$, $d \in F_q^*$, $d\beta = \beta^*$. Since $d\mathcal{A} = \mathcal{A}$, so $\mathcal{A}\alpha = \mathcal{A}'\beta^*$. We may assume $c^* = 1$ or g . If $c^* = 1$, then $N(\alpha/\beta^*) = 1$, so there exists $\gamma \in \mathcal{O}_K$, such that $\alpha/\beta^* = \gamma/\gamma'$. Then $\mathcal{A}\gamma = \mathcal{A}'\gamma'$, so $\mathcal{A}\gamma \in C_0$ is an ambiguous ideal, a contradiction. This shows that $N(\alpha) = gN(\beta^*)$.

Lemma 4 A squarefree polynomial $F \in \mathbb{F}_q[t]$ can be written as $F = c(X^2 - gY^2)$, $X, Y \in \mathbb{F}_q[t]$, if and only if F has no irreducible factor of odd degree. In contrary case, $N(\epsilon_0) = 1$ when K is real^[1].

Lemma 5 A quadratic form over \mathbb{F}_q of rank ≥ 2 represents all elements of \mathbb{F}_q^* . (See [3]).

Proof of Theorem 2 Suppose that C_0 is an ambiguous class of K containing no ambiguous ideal. By Lemma 3 we know that formula (1) holds for some $\mathcal{A} \in C_0$, $\alpha, \beta \in O_K$. Suppose that

$$\alpha = A_1 + B_1\sqrt{D}, \quad \beta = A_2 + B_2\sqrt{D}, \quad A_i, B_i \in \mathbb{F}_q[t]$$

then we have

$$A^2 - BD = g(A_1^2 - B_1^2D) \quad (2)$$

Comparing the leading coefficients of both sides, we see that $\deg(D)$ must be even. If K is real and $N(\epsilon_0) = g$, then, since $\mathcal{A}\alpha = \mathcal{A}'\beta\epsilon_0$, we must have $N(\alpha) = gN(\beta\epsilon_0)$ by Lemma 3. This contradicts to the fact $N(\alpha) = gN(\beta)$, $N(\epsilon_0) = g$. Therefore, K is either inertial imaginary or real and $N(\epsilon_0) = 1$.

By (2) we have

$$(A - gA_1^2) = (B - gB_1^2)D \quad (3)$$

Thus by Lemma 4 we know that D can be written as

$$D = c(X^2 - gY^2), \quad c \in \mathbb{F}_q^*, \quad X, Y \in \mathbb{F}_q[t] \quad (4)$$

This is equivalent to D having no factor of odd degree.

By Lemma 5 we know that $c \in \mathbb{F}_q^*$ can be written as

$$c = a^2 - gb^2, \quad a, b \in \mathbb{F}_q$$

Hence, separating the rational part from irrational of $(a + b\sqrt{g})(X + Y\sqrt{g})$, we have

$$D = (a^2 - gb^2)(X^2 - gY^2) = (aX + bY)^2 - g(aY + bX)^2$$

That is, D can be written in the form

$$D = X^2 - gY^2 \quad (5)$$

Now let us turn to the sufficient part. We then have $X^2 - D = gY^2$ from (*).

Put

$$\mathcal{A} = (Y, X + \sqrt{D})$$

Then

$$\mathcal{A}\mathcal{A}' = (Y^2, Y(X + \sqrt{D}), Y(X - \sqrt{D}), X^2 - D)$$

$$= Y(Y, X + \sqrt{D}, X - \sqrt{D}, gY) = (Y)$$

since $(X + \sqrt{D}) + (X - \sqrt{D}) = 2X$ is prime to Y . And

$$\mathcal{A}^2 = (X^2 - D, Y(X + \sqrt{D}), (X + \sqrt{D})^2) = (X + \sqrt{D})$$

Let $C_0 = [\mathcal{A}]$, the ideal class containing \mathcal{A} . Then $C_0^2 = [\mathcal{A}^2] = 1$, i. e. C_0

$\in \hat{C}_0$. If C_0 contains any ambiguous ideal \mathcal{B} , then $\mathcal{B} = \mathcal{A}\alpha$ for some $\alpha \in K$, so $\mathcal{A}\alpha = \mathcal{A}'\alpha'$, $\mathcal{A}^2\alpha = \mathcal{A}\mathcal{A}'\alpha$, and we have the ideal equation

$$(X + \sqrt{D})(\alpha) = (Y)(\alpha')$$

Hence, for some unit u of K , we have the element equation

$$(X + \sqrt{D})\alpha = Y\alpha'u$$

Considering the element norm, we have $gY^2N(\alpha) = Y^2N(\alpha)N(u)$, i.e. $N(u) = g$. Thus K must be real and $N(\varepsilon_0) = g$. This contradicts to the hypothesis and completes the proof.

Proof of Lemma 2 Let $C_1 \neq C_0$ and C_1 be an ambiguous class containing no ambiguous ideal. Then by Lemma 3 there are ideals $\mathcal{A}_0 \in C_0$, $\mathcal{A}_1 \in C_1$ such that

$$\mathcal{A}_0\alpha_0 = \mathcal{A}'_0\beta_0, \quad N(\alpha_0) = gN(\beta_0)$$

$$\mathcal{A}_1\alpha_1 = \mathcal{A}'_1\beta_1, \quad N(\alpha_1) = gN(\beta_1)$$

Thus we have

$$(\mathcal{A}_0\mathcal{A}_1)(\alpha_0\alpha_1) = (\mathcal{A}'_0\mathcal{A}'_1)(\beta_0\beta_1g)$$

$$N(\alpha_0\alpha_1) = g^2N(\beta_0\beta_1) = N(\beta_0\beta_1g)$$

By the proof of Lemma 3 we see that the ideal $\mathcal{A}_0\mathcal{A}_1 \in C_0C_1$ is an ambiguous ideal. Putting $C_0C_1 = C$, we have $C_1 = C_0^{-1}C = C_0C$. This proves Lemma 2.

Proof of Theorem 3 (1) See row 5. If $\deg D \equiv 1 \pmod{2}$, then, by Lemma 4, $D \neq X^2 - gY^2$. If K is real and $N(\varepsilon_0) = g$, then $D = X^2 - gY^2$ by Lemma 4.

(2) Row 9 follows from Theorem 1, 2, and Lemma 2.

(3) Row 11. If $K \in \text{Class III}$, then D has factor of odd degree and $\deg(D)$ is even, so $s \geq 2$, $h \equiv 0 \pmod{2}$. If K is real and D is irreducible, then $N(\varepsilon_0) = g$ ([1, § 14]), so $s \geq 2$ when $K \in \text{Class V}$. The other parts are obvious by our former theorems.

References

- [1] Artin, E., Quadratische Körper im Gebiet der höheren Kongruenzen I, II, *Math. Z.*, 19 (1924), 153-246.
- [2] Hasse, H., Number Theory, Springer-Verlag, Berlin/New York, 1980.
- [3] Serre, J.-P., A Course in Arithmetic, Springer-Verlag, Berlin/New York, 1973.

二次函数域的理想类群的2-秩与其共轭类

张 贤 科

(数 学 系)

摘 要

设 $k = \mathbb{F}_q(t)$ 为有理函数域, K 为其二次扩张, 特征不为 2. 本文明显给出以下结果: K 的所有自共轭理想类, 包括不含自共轭理想的那些; K 的理想类群的 2-秩 $r_2(K)$; 类数 h 为奇数的充分必要条件以及一张把域 K 分为六类的分类表. 特别, 若 $K = k(\sqrt{D(t)})$, $D(t) \in \mathbb{F}_q[t]$ 的不可约因子个数为 s , 则 $r_2(K) = s - 2$ (当 K 实且 $D(t)$ 有奇次因子) 或 s (当 K 虚且 $D(t)$ 无奇次因子) 或 $s - 1$ (其余情形). 这些结果包含 Artin 关于虚二次函数域的相应结果, 完整地把 Gauss 和 Hasse 等发展起来的二次数域的经典 Genus 理论拓展到了二次函数域. 在数域的情形域是分为四类.

关键词: 二次函数域, 自共轭类, 类群, Genus 理论.

海岸淤积问题解的 存在性唯一性和单调性

王 树 禾

(数 学 系)

摘 要

本文对于海岸淤积问题,不仅考虑新岸线与波峰线夹角的变化,而且考虑波峰线与原岸线夹角也是时空为自变量的函数,讨论淤沙厚度满足的拟线性抛物型方程的第一边值问题和半无穷带形区域问题,这些问题的特点主要是要讨论是否为退化的抛物型方程的问题,我们用解的先验估计和Leray—Schauder不动点定理证明了所考查的问题并不退化,解是随 x 单调递减的函数,且存在足够光滑的唯一的古典解。

关键词: 拟线性抛物型方程, 先验估计, 不动点定理, 全连续算子, 极值原理。

1 问题的提出

港口码头, 海洋平台等重大设施, 若建于沙质海岸附近, 则必须考虑海岸被风浪侵蚀和淤沙堆积问题, 要研究海岸输沙的规律。

鉴于这个问题的重要性, 从五十年代开始, 很多国家对此开展了较深入的研究。但岸线变化方程一直采用热传导方程^[1]。最近我国的陶明德^[2]考虑波峰与岸线之间的夹角是变化的, 得到了拟线性抛物型方程

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} = \left(1 - \beta m \frac{\partial y}{\partial x}\right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}.$$

并用小参数渐近展开的方法, 求得数值解, 但未讨论相应的定解问题的适定性。

我们不仅需要考虑岸线与波峰线夹角的变化, 而且还要考虑波峰线与原岸线夹角也是时空为自变量的函数, 用 $u(x, t)$ 表示淤沙厚度, $\bar{D}_n = \{0 \leq x \leq n, 0 \leq t \leq T\}$, 建立以下拟线性抛物型方程的第一边值问题做为岸线演变的数学模型。

1986年12月22日收到。

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a(x,t) \left(1 - b(x,t) \frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < n, \quad 0 < t \leq T \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} u(x,0) = 0 & 0 \leq x \leq n \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} u(0,t) = \psi_1(t) & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} u(n,t) = 0 & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (4)$$

问题 (1) — (4) 的特点是必须考查 $a(x,t) \left(1 - b(x,t) \frac{\partial u}{\partial x}\right)$ 是否取零值而引起方程

(1) 的退化。

2 (1) — (4) 的存在唯一性和单调性

设 $\bar{D} = \{0 \leq x \leq X, 0 \leq t \leq T\}$, n 为非负整数, $0 < a < 1$, 定义

$$[u]_n^{(x)} = \max_{(x,t) \in \bar{D}} \left\{ \left| \frac{\partial^n u(x,t)}{\partial x^n} \right| \right\}$$

$$[u]_{n+a}^{(x)} = \sup_{(x,t), (x',t') \in \bar{D}} \left\{ \frac{1}{|x-x'|^a} \left| \frac{\partial^n u(x,t)}{\partial x^n} - \frac{\partial^n u(x',t')}{\partial x^n} \right| \right\}$$

$$[u]_n^{(t)} = \max_{(x,t) \in \bar{D}} \left\{ \left| \frac{\partial^n u}{\partial t^n} \right| \right\}$$

$$[u]_{n+a}^{(t)} = \sup_{(x,t), (x,t') \in \bar{D}} \left\{ \frac{1}{|t-t'|^a} \left| \frac{\partial^n u(x,t)}{\partial t^n} - \frac{\partial^n u(x,t')}{\partial t^n} \right| \right\}$$

在 \bar{D} 上连续的函数集合记成 $C^0(\bar{D}) = C^0 \circ (\bar{D})$, 则 $C(\bar{D})$ 是一个线性空间, 引入范数

$$\|u\|_0 = [u]_0$$

其中

$$[u]_0 = \max_{(x,t) \in \bar{D}} \{|u(x,t)|\}$$

若 $u(x,t) \in C(\bar{D})$, 对于 $a > 0$, $\frac{\partial^{i+j} u(x,t)}{\partial x^i \partial t^j}$ ($i+2j \leq a$) 在 \bar{D} 上连续, 且

$$[u]_a = \max_{(x,t) \in \bar{D}} \left\{ \max_{k=0, \dots, \lfloor \frac{a}{2} \rfloor} \left[\frac{\partial^k u}{\partial t^k} \right]_{a-2k}^{(x)}, \max_{k=0, \dots, \lfloor a \rfloor} \left[\frac{\partial^k u}{\partial x^k} \right]_{a-k}^{(t)} \right\}$$

有界, 则称 $u(x,t) \in C^{a, \frac{a}{2}}(\bar{D})$, 在 $C^{a, \frac{a}{2}}(\bar{D})$ 中按通常意义定义加法和数乘, 则它是一个线性空间, 再赋范

$$\|u\|_a = [u]_a + [u]_0$$

则可以证明 $C^{a, \frac{a}{2}}(\bar{D})$ 是 Banach 空间, 且对于 $b > a > 0$ 有不等式

$$[u]_a \leq K \{ [u]_b + [u]_0 \}$$

其中 K 依赖于 a, b 及区域 D , 若 $b > a \geq 0$, 则 $C^{b, \frac{b}{2}}(\bar{D}) \subset C^{a, \frac{a}{2}}(\bar{D})$, 且 $C^{b, \frac{b}{2}}(\bar{D})$ 中的有界集是 $C^{a, \frac{a}{2}}(\bar{D})$ 中的紧致 (列紧) 集。

下文我们将引用线性方程第一边值问题的存在唯一定理及其 Schauder 型先验估计:

定理 0 设 $\bar{D} = \{0 \leq x \leq X, 0 \leq t \leq T\}$, $\psi_i(t) \in C^{1+\frac{\alpha}{2}}([0, T])$, ($i=1, 2$), $\psi(x) \in C^{2+\alpha}([0, X])$, $0 < \alpha < 1$, $\psi_1(0) = \psi(0)$, $\psi_2(0) = \psi(X)$, 且

$$a_1(0,0)\psi''(0) + a_2(0,0)\psi'(0) + a_3(0,0)\psi(0) - \psi_1'(0) = f(0,0)$$

$$a_1(x,0)\psi''(x) + a_2(x,0)\psi'(x) + a_3(x,0)\psi(x) - \psi_2'(0) = f(x,0)$$

$$a_i(x,t) \in C^{\alpha, \frac{\alpha}{2}}(\bar{D}), \quad (i=1,2,3), \quad a_1(x,t) \geq a_0 > 0, \quad f(x,t) \in C^{\alpha, \frac{\alpha}{2}}(\bar{D})$$

$\|a_i\|_{\alpha} \leq M$ ($i=1,2,3$), M 是常数, 则定解问题

$$\begin{cases} a_1(x,t)u_{xx} + a_2(x,t)u_x + a_3(x,t)u - u = f(x,t), & (x,t) \in D \\ u(0,t) = \psi_1(t), & 0 \leq t \leq T \\ u(x,t) = \psi_2(t), & 0 \leq t \leq T \\ u(x,0) = \psi(x), & 0 \leq x \leq X \end{cases}$$

存在唯一解 $u(x,t) \in C^{2+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D})$, $u_x \in C^{1+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D})$ 且有 Schauder 型估计

$$\|u\|_{2+\alpha} \leq K \{ \|f\|_{\alpha} + \|\psi_1\|_{1+\frac{\alpha}{2}} + \|\psi_2\|_{1+\frac{\alpha}{2}} + \|\psi\|_{2+\alpha} \}$$

其中 K 只依赖于 a_0, M, α, X, T .

对于一元函数, $C^n([0, X])$ 表示在 $[0, X]$ 上连续且有 n 阶连续微商的函数集合, $C^0([0, X]) = C([0, X])$ 是 $[0, X]$ 上连续的函数集合, $0 < \alpha < 1$, $C^{n+\alpha}([0, X])$ 是 $C^n([0, X])$ 中的 n 阶导数满足 α 为指数的 Hölder 条件的子集, 令

$$[u(x)]_0 = \max_{x \in [0, X]} \{|u(x)|\}$$

$$[u]_{\alpha} = \sup_{x, x' \in [0, X]} \left\{ \frac{|u(x) - u(x')|}{|x - x'|^{\alpha}} \right\} \quad (0 < \alpha < 1)$$

$$[u]_n = \max_{x \in [0, X]} \left\{ \left| \frac{d^n u}{dx^n} \right| \right\}$$

$$[u]_{n+\alpha} = \sup_{x, x' \in [0, X]} \left\{ \frac{1}{|x - x'|^{\alpha}} \left| \frac{d^n u(x)}{dx^n} - \frac{d^n u(x')}{dx^n} \right| \right\}$$

赋范

$$\|u\|_0 = [u]_0$$

$$\|u\|_{\alpha} = [u]_0 + [u]_{\alpha}$$

则 $C^{\alpha}([0, X])$ ($\alpha > 0$) 是 Banach 空间.

下面给出本文的主要结果.

定理 1 设 $a(x,t) \geq a_0 > 0$, $b(x,t) \geq 0$, $a(x,t), b(x,t) \in C^{1, \frac{1}{2}}(\bar{D}_n)$, $\psi_1(t) \in C^{1+\frac{1}{2}}([0, T])$, $0 < c < 1$, $\psi_1(0) = 0$, $\psi_1'(0) = 0$, $\psi_1'(t) \geq 0$, 则 (1) — (4) 存在唯一解 $u(x,t)$, 且 $u(x,t) \in C^{2+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D}_n)$, $0 \leq u(x,t) \leq e^T [\psi_1']_0 + [\psi]_0$, $u_x \in C^{2+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D}_n)$, $u_x \leq 0$.

证 1) 若 (1) — (4) 有解 $u(x,t)$, 则 $u(x,t) \geq 0$. 令

$$u(x,t) = e^{\beta t} w(x,t)$$

$\beta > 0$ 为待定常数, 则

$$w_t = a(x,t)(1 - b(x,t)u_x)w_{xx} - \beta w$$

若 w 在 D_n 内点取负最小值 m , 则在此极值点上,

$$w_t \leq 0, \quad w_{xx} \geq 0, \quad w_x = e^{-\beta t} u_x = 0$$

于是

$$0 \geq a(x,t)w_{xx} - \beta m \geq -\beta m > 0$$

矛盾。又 w 在 ∂D_n 上不负，故在 \bar{D}_n 上， $w \geq 0$ ，进而在 \bar{D}_n 上 $u(x, t) \geq 0$ 。

2) 用 Leray-Schauder 不动点定理证明 (1) — (4) 存在 $u_x \leq 0$ 的解 $u(x, t)$ 。

(2.1) 取 $k \in [0, 1]$ ，Banach 空间 $E = \{u(x, t) | u \in C^{2+1}(\bar{D}_n), u_x \leq 0\}$ ， $\forall v \in E$ ，下面热传导方程第一边值问题有唯一解 $u(x, t) \in C^{2+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D}_n)$ ，且 $u_x \in C^{2+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D}_n)$ ：

$$\begin{cases} u_t = a(x, t)(1 - kb(x, t)v_x)u_{xx} & 0 < x < n, 0 < t \leq T \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = 0 & 0 \leq x \leq n \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} u(0, t) = \psi_1(t) & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} u(n, t) = 0 & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (8)$$

于是我们建立了一个定义在 E 上的算子 $T_k: \forall v \in E, \exists u, \ni u = T_k v$ 。

(2.2) T_k 是 E 到自身的映射

只需证明 $\forall v \in E, u = T_k v$ 中的 u 满足 $u_x \leq 0$ 。为此，令 $u_x = p(x, t)$ ， $p(x, t)$ 满足方程

$$p_t = a(x, t)(1 - kb(x, t)v_x)p_{xx} + \frac{\partial}{\partial x}(a(x, t)(1 - kb(x, t)v_x))p_x$$

且 $p(x, 0) = 0$ ；注意到 $u \geq 0$ ， $u(n, t) = 0$ ，故 $p(x, t) \leq 0$ ；又因 $\psi_1'(t) \geq 0$ ， $\forall t_1 \in [0, T]$ ，在 $\{0 \leq x \leq n, 0 \leq t \leq t_1\}$ 上，由极值原理， $u(x, t)$ 的最大值必在 $(0, t_1)$ 点取得，故 $u_x(0, t_1) \leq 0$ ，由 t_1 的任意性， $u_x(0, t) \leq 0$ ， $t \in [0, T]$ ，即 $p(0, t) \leq 0$ ，对 $p(x, t)$ 引用极值原理， p 的最大值在边界取得，故知 $p(x, t) \leq 0$ 在 \bar{D}_n 上成立，即在 \bar{D}_n 上， $u_x \leq 0$ 。

当我们过一会证出 $T_k u = u$ 有唯一的不动点，由 (22) 即知 (1) — (4) 的这个唯一解 $u(x, t)$ 满足 $u_x \leq 0$ ， $(x, t) \in \bar{D}_n$ 。

(2.3) $k = 0$ 时， $T_0 v = u_0$ ，其中 $u_0 \in C^{2+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D}_n)$ 是下列问题的唯一解

$$\begin{cases} u_t = a(x, t)u_{xx} & 0 < x < n, 0 < t \leq T \\ u(x, 0) = 0 & 0 \leq x \leq n \\ u(n, t) = 0 & 0 \leq t \leq T \\ u(0, t) = \psi_1(t) & 0 \leq t \leq T \end{cases}$$

与 (2.2) 相似地可证明出 $u_{0x} \leq 0$ ，即 $u_0 \in E$ 。

(2.4) 对每个 $k \in [0, 1]$ ， T_k 是连续算子。

设 $\{v_n\} \subset E$ ，且在 E 中 $v_n \rightarrow v$ ($n \rightarrow \infty$)， $u_n = T_k v_n$ ， $u = T_k v$ ，往证在 E 中 $u_n \rightarrow u$ ($n \rightarrow \infty$)，为此，令 $\bar{u} = u_n - u$ ，则 \bar{u} 满足

$$\begin{cases} \bar{u}_t = a(x, t)(1 - kb(x, t)v_{nx})\bar{u}_{xx} + kab(v_n - v_{nx})u_{xx} & 0 < x < n, 0 < t \leq T \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \bar{u}(x, 0) = 0 & 0 \leq x \leq n \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \bar{u}(n, t) = \bar{u}(0, t) = 0 & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (11)$$

对 (5) — (8) 应用 Schauder 型估计得

$$[u]_{2+\alpha} \leq K \left\{ \|\psi_1\|^{1+\frac{\alpha}{2}} \right\} \quad (13)$$

K 依赖于 a_0, M, α, n, T ，其中 $M \geq \|a(x, t)(1 - kb(x, t)v_x)\|_a$ 。

下面证明 (5) — (8) 的解 $u(x, t)$ 满足

$$[u]_0 \leq e^T [\psi_1]_0 + [\psi_1]_0 \quad (14)$$

由于 $u \geq 0$, $\phi_1(t) \geq 0$ 知 $u_1 \geq 0$, 这里

$$u_1(x, t) = u(x, t) - \frac{x-n}{n} \phi_1(t)$$

把 u_1 代入 (5)–(8) 得

$$\begin{cases} u_{1,t} = a(x, t)(1 - kb(x, t)v_x)u_{1,xx} + \frac{n-x}{n} \phi_1'(t) & 0 < x < n, 0 < t \leq T \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} u_1(x, 0) = 0 & 0 \leq x \leq n \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} u_1(n, t) = 0 & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} u_1(0, t) = 0 & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (18)$$

令 $u_1 = e^t w_1$, 则 $w_1 \geq 0$, 且 w_1 满足

$$w_{1,t} = a(x, t)(1 - kb(x, t)v_x)w_{1,xx} - w_1 + \frac{n-x}{n} \phi_1'(t)e^{-t}, \text{ 若 } w_1 \text{ 的最大值在 } \bar{D}_n \text{ 内点}$$

取得, 则在这一极值点上,

$$\frac{1}{2} (w_1')_t - \frac{1}{2} a(x, t)(1 - kb(x, t)v_x) (w_1')_{xx} + a(x, t)(1 - kb(x, t)v_x)$$

$$\cdot [(w_1)_x]^2 = -w_1^2 + \frac{n-x}{n} \phi_1'(t)e^{-t} w_1$$

$$0 \leq -w_1^2 + \frac{n-x}{n} \phi_1'(t)e^{-t} w_1$$

$$w_1 \leq [\phi_1'(t)]_0$$

在边界上, $w_1 = 0$, 故

$$u_1 = e^t w_1 \leq e^t [\phi_1'(t)]_0$$

$$u \leq u_1 + [\phi_1]_0 \leq e^t [\phi_1']_0 + [\phi_1]_0$$

(14) 式得证.

由不等式

$$[u]_2 \leq K \{ [u]_{2+a} + [u]_0 \}$$

考虑到 (13)、(14) 知 (5)–(8) 的解 u 满足

$$[u]_2 \leq M_2 = \text{const.}$$

当我们证明 (1)–(4) 的唯一解 u 即为 $T_1 u = u$ 的不动点时, 则知 (1)–(4) 的解 u 满足 (14) 式.

下面对 (9)–(11) 进行 Schauder 型估计, 得

$$[\bar{u}]_{2+a} \leq K \{ \|ka(x, t)b(x, t)(v_x - v_{n_x})u_{xx}\|_a \}$$

由于在 E 中 $v_n \rightarrow v$ ($n \rightarrow +\infty$), 由 (13) 式得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [\bar{u}]_{2+a} = 0$$

对 (9)–(12) 的解进行估计易得

$$[\bar{u}]_0 \leq e^T [ka(x, t)b(x, t)(v_x - v_{n_x})u_{xx}]_0$$

由于 $[u]_2 \leq M_2$, 知

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [\bar{u}]_0 = 0$$

由 $[u]_2 \leq K\{[u]_{2+\alpha} + [u]_0\}$ 知

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [\bar{u}]_2 = 0$$

至此得证

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|\bar{u}\|_E \rightarrow 0$$

即 T_k 连续

相似地可以证明, 在 E 的有界集上, T_k 对 k 连续 (对 v 一致).

(2.5) T_k 是全连续算子.

事实上, T_k 把 E 中的有界集映成 $C^{+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D}_n)$ 中的有界集, 在 $C^{2,1}(\bar{D}_n)$ 中是列紧集, 亦是 E 中的列紧集, 故 T_k 是全连续算子.

(2.6) 若 $T_k u = u$ 有解 u , 则 $\|u\|_E \leq M_E = \text{const.}$, M_E 与 k 无关.

我们已经证明, 若 $T_k u = u$ 有解 u , 则 $u_x \leq 0$, 于是 $a(x,t)(1 - kb(x,t)u_x) \geq a_0 > 0$, 由极值原理及 Schauder 型估计的方法, 与前相似地得 $[u]_0$ 及 $[u]_{2+\alpha}$ 进而 $[u]_2$ 对 k 一致有界, 即 $\|u\|_E \leq M_E$, M_E 与 k 无关.

至此, Leray-Schauder 不动点定理条件已满足, 对 $l=1$, $T_1 u = u$ 有不动点, 即 (1)

—(4) 有解 $u(x,t) \in C^{+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D}_n)$, $u_x \in C^{2+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\bar{D}_n)$, $u_x \leq 0$, $0 \leq u \leq e^{\tau}[\varphi'_1]_0 + [\varphi_1]_0$.

3) 唯一性

设 (1)—(4) 除上述 $u_x \leq 0$ 的解 $u(x,t)$ 外, 尚有一解 $v(x,t)$, 令 $\bar{w} = u(x,t) - v(x,t)$, 则 \bar{w} 满足

$$\begin{cases} \bar{w}_t = a(x,t)(1 - b(x,t)u_x)\bar{w}_{xx} - a(x,t)b(x,t)(u_x - v_x)v_{xx} & 0 < x < n, 0 < t \leq T \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \bar{w}(x,0) = 0 & 0 \leq x \leq n \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \bar{w}(n,t) = 0 & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \bar{w}(0,t) = 0 & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (22)$$

令 $\bar{w} = e^{-\tau t} z(x,t)$, 则 $z(x,t)$ 满足

$$\begin{cases} z_t = -\tau z + a(x,t)(1 - b(x,t)u_x)z_{xx} - a(x,t)b(x,t)\bar{w}_x v_{xx} e^{-\tau t} & 0 < x < n, 0 < t \leq T \end{cases}$$

$$\begin{cases} z(x,0) = 0 & 0 \leq x \leq n \end{cases}$$

$$\begin{cases} z(n,t) = 0 & 0 \leq t \leq T \end{cases}$$

$$\begin{cases} z(0,t) = 0 & 0 \leq t \leq T \end{cases}$$

易知, $z(x,t)$ 不在 D_n 内取正最大与负最小, 而在 ∂D_n 上, z 的值为 0, 故 D_n 上 $z(x,t) = 0$, $u = v$, 唯一性证出, 至此定理 1 证毕.

3 $n \rightarrow \infty$ 的情形

定理 2 在定理 1 的条件下, 下列问题 (23)—(25) 有解 $u(x,t) \in C^{2,1}(\bar{H})$, 且在 \bar{H} 上,

$0 \leq u \leq e^{\tau}[\varphi'_1]_0 + [\varphi_1]_0$, $u_x \leq 0$:

$$\begin{cases} u_t = a(x,t)(1 - b(x,t)u_x)u_{xx} & 0 < x < \infty, 0 < t \leq T \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} u(x,0) = 0 & 0 \leq x < \infty \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} u(0,t) = \psi_1(t) & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (25)$$

其中 $\bar{H} = \{0 \leq x < \infty, 0 \leq t \leq T\}$.

事实上, 记 (1)–(4) 的解为 $u_n(x, t)$, 由 (13) 与 (14) 可得 $u_n(x, t)$ 在 $C^{2+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}$ (\bar{D}_n) 的范数下对 n 一致有界, 由 Arzela 引理和对角线子列法可证明定理 2, 细节从略.

4 曲线边界及边界值间断情形

4.1 曲线边界

考虑下列淤积问题

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a(x, t) \left(1 - b(x, t) \frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & 0 < t \leq T, \varphi_1(t) < x < \varphi_2(t) \end{cases} \quad (26)$$

$$u(\varphi_1(t), t) = \psi_1(t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (27)$$

$$u(\varphi_2(t), t) = 0 \quad 0 \leq t \leq T \quad (28)$$

$$u(x, 0) = 0 \quad \varphi_1(0) \leq x \leq \varphi_2(0) \quad (29)$$

其中 $a(x, t)$, $b(x, t)$ 满足定理 1 的条件, 又设 $\varphi_1(t) < \varphi_2(t)$, $\varphi_i(t) \in C^{1+\frac{\alpha}{2}}([0, T])$ ($i=1, 2$).

令

$$\begin{cases} x = \xi [\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)] + \varphi_1(\tau) \\ t = \tau \end{cases}$$

则有

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial x} [\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)]$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \xi \frac{\partial u}{\partial x} \{[\varphi_2'(\tau) - \varphi_1'(\tau)] + \varphi_1'(\tau)\} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} (\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)) \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} (\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)) \right) \frac{\partial t}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau))^2$$

于是得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{(\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau))^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)} \frac{\partial u}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{\xi \{[\varphi_2'(\tau) - \varphi_1'(\tau)] + \varphi_1'(\tau)\}}{\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)} \frac{\partial u}{\partial \xi}$$

最后即把 (26)–(29) 化成

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{1}{[\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)]^2} a(\xi[\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)] + \varphi_1(\tau), \tau) (1 - b(\xi[\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)] + \varphi_1(\tau), \tau)) \frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{1}{\varphi_2(\tau) - \varphi_1(\tau)} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}, & 0 < \tau \leq T, \quad 0 < \xi < 1 & (30) \\ u(0, \tau) = \psi_1(\tau) & 0 \leq \tau \leq T & (31) \\ u(1, \tau) = 0 & 0 \leq \tau \leq T & (32) \\ u(\xi, 0) = 0 & 0 \leq \xi \leq 1 & (33) \end{cases}$$

于是用前面的方法相似地可以证明 (30)–(33) 有唯一解, 从而 (26)–(28) 亦有唯一解, 且此解满足 $u(x, t) \in C^{+\alpha, \frac{2+\alpha}{2}}(\tilde{D})$, 其中

$$\tilde{D} = \{\varphi_1(t) \leq x \leq \varphi_2(t), \quad 0 \leq t \leq T\}$$

4.2 边值间断

在定理 1 条件下, 又假设 $\psi_1(t)$ 有间断:

$$\lim_{t \rightarrow t_0^-} \psi_1(t) = a_0, \quad \lim_{t \rightarrow t_0^+} \psi_1(t) = b_0.$$

其中 $t_0 \in [0, T]$, 且 $a < b_0$.

用 [8] 中的方法可以证明, 这时 (1)–(4) 仍有唯一解 $u(x, t)$, 但沿直线段 $l_1 = \{(x, t) | 0 \leq x \leq n, t = t_0\}$ 趋于 $P_0(0, t_0)$ 点时, (1)–(4) 的解趋于 a ; 而沿直线段 $l_2 = \{(x, t) | x = 0, t_0 < t \leq T\}$ 趋于 P_0 点时, (1)–(4) 的解 $u(x, t)$ 趋于 b .

把 l_1 与 l_2 , $n+1$ 等分之, 分点分别为 A_1, A_2, \dots, A_n 与 B_1, B_2, \dots, B_n , $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0, \exists n \geq n_0$ 时,

$$|u(A_n) - a| < \varepsilon, \quad |u(B_n) - b| < \varepsilon$$

$\forall u_0 \in (a, b)$, 当 $\varepsilon \ll 1$ 时, $u(A_n) < u_0 < u(B_n)$, 又 $u(x, t)$ 在线段 $A_n B_n$ 上连续, 由中值定理, 在 $A_n B_n$ 上必有一点 P_n , 使得 $u(P_n) = u_0 (n \geq n_0)$. 此即表明, 在 l_1 与 l_2 为边的直角区域内存在点列 $\{P_n\}$, $P_n \rightarrow (0, t_0) (n \rightarrow \infty)$, 且 $u(P_n) \equiv u_0 (n \geq n_0)$. 所以间断点 $(0, t_0)$ 是解 $u(x, t)$ 的本性奇点, 在直线 $t = t_0$ 上侧呈现如下的奇异性: 对区间 $[a, b]$ 内的任何实数, 都会找到一条曲线, 此曲线在上述直角域之内, 沿此曲线趋于奇点 $(0, t_0)$ 时, $u(x, t)$ 的极限就是任意指定的 $[a, b]$ 上的那个实数.

参 考 文 献

- [1] 薛鸿超, 顾家龙, 任汝述, 海岸动力学, 人民交通出版社, 1984, 392.
- [2] 陶明德, 完全拦截泥沙的丁坝问题渐近解, 复旦学报(自然科学版), 25 (1986) No. 1, 45–49.
- [3] A. 弗里特曼, 抛物型偏微分方程, 夏宗伟译, 科学出版社, 1984.
- [4] 宇多高明, 第二十九回海岸工学讲演会议文集, 日本土木工程学会, (1982), 289.
- [5] M. H. 普劳特, H. E. 温伯格, 微分方程最大值原理, 叶其孝, 刘西桓译, 科学出版社, 1985.
- [6] Чжоу Юй-линь, Матем. сб. т., 47 (89), (1959), No. 4, 475–484.
- [7] 王树禾, 某些退化的非线性抛物型方程的边值问题, 广西大学学报(自然科学), 16 (1984).
- [8] 王树禾, 拟线性抛物型方程间断边值问题, 中国科学技术大学学报, 16 (1986), 334–339.

The Existence and Uniqueness and Monotonicity of the Solution for the Seacoast Deposit Problem

Wang Shuhe

(Department of Mathematics)

Abstract

In this paper, we not only consider the change between the wave crest lines and the shore lines, but also consider that the angles between the wave crest lines and the new shore lines is a function of time and space. We discuss the first boundary value problems of quasilinear equations of parabolic type and the problem in the half-infinite belt region, these problems describe the thickness of deposits. The principal characteristic of these problems is to discuss whether the equations of parabolic type degenerate.

By the method of prior estimates of the solutions and the Leray-Schauder fixed point theorem, we prove the existence, uniqueness of the classical solutions of the discussed problems, and prove that the problems are not degenerate, and the solutions are sufficient smooth and monotone decreasing functions for x .

Key words, quasilinear equation of parabolic type, prior estimate, fixed point theorem, completely continuous operator, maximum principle.

每点都与3度点相邻的最大临界3棱连通图的结构

徐俊明

(数学系)

摘要

设 $G = (V, E)$ 是3棱连通图, 若对每个 $x \in V(G)$, $G-x$ 不是3棱连通的, 则称 G 为临界3棱连通图. p 阶临界3棱连通图的全体记为 $\mathcal{S}_3(p)$, $G \in \mathcal{S}_3(p)$ 称为最大的, 如果不存在 $H \in \mathcal{S}_3(p)$, 使 $|E(H)| > |E(G)|$. 本文给出每个点都与3度点相邻的 p 阶最大临界3棱连通图的结构.

关键词: 3棱连通度, 临界3棱连通图, 极值图.

1 引言

设 $G = (V, E)$ 是简单连通无向有限图, $V = V(G)$ 是 G 的顶点集合, 简称点集合, $E = E(G)$ 为 G 的棱集合, $|V(G)|$ 和 $|E(G)|$ 分别称为 G 的阶数和棱数. 称 G 是临界 k 棱连通的, 如果 G 是 k 棱连通的, 并且对每个点 $x \in V(G)$, $G-x$ 不再是 k 棱连通的. p 阶临界 k 棱连通图的全体记为 $\mathcal{S}_k(p)$. $G \in \mathcal{S}_k(p)$ 称为最大的, 如果不存在 $H \in \mathcal{S}_k(p)$ 使 $|E(H)| > |E(G)|$. 用 $f_k(p)$ 记 p 阶最大临界 k 棱连通图的棱数.

习知, 2阶完全图 K_2 是唯一的临界1棱连通图. 所以当 $p \geq 3$ 时, $\mathcal{S}_1(p) = \emptyset$, 并且 $f_1(2) = 1$. $f_2(p)$ 由田丰和张存铨^[1]确定, 极值图类由丁頌康^[2]给出, $f_3(p)$ 由作者^[3]、丁頌康^[4]和汪泓^[5]分别独立地确定为:

$$f_3(p) = \begin{cases} \frac{2}{9}p^2 + \frac{1}{2}p, & p \equiv 0 \pmod{6}, \\ \frac{2}{9}p^2 + \frac{1}{18}p + \frac{31}{18}, & p \equiv 1 \pmod{6}, \\ \frac{2}{9}p^2 + \frac{5}{18}p + \frac{5}{9}, & p \equiv 2 \pmod{6}, \\ \frac{2}{9}p^2 - \frac{1}{6}p + \frac{7}{2}, & p \equiv 3 \pmod{6}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{2}{9}p^2 + \frac{1}{18}p + \frac{20}{9}, & p \equiv 4 \pmod{6}, \\ \frac{2}{9}p^2 + \frac{5}{18}p + \frac{19}{18}, & p \equiv 5 \pmod{6}. \end{cases}$$

但 $\mathcal{G}_3(p)$ 中棱数达到 $f_3(p)$ 的极值图类至今尚未见到报导. 本文给出达到 $f_3(p)$ 的一类特殊的极值图, 为此需要以下的一些术语和记号.

设 $x \in V(G)$, 令 $N_G(x) = \{y \in V(G); xy \in E(G)\}$, $d_G(x) = |N_G(x)|$ 称为点 x 的度数, 度数为 d 的点称为 d 度点. 苏健基^[6]和作者^[7]分别独立地证明了临界 h 棱连通图至少有两个 h 度点. 而且此下界可以达到. 记每个点都与 h 度点相邻的最大临界 h 棱连通图的全体为 \mathcal{G}_h^{**} , 并记 \mathcal{G}_h^{**} 中阶数为 p 的图的全体为 $\mathcal{G}_h^{**}(p)$.

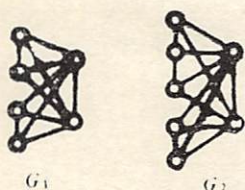


图 1

记 k 个不相交图 H 的并为 kH . K_n 和 P_n 分别表示 n 阶完全图和 n 阶简单路. 设 P 是若干不相交的阶数为 2 或 3 的简单路的并, K 是与 P 不相交的完全图. 用 $P \uplus K$ 表示这样的图类: 当 $H \in P \uplus K$ 时,

$$\begin{cases} V(H) = V(P) \cup V(K), \\ H[V(P)] = P, H[V(K)] = K, \\ d_H(x) = 3, \text{ 对任何 } x \in V(P), \\ N_H(y) \cap V(P) = \emptyset, \text{ 对任何 } y \in V(K). \end{cases}$$

图 1 所示的 $G_1 \in (2P_2) \uplus K_2$, $G_2 \in (P_2 \cup P_3) \uplus K_2$. 若 $|V(P)| + |V(K)| = p$, 则显然有 $P \uplus K \subseteq \mathcal{G}_3(p)$.

令 $p = 6k + i$, $1 \leq i \leq 6$, 当 $1 \leq i \leq 3$ 时, $k \geq 1$, 当 $4 \leq i \leq 6$ 时, $k \geq 0$. 我们定义 p 阶图类 $\mathcal{H}_3(p)$ 如下:

$$\begin{cases} \mathcal{H}_3(6k+1) = ((k-1)P_2 \cup P_3) \uplus K_{4,k}, (P_2 \cup P_3) \uplus K_2, (2P_2) \uplus K_3, & k \geq 1; \\ \mathcal{H}_3(6k+2) = ((k-1)P_2 \cup P_3) \uplus K_{4,k+1}, & k \geq 1; \\ \mathcal{H}_3(6k+3) = ((k+1)P_2) \uplus K_{4,k+1}, & k \geq 1; \\ \mathcal{H}_3(6k+4) = ((k+1)P_2) \uplus K_{4,k+2}, & k \geq 0; \\ \mathcal{H}_3(6k+5) = ((k+1)P_2) \uplus K_{4,k+3}, & k \geq 0; \\ \mathcal{H}_3(6k+6) = ((k+1)P_2) \uplus K_{4,k+4}, (2P_2) \uplus K_2, & k \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

记由 (2) 式定义的所有图的集合为 \mathcal{H}_3 , 它如图 2 所示.

本文将证明

定理 $\mathcal{G}_3^{**} = \mathcal{H}_3$.

文中用到而未加说明的其他术语和记号见^[8].

2 定理的证明

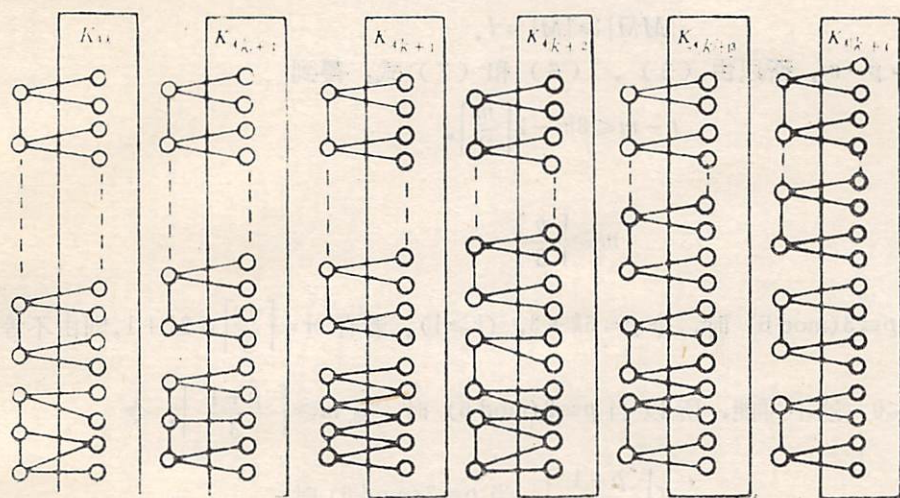
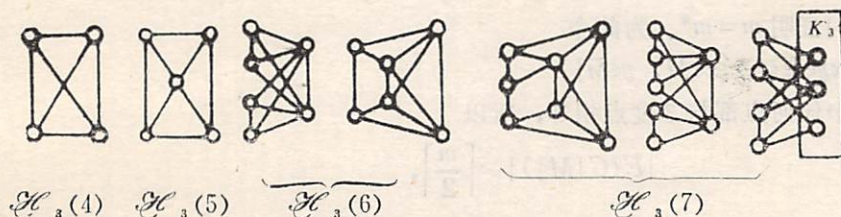
设 $G \in \mathcal{G}_3^{**}(p)$. 令 $M = \{x \in V(G); d_G(x) = 3\}$, $\bar{M} = V(G) \setminus M$, 并令 $m = |M|$, $l = |\bar{M}|$.

引理 设 $G \in \mathcal{G}_3^{**}(p)$, 则 $G[\bar{M}] = K_1$,

$$m = \begin{cases} 4, & \text{当 } p=4 \text{ 时;} \\ 4, & \text{当 } p=5 \text{ 时;} \\ 2, 4, & \text{当 } p=6 \text{ 时;} \\ 3, 4, 5, & \text{当 } p=7 \text{ 时;} \\ m^*, & \text{当 } p \geq 8 \text{ 时,} \end{cases}$$

其中

$$m^* = \begin{cases} \left\lceil \frac{p+1}{3} \right\rceil, & \text{当 } p \equiv 3 \pmod{6} \text{ 时;} \\ \left\lfloor \frac{p}{3} \right\rfloor, & \text{当 } p \not\equiv 3 \pmod{6} \text{ 时,} \end{cases}$$



$\mathcal{H}_3(6k+1)$ $\mathcal{H}_3(6k+2)$ $\mathcal{H}_3(6k+3)$ $\mathcal{H}_3(6k+4)$ $\mathcal{H}_3(6k+5)$ $\mathcal{H}_3(6k+6)$
 $k \geq 2$ $k \geq 1$ $k \geq 1$ $k \geq 1$ $k \geq 1$ $k \geq 1$

图2 图类 \mathcal{H}_3

而且当 $p \geq 8$ 时有 $|E(G[\bar{M}])| = \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$, 这里 $\lceil r \rceil$ 表示不小于 r 的最小整数。

证明 设 $G \in \mathcal{G}_3^{**}(p)$. 由 G 的最大性显然应有 $G[\bar{M}] = K_1$, 而且当 $4 \leq p \leq 7$ 时, 利用穷举容易验证引理是正确的。下面我们假定 $p \geq 8$ 。

首先, 我们注意到 (1) 式满足

$$f_3(p) \geq \frac{2}{9}p^2 - \frac{1}{6}p + \frac{7}{2}, \text{ 当 } p \geq 8 \text{ 时,} \quad (3)$$

因为 $G \in \mathcal{G}_3^*(p)$, 且 $p \geq 8$, 所以

$$f_s(p) = |E(G)| = \begin{cases} = \frac{3}{2}p, & \text{当 } m = p \text{ 时;} \\ \leq \frac{1}{2}[3(p-1) + (p-1)] = 2(p-1), & \text{当 } m = p-1 \text{ 时;} \\ \leq \frac{1}{2}[3(p-2) + 2(p-1)] = \frac{5}{2}p-4, & \text{当 } m = p-2 \text{ 时.} \end{cases}$$

但是

$$\frac{3}{2}p \leq 2(p-1) \leq \frac{5}{2}p-4 < \frac{2}{9}p^2 - \frac{1}{6}p + \frac{7}{2}. \quad (4)$$

所以由 (3) 式和 (4) 式, 我们得 $f_s(p) < f_s(p)$ 的矛盾, 这是不可能的. 所以 $m \leq p-3$.

下面我们证明 $m = m^*$. 为此令

$$MM = \{xy \in E(G), x \in M, y \in \bar{M}\}.$$

因为 G 中任何点都与 3 度点相邻, 所以

$$|E(G[M])| \geq \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil, \quad (5)$$

$$|MM| = 3m - 2|E(G[M])|, \quad (6)$$

$$|MM| \geq |\bar{M}| = l. \quad (7)$$

考虑到 $l = p - m$, 所以由 (5)、(6) 和 (7) 式, 得到

$$p - m \leq 3m - 2 \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil. \quad (8)$$

从而

$$m \geq \left\lceil \frac{p}{3} \right\rceil.$$

又当 $p \equiv 3 \pmod{6}$ 时, 令 $p = 6k + 3$, ($k \geq 1$). 若有 $m = \left\lceil \frac{p}{3} \right\rceil = 2k + 1$, 则由不等式 (8)

可导出 $1 \leq 0$. 这不可能, 所以当 $p \equiv 3 \pmod{6}$ 时, 有 $m \geq \left\lceil \frac{p+1}{3} \right\rceil$. 令

$$m^* = \begin{cases} \left\lceil \frac{p+1}{3} \right\rceil, & \text{当 } p \equiv 3 \pmod{6} \text{ 时;} \\ \left\lceil \frac{p}{3} \right\rceil, & \text{当 } p \not\equiv 3 \pmod{6} \text{ 时.} \end{cases}$$

则由刚才的证明我们已有 $m^* \leq m \leq p-3$. 为了证明 $m = m^*$, 我们将 (1) 式改写成下列形式:

$$f_s(p) = \begin{cases} 8k^2 + 3k + 2, & \text{当 } p = 6k + 1 \text{ 时;} \\ 8k^2 + 7k + 2, & \text{当 } p = 6k + 2 \text{ 时;} \\ 8k^2 + 7k + 5, & \text{当 } p = 6k + 3 \text{ 时;} \\ 8k^2 + 11k + 6, & \text{当 } p = 6k + 4 \text{ 时;} \\ 8k^2 + 15k + 8, & \text{当 } p = 6k + 5 \text{ 时;} \\ 8k^2 + 19k + 11, & \text{当 } p = 6k + 6 \text{ 时.} \end{cases} \quad (9)$$

并且将 m^* 写成下列形式

$$m^* = \begin{cases} 2k+1, & \text{当 } p=6k+j, 1 \leq j \leq 2 \text{ 时;} \\ 2k+2, & \text{当 } p=6k+j, 3 \leq j \leq 6 \text{ 时.} \end{cases} \quad (10)$$

由于 $G \in \mathcal{G}_3^{**}(p)$, $E(G) = E(G[M]) \cup MM \cup E(G[\bar{M}])$, 所以由 (5) 式和 (6) 式, 有

$$\begin{aligned} f_3(p) &= |E(G)| = |E(G[M])| + |MM| + |E(G[\bar{M}])| \\ &= |E(G[M])| + 3m - 2|E(G[M])| + \binom{p-m}{2} \\ &= 3m + \binom{p-m}{2} - |E(G[M])| \leq 3m + \binom{p-m}{2} - \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor, \end{aligned}$$

这里 $\binom{n}{2}$ 表示 n 元素的 2 组合数 $\frac{1}{2}n(n-1)$. 令

$$g(m) = 3m + \binom{p-m}{2} - \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor, \quad m^* \leq m \leq p-3.$$

由于 $g(m) - g(m-1) \leq m - (p-3) \leq 0$. 所以 $g(m)$ 在 $[m^*, p-3]$ 上递减. 由于当 $p \geq 8$ 时 $m^* < p-3$, 所以 $g(m)$ 仅在 m^* 处达最大值 $g(m^*)$. 于是

$$f_3(p) \leq g(m^*). \quad (11)$$

但由 (9) 式和 (10) 式并通过计算得

$$\begin{aligned} g(m^*) &= 3m^* + \binom{p-m^*}{2} - \left\lfloor \frac{m^*}{2} \right\rfloor \\ &= \begin{cases} g(2k+1) = 8k^2 + 3k + 2, & \text{当 } p=6k+1 \text{ 时;} \\ g(2k+1) = 8k^2 + 7k + 2, & \text{当 } p=6k+2 \text{ 时;} \\ g(2k+2) = 8k^2 + 7k + 5, & \text{当 } p=6k+3 \text{ 时;} \\ g(2k+2) = 8k^2 + 11k + 6, & \text{当 } p=6k+4 \text{ 时;} \\ g(2k+2) = 8k^2 + 15k + 8, & \text{当 } p=6k+5 \text{ 时;} \\ g(2k+2) = 8k^2 + 19k + 11, & \text{当 } p=6k+6 \text{ 时;} \end{cases} \\ &= f_3(p) \end{aligned}$$

结合 (11) 式, 我们有 $m = m^*$, 并且 $|E(G[M])| = \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$.

定理的证明 我们只须证明对任一给定的 p 都有

$$\mathcal{H}_3(p) = \mathcal{G}_3^{**}(p). \quad (12)$$

由 $\mathcal{H}_3(p)$ 的结构知, $\mathcal{H}_3(p) \subseteq \mathcal{G}_3(p)$. 由于对每个 $G \in \mathcal{H}_3(p)$, G 中每个点都与 3 度点相邻, 再根据 (9) 式不难验算 $|E(G)| = f_3(p)$, 故 $\mathcal{H}_3(p) \subseteq \mathcal{G}_3^{**}(p)$. 下面证明 $\mathcal{G}_3^{**}(p) \subseteq \mathcal{H}_3(p)$. 任取 $G \in \mathcal{G}_3^{**}(p)$. 当 $4 \leq p \leq 7$ 时, 可以通过穷举验证其成立. 以下我们假定 $p \geq 8$.

令 $p = 6k + i$, $1 \leq i \leq 6$, 并且当 $i = 1$ 时, $k \geq 2$; 当 $2 \leq i \leq 6$ 时, $k \geq 1$. 我们分别两种

情形进行讨论

情形1 $1 \leq i \leq 2$

由引理知 $m = 2k + 1$, $l = 4k + i - 1$, $G[\bar{M}] = K_{4k+i-1}$, $|E(G[M])| = k + 1$. 所以 $G[M]$ 中最多只有一个且有一个 2 度点, 其余均为 1 度点, 故 $G[M] = (k-1)P_2 \cup P_3$. 又因为对每个 $x \in M$, 有 $d_G(x) = 3$, 而且对每个 $y \in \bar{M}$, 有 $N_G(y) \cap M \neq \emptyset$, 所以 $G \in ((k-1)P_2 \cup P_3) \cup K_{4k+i-1} = \mathcal{G}_3(6k+i)$, $1 \leq i \leq 2$.

情形2 $3 \leq i \leq 6$

由引理知 $m = 2k + 2$, $l = 4k + i - 2$, $G[\bar{M}] = K_{4k+i-2}$, $|E(G[M])| = k + 1$. 所以 $G[M]$ 中每点均为 1 度点, 即 $G[M] = (k+1)P_2$. 又因为对每个 $x \in M$, 有 $d_G(x) = 3$, 而且对每个 $y \in \bar{M}$, 有 $N_G(y) \cap M \neq \emptyset$, 所以 $G \in ((k+1)P_2) \cup K_{4k+i-2} = \mathcal{G}_3(6k+i)$, $3 \leq i \leq 6$.

综合情形 1 和情形 2, 我们证明了 $G \in \mathcal{G}_3(p)$. 由 $G \in \mathcal{G}_3^{**}(p)$ 的任意性, 所以 $\mathcal{G}_3^{**}(p) \subseteq \mathcal{G}_3(p)$. (12) 式得证, 故定理成立.

本文得到朱必文老师和李乔老师的悉心指导和帮助, 深表谢意.

参 考 文 献

- [1] 田丰、张存铨, 系统科学与数学, 3(1983), No. 1, 55—61.
- [2] 丁頌康, 数学年刊, 6A (1985), No. 4, 447—453.
- [3] 徐俊明, 新疆大学学报, 2(1985), No. 4, 123.
- [4] 丁頌康, 长沙铁道学院学报, 4(1986), No. 3, 47—55.
- [5] 汪泓, 数学杂志, 6(1986), No. 4, 381—384.
- [6] 苏健基, 数学研究与评论, 6(1986), No. 1, 169—172.
- [7] 徐俊明, 工程数学学报, 3(1986), No. 2, 165—168.
- [8] Bondy, J. A., Murty, U. S. R., *Graph Theory with Applications*, MacMillan Press LTD, 1976.

The Constructions of Maximum Critically 3-Edge-Connected Graphs with Every Vertex Adjoining the Vertex of Degree Three

Xu Junming

(Department of Mathematics)

abstract

A graph G is called to be critically 3-edge-connected if G is 3-edge-connected and deleting any arbitrarily chosen vertex from G always leaves a graph which is not 3-edge-connected. A critically 3-edge-connected graph G of order p is called to be maximum if it has the greatest size among all such graphs of the same order as G .

The constructions of maximum critically 3-edge-connected graphs with every vertex adjoining the vertex of degree three are given in this paper.

Key words: 3-edge-connectivity, critically 3-edge-connected graph, extremal graphs.

Bi₁₂SiO₂₀ 实时全息剪切效应 和无偏置电压时衍射特性

明 海

(物理系)

摘 要

在物光和参考光夹角不大的情况下,用双参考光路可以观察到 Bi₁₂SiO₂₀ (BSO) 实时全息位相共轭再现的剪切效应,并用于实时全息剪切干涉仪。当采用双物光束全息光路时,能在晶体上偏置电压为零的情况下获得较大BSO位相共轭波反射率。

关键词: BSO实时全息,位相共轭,剪切干涉。

1 前言

1976年光电晶体 Bi₁₂SiO₂₀ (BSO) 首次作为体全息图的介质得以应用,由于它的光学质量好、灵敏度高、对记录的全息图能迅速清除和重复使用等,受到人们广泛的注意,并把它用于相干波前的记录,控制和处理的实时系统中。关于 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体在光学信息处理中用于实时图象处理,在位相共轭光学中用于象差的补偿和位相共轭放大,以及用 BSO 实时全息、散斑进行干涉计量的工作已有大量的报道^[1-4]。为了使 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体具有良好的光导性能,通常在晶体上加 6kV 左右的偏置电压,这样人们往往忽视了用 BSO 全息进行实时剪切干涉的可能性以及无偏置电压时 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体的工作情况。这里仅对在双参考光束的光路中的 BSO 全息共轭再现光的剪切效应和零电压时双物光束的 BSO 全息的衍射特性进行实验,并给出实验结果。

2 双参考光路中BSO全息实时剪切效应

一般说来,用于全息剪切干涉的双频光栅大都是平面全息图,而在 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体中形成的是体全息图,再现时布喇格衍射的条件比较苛刻,利用 BSO 全息实现实时全息剪切干涉似乎很困难,然而对于不同厚度的 BSO 晶体来说并不都是这样。我们在实验中所用的 3mm 厚的 Bi₁₂SiO₂₀ 晶体,折射率是 2.90,用 5145 Å 的 Ar⁺ 激光谱线作光源,在物光束和参考

1987年3月20日收得。

光束夹角不大的情况下，从理论和实验上都表明，允许偏离布喇格条件的角度偏移量有一定的范围。

对于有吸收的位相全息光栅来说，非倾斜光栅偏离布喇格入射时衍射效率公式为^[5]

$$\eta = \exp(-2D_0) Y^2 \operatorname{sinc}^2 \left[\frac{(X_1^2 + Y^2)^{1/2}}{\pi} \right] \quad (1)$$

式中 $\exp(-2D_0)$ 表示吸收因子， X_1, Y 是有关位相调制量。对于同一个全息图来说 Y 保持不变， X_1 随照明光波入射角 ψ 改变而改变， X_1 的改变量与相对布喇格入射角 ψ_0 的偏移量 $\delta\psi$ 成正比。

$$X_1 = \delta\psi \cdot K_F \frac{\delta}{2} \quad (2)$$

这里 δ 是记录介质的厚度， $\delta\psi = \psi - \psi_0$ ， $K_F = 4\pi n_0 \sin\theta_0 / \lambda$ (n_0 是记录介质折射率， θ_0 是在记录介质中的布喇格角) 因此有

$$\delta\psi = \frac{X_1 \lambda}{2\pi n_0 \sin\theta_0 \cdot \delta} \quad (3)$$

随着角度偏移量 $\delta\psi$ 的增大，衍射效率降低，对于 $Y_1 = \frac{\pi}{2}$ 时，由 (1) 式可知 $X_1 = 2.7$ 情况下，衍射效率为零。如果衍射效率降低到零的角度偏移量为 $\delta\psi_0$ ，则有

$$\delta\psi_0 = \frac{2.7\lambda}{2\pi n_0 \sin\theta_0 \cdot \delta} \quad (4)$$

当物光束与参考光束在空气中成 10° 角对称入射时，相应地在记录介质中的布喇格角 $\theta_0 = \sin^{-1} \frac{\sin 5^\circ}{2.90} = 1.72^\circ$ ，把 $\lambda = 5145 \text{ \AA}$ 、 $\delta = 3 \text{ mm}$ 、 $n_0 = 2.90$ 代入 (4) 式可以求出衍射效率为零的

角度偏移量 $\delta\psi_0 = 0.14^\circ$ ，对应空气中的角度是 0.4° 。就是说对于这样记录的一张全息图，当物、参光成 10° 角对称入射，用记录波长再现时，非倾斜光栅布喇格入射角是 5° ，由上述衍射效率为零的角度偏移量的计算得出，照明光波的入射角超出 $5^\circ \pm 0.4^\circ$ 时，衍射象才完全消失。于是 BSO 实时全息位相共轭再现的剪切效应在照明光波入射角偏离量范围 -0.4° 到 $+0.4^\circ$ 之间可以观察到。

BSO 实时全息剪切干涉光路如图 1 所示。实验中采用 Ar^+ 激光的 5145 \AA 谱线作光源，输出功率从 0 到 1 W 连续可调。 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体尺寸是 $10 \times 8 \times 3 \text{ mm}^3$ ，光入射面是晶体的 110 面；面平行度高于 $\frac{\lambda}{2}$ ，电压加在 1T0 方向，直流电源的电

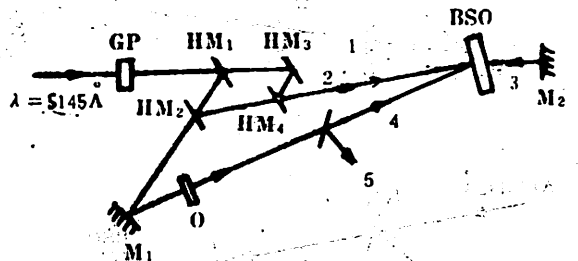


图 1 BSO 实时全息剪切干涉光路

压从 0 到 10kV 连续可变，晶体放在左右、上下角度可调的光学支架上。 M_1, M_2 是全反镜。 HM_1, HM_2, HM_3, HM_4 是楔形半反射镜，信号检测采用 $460-1 \text{ A}$ 功率计。首先激光束通过格兰棱镜 GP 得到直线偏光，然后经扩束、准直和方形光栏变成截面为 $10 \times 8 \text{ mm}^2$ 的平行光，由 HM_1 和 HM_2 把光束分成三路，光束 1

和光束4夹角为 10° ，相对 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_2$ 晶体110面对称入射，光束(1)与光束(2)的夹角通过半反射镜 HM_1 进行调节，为了保证干涉条纹足够的可见度，再现照明光波相对布拉格入射角的偏移量小于 0.1° 。反射镜 M_2 安装在带有精密刻度盘的角度左右可调的光学台上，反射镜 M_2 对参考光束1和光束2反射。当其中一束反射先在光束1和光束2的分角线方向时，另一束反射光一般都偏离衍射效率为零的角度偏移量 $\delta\psi$ 。光束4是物光路，0是待测物体。如果光束1和光束2的夹角从 0.01° 改变到 0.05° 时，在 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_2$ 晶体上形成的拍频周期从 1.67mm 改变到 0.296mm ，在共轭再现光束与方向上的不同位置就能观察到剪切条纹的剪切量的改变。图2是衍射效率相对于布喇格衍射角偏移量的曲线。 η_0 是 $X=0$ 即满足布喇格入射条件时的衍射效率，实线是 $Y_1 = \frac{\pi}{2}$

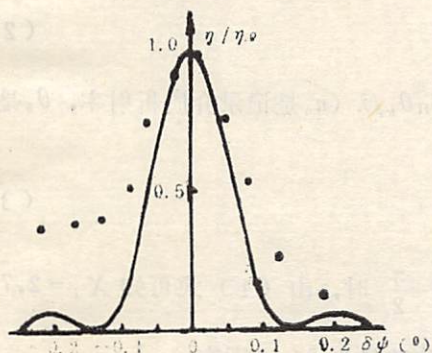


图2 衍射效率相对布喇格角偏移量曲线

时的理论曲线。圆圈标出的是实测的实验值。实验曲线在大角度与理论上有些偏离，一方面是由于晶体的特性决定，另一方面也受到实验上读数精度的影响。实验表明，在上述的实验条件下，非倾斜光栅偏离布喇格入射，对于 3mm 厚的 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_2$ 晶体来说，角度的偏移量 $\delta\psi$ 在 $\pm 0.05^\circ$ 的范围时，共轭再现现象仍然能获得较高的衍射效率。由此用双参考光路构成的BSO实时全息干涉仪与一般的全息剪切干涉仪相比较具有制作双频光栅处理简单，并可根据所测位相物体的需要，实时调整拍频周期等优点。另外，由于电场通过线性电光效应引起晶体折射率的变化，不必考虑全息干板处理时乳胶的收缩以及非线性效应。

3 在双物光路中BSO全息无偏压时的位相共轭再现

由此用双参考光路构成的BSO实时全息干涉仪与一般的全息剪切干涉仪相比较具有制作双频光栅处理简单，并可根据所测位相物体的需要，实时调整拍频周期等优点。另外，由于电场通过线性电光效应引起晶体折射率的变化，不必考虑全息干板处理时乳胶的收缩以及非线性效应。

3 在双物光路中BSO全息无偏压时的位相共轭再现

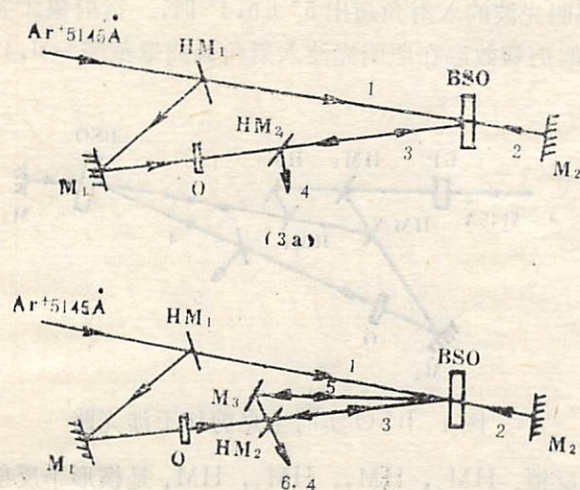


图3 a) 一般BSO位相共轭光路
b) 双物光束BSO位相共轭光路

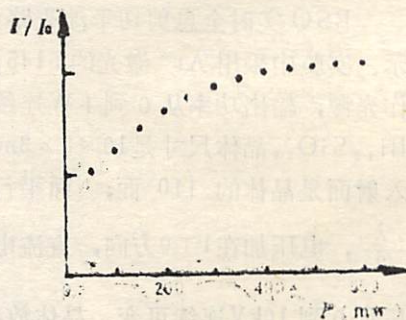


图4 无偏置电压共轭再现光强
相对值随激光功率变化实验曲线

$\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体的记录过程是一种光诱导折射率变化的过程。一般为使 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体具有良好的光导性能，通常在晶体上加6kV左右的高压。但在无偏置电压时，在强光下由于载流子的扩散，实际上仍能看到位相共轭再现现象。按照图3a所示的一般 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体位相共轭光路，采用上述 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体作实验，当 Ar^+ 激光5145Å谱线输出功率为光电100mW时，无电场情况下位相共轭光波的反射率是加6kV偏置电压时的64%。在无偏置电压的情况下，把 Ar^+ 激光的输出功率逐渐升高，共轭再现光的衍射光强也逐渐增加，功率增加到400mW左右时，衍射光强的变化逐渐趋于饱和。600mW时光学共轭再现衍射光强是50mW时的2.1倍。图4为晶体上无偏置电压时共轭再现衍射光强相对值随 Ar^+ 激光输出功率变化的实验曲线。纵坐标中的 I_0 是 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体上偏置电压是6kV， Ar^+ 激光5145Å线谱输出功率为100mW时的位相共轭衍射光强。在无偏置电压时，随着 Ar^+ 激光5145Å线谱功率的增加，位相共轭再现全息图的背景噪声也随着有所增加，为了提高无偏置电压时BSO位相共轭再现全息图的衍射效率，降低背景噪声，这里采用了如图3b所示的双物光束的光路。仅在普通的BSO位相共轭光路图3a上增加一面反射镜 M_3 ，将因物光束中用于观察位相共轭再现现象的半反射镜损失的一部分物光反射到 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体上，这样光束5、1、2和6组成新的位相共轭光路。因此位相共轭再现光将是两个物光的位相共轭再现现象的迭加，当光束1与光束2的方向正好成180°时，两再现现象正好重合，BSO位相共轭波的反射率，即共轭再现光的衍射效率提高将近一倍。图5是一张无偏置电压时BSO位相共轭再现全息图的照片。



图5 无偏压BSO位相共轭再现全息图

4 结论

双参考光路和双物光路对于BSO晶体全息图来说也是完全适用的，小角度的双参考光路的BSO全息为拍频周期可变的实时全息剪切干涉提供了一条途径。在无偏置电压的情况下， Ar^+ 激光的输出功率合适时，也能较清楚地观察到BSO全息位相共轭再现现象；采用双物光束光路时，可以提高BSO位相共轭波反射率。

本文实验工作是在日本东京大学工学部应用物理系田中俊一教授研究室进行的。在此对田中俊一教授，梅坦真佑副教授有益的学术讨论和实验方面的帮助深表感谢。

参 考 文 献

- [1] Huignard, J.P., et al., *Appl. Opt.*, 16 (1977), No.7, 1807.
- [2] Tiziani, H.J., *Optica Acta*, 29 (1982), No.4, 463.
- [3] Ellen Ochoa, et al., *Appl. Opt.*, 24 (1985), No.12, 1826.
- [4] Huignard, J.P., et al., *Opt. Eng.*, 24 (1985), No.4, 586.
- [5] 于美文，光学全息及信息处理，国防工业出版社，1984。

The Shearing Effect of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ Real Time Hologram and Its Diffraction Character of Zero Voltage

Ming Hai

(Department of Physics)

Abstract

Using double reference beam configuration the shearing effect of conjugate reconstruction of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO) real time hologram is observed at small angle of object beam and reference beam. This effect can be used for real time shearing interferometer. When double object beam configuration is used the larger wavefront reflectivity of BSO phase conjugation at zero electric field is obtained,

Key words: BSO real time hologram, phase conjugation, shearing interferometer.

高 Reynolds 数流动的时均 能量方程及熵增表达式

吕盘明

(工程热物理系)

摘 要

本文对湍流耗散过程作了详细的热力学分析,明确提出不仅在时均动量方程中,而且在时均能量方程及热力学第二定律的表达式中,湍流影响项与粘性影响项也具有相似的张量表达式,而且与用何种湍流模型计算 Reynolds 应力张量 Π_r 无关。本文还引进名义滞止焓和平均流动熵的概念,推导出适合数值求解的封闭的克罗柯形式的时均流动方程组。

关键词: 湍流, 能量耗散, 熵增。

1 前言

使用完整的 Navier-stokes 方程组求解各种工程上有意义的流动问题是人们长期以来追求的目标。由于电子计算机的迅速发展,近年来人们在这方面的兴趣与日俱增。不过目前唯一经济可行的方法还是求解时间平均(有时是质量加权平均,以下简单地统称时均)的 Navier-stokes 方程组。而且对大多数工程问题来讲,人们主要关心的也是平均流动参数的改变。人们已经在这方面作了一些有意义的尝试。文献[1—3]分别利用不包括能量方程的(求解的是绝热流动,用全流场的滞止焓的平均值为常数的假设代替能量方程)时均 Navier-stokes 方程组对叶栅通道内的绝热流动作了预测。他们所用的时均连续方程与原始的连续方程具有同样的形式,所用的时均动量方程只比原始动量方程增加一湍流应力(或称 Reynolds 应力)附加项。两者都是目前普遍采用且易于数值求解的形式。但是采用同样的办法推导出来的时均能量方程中的湍流附加项就不那么容易数值求解了,因而需要用一个模型来简化它。同时,时均流动的熵增表达式也存在同样的问题。本文的目的就是要建立一个湍流耗散模型,推导出易于数值求解,物理意义明确的时均能量方程湍流耗散附加项的表达式及熵增

1986年10月31日收到。

表达式。

本文采用笛卡儿直角坐标系。用小写的 v 表示脉动速度，右上角带一撇表明相应的脉动量。其它无特别标记的量是平均流动参量，如经特别说明的除外。

2 时均 Navier-stokes 方程组

只要将原始的 Navier-stokes 方程组中各物理量都表示成其平均值与脉动值之和，对方程时均化即可得如下时均 Navier-stokes 方程组^[4]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \Pi + \nabla \cdot \Pi_r \quad (2)$$

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} - \nabla \cdot (Q + Q_r) + \Pi_i \nabla \cdot \mathbf{V} + \overline{\mathbf{v} \cdot \nabla p'} + \overline{\Pi'_i \nabla \cdot \mathbf{v}} \quad (3)$$

其中方程 (1) 是连续方程， ρ 是平均密度， \mathbf{V} 是平均速度。方程 (2) 是动量方程， Π 是粘性应力张量， Π_r 是 Reynolds 应力张量。 $\nabla \cdot \Pi_r$ 是方程 (2) 左端项在时均化时生出的湍流附加项。 Π 和 Π_r 的分量形式分别为

$$\Pi^{ij} = \mu \left(\frac{\partial V^i}{\partial X^j} + \frac{\partial V^j}{\partial X^i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial V^i}{\partial X^i} \quad (4)$$

$$\Pi_r^{ij} = -\overline{\rho v^i v^j} \quad (5)$$

μ 是粘性系数。Reynolds 应力张量 Π_r 有如下精确的输运方程将其与平均流动特性相联系，

$$\frac{D}{Dt} \overline{\rho v^i v^j} = D^{ij} + p^{ij} + \epsilon^{ij} + \pi^{ij} \quad (6)$$

为了简单起见，上式右端各项均用代号表示， D^{ij} 是扩散项， p^{ij} 是产生项， ϵ^{ij} 是耗散项， π^{ij} 是压力变形相关项。现在将与本文以下的讨论有关的项列出：

$$p^{ij} = - \left[\overline{\rho v^i v^j} \frac{\partial V^i}{\partial X^j} + \overline{\rho v^j v^i} \frac{\partial V^j}{\partial X^i} \right] \quad (7)$$

$$\epsilon^{ij} = -2\mu \left[\overline{\frac{\partial v^i}{\partial x^j} \frac{\partial v^j}{\partial x^i}} \right] \quad (8)$$

由于方程 (6) 相当复杂，目前实际使用的只是 (6) 式的简化模式。比如常将方程 (6) 缩并，即令方程 (6) 中 $i = j$ ，并除以 2 以后即得到湍动能的输运方程为

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = D_k + p_k - \rho \epsilon_k \quad (9)$$

其中 $k = \frac{1}{2} \overline{v^i v^i}$ 是湍流脉动的动能， p_k 是湍动能的产生项，即湍流从平均流动抽取能量转变成湍流脉动动能。 ϵ 是湍动能的耗散项，即由于分子粘性的作用，湍动能进一步耗散转变成气体内能的那部分。 D_k 是 k 的扩散项，由 (7) 式和 (8) 式缩并可得

$$p_k = -\overline{v^i v^i} \frac{\partial v^i}{\partial x^i} = \frac{1}{\rho} \Pi_r : \nabla \mathbf{V} \quad (10)$$

$$\epsilon = \frac{\overline{v^i \frac{\partial v^i}{\partial x^i}}}{\rho} \quad (11a)$$

此即

$$\epsilon = \frac{1}{\rho} \overline{\Pi'_{i,j} \frac{\partial v^i}{\partial x^j}} = \frac{1}{\rho} \overline{\Pi'_{i,j} : \nabla \mathbf{v}} \quad (11b)$$

其中

$$\Pi'_{i,j} = \mu \left(\frac{\partial v^i}{\partial x^j} + \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right) - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial v^i}{\partial x^i} \right) \approx \mu \left(\frac{\partial v^i}{\partial x^j} + \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right) \quad (12)$$

由以上讨论可知，借助于一定的湍流模型，时均动量方程（2）不难求解，因而已被普遍采用。

时均能量方程（3）中， $\nabla \cdot \mathbf{Q}$ 是热传导项， \mathbf{Q} 是热流量矢量。 $\Pi_r : \nabla \mathbf{V}$ 是粘性耗散项，常用 Φ 代表它。它代表由于粘性的作用，使平均动能耗散转变成气体内能。显然， Φ 和 ϵ 的生成机理相同。

$$\nabla \cdot \mathbf{Q} = \frac{\partial}{\partial x^i} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x^i} \right) \quad (13)$$

$$\Phi = \Pi_r : \nabla \mathbf{V} = \Pi'_{i,j} \frac{\partial v^i}{\partial x^j} \quad (14)$$

时均能量方程（3）中有三项是湍流附加项。其中 $-\nabla \cdot \mathbf{Q}_r$ 项是由 $\rho \frac{Dh}{Dt}$ 项时均化时生出的附加项

$$-\nabla \cdot \mathbf{Q}_r = -\frac{\partial}{\partial x^i} \left(-C_p \rho \overline{v^i T'} \right) \quad (15)$$

也叫做湍流表观热流。实则是内能或焓的湍流输运，所以也有一与方程（6）相似的输运方程将其与平均流动参量相联系，因而这一项也是易于模化求解的。时均能量方程（3）中另二项湍流附加项分别来源于 $\frac{Dp}{Dt}$ 项和 $\Pi_r : \nabla \mathbf{V}$ 项在时均化时生出的附加项。它们在时均能量方程中的地位与粘性耗散函数 ϵ 相似。也代表一种能量的耗散，因而可以定义一个新的量 Φ_r 来表示这二项之和。

$$\Phi_r = \overline{\mathbf{v} \cdot \nabla p'} + \overline{\Pi'_{i,j} : \nabla \mathbf{v}} = \overline{v^i \frac{\partial p'}{\partial x^i}} + \overline{\Pi'_{i,j} \frac{\partial v^i}{\partial x^j}} \quad (16)$$

我们称之为湍流耗散函数，它代表平均动能由于湍流作用的耗散，注意将其与湍动能耗散率 ϵ 相区别，它们之间有下述关系式

$$\Phi_r = \overline{v^i \frac{\partial p'}{\partial x^i}} + \rho \epsilon \quad (17)$$

现在的问题是， Φ_r 的表达式（16）式中包含有脉动量的导数，这使得目前所习用的湍流模

型无能为力。为此文献[1]、[2]中干脆将 Φ_r 整个忽略掉，而文献[3]则让 $\Phi_r = \rho\epsilon$ ，所以如何更加合理地模化 Φ_r 项已成为急需解决的问题。

3 时均能量方程的简化

在研究湍流耗散的机理之前，首先让我们对粘性耗散作一些机理性的解释。

试考察流场中两个相邻的气体微元六面体 A 和 B 。设其三棱边长都分别是 Δx^i ， Δx^j ， Δx^k 。平均速度方向相同，且与 x^i 方向重合，大小分别为 $V^i_{(A)}$ 和 $V^i_{(B)}$ ，设 $V^i_{(A)} - V^i_{(B)} = \Delta V^i > 0$ 。又 A 与 B 之接触表面积可以表示为 $\Delta s = \Delta x^i \Delta x^k \mathbf{e}_j$ ， \mathbf{e}_j 是 x^j 方向单位矢量，也是 Δs 表面之法向量，参见图 1。

由于粘性应力张量的作用， A 与 B 之间存在一对大小相等方向相反之粘性剪切力 $\mathbf{f}_{(A)}$ 和 $\mathbf{f}_{(B)}$ ，且有

$$\mathbf{f} = \Pi \cdot \Delta s \quad (18a)$$

或者

$$f^i = \Pi^{ij} \Delta x^i \Delta x^k \quad (18b)$$

于是在单位时间间隔内， A 对外界输出了功量 $f^i V^i_{(A)}$ ， A 的平均动能也减少了同样的量。而外界对 B 的做功量为 $f^i V^i_{(B)}$ ， B 的平均动能也增加了同样数量。不难发现，由于 $f^i V^i_{(B)} < f^i V^i_{(A)}$ ，在这一动能输运过程中有一部分动能 N_{Loss} 耗散掉了，且有

$$N_{\text{Loss}} = f^i [V^i_{(A)} - V^i_{(B)}] = \Pi^{ij} \Delta x^i \Delta x^k \frac{\Delta V^i}{\Delta x^i} \Delta x^j$$

由此可见，对单位体积的气体而言，其平均动能的粘性耗散率 Φ 可以表示为

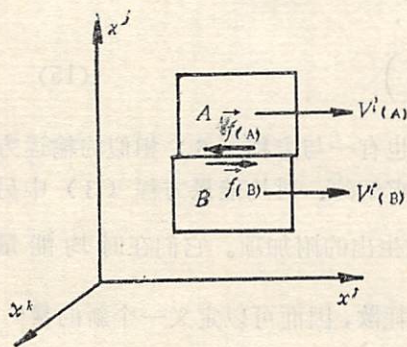


图 1 粘性耗散机理示意图

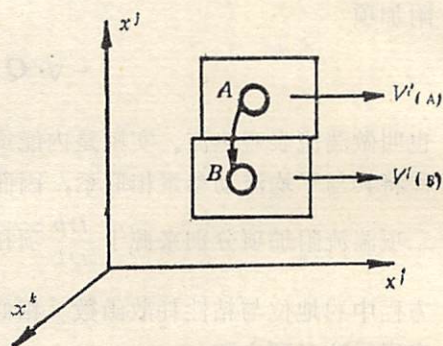


图 2 湍流耗散机理示意图

$$\Phi = \Pi^{ij} \frac{\partial V^i}{\partial x^i} = \Pi : \Delta \mathbf{V} \quad (19)$$

这与 (14) 式完全一样。

下面我们再来研究一下湍流耗散的机理。试考虑与图 1 相同条件的两个气体微元六面体 A 和 B 。设在一微小时间间隔 Δt 内 ($\Delta t \ll T$ ， T 是时均周期)， A 中有一质量为 m 之微团由于具有脉动速度分量 $v^i_{(A)}$ 而跃迁到 B 中 (可见此处 $v^i_{(A)}$ 是负值) 参见图 2，于是， A 方的平均动能净损失为

$$\dot{N}_{(A) \text{ LOSS}} = \frac{1}{2} m \{ [V_{(A)}^i + v_{(A)}^i]^2 + [v_{(A)}^j]^2 + [v_{(A)}^k]^2 \} - \frac{1}{2} m [V_{(A)}^i]^2 \quad (20)$$

而B方的平均动能净增益为

$$N_{(B) \text{ GAIN}} = \frac{1}{2} m \{ [V_{(B)}^i + v_{(A)}^i]^2 + [v_{(A)}^j]^2 + [v_{(A)}^k]^2 \} - \frac{1}{2} m [V_{(B)}^i]^2 \quad (21)$$

又假定小微团跃迁的距离是 Δx^i , 不难看出有

$$\Delta x^i = |v_{(A)}^i| \Delta t = -v_{(A)}^i \Delta t \quad (22)$$

显而易见, 由于 $N_{(A) \text{ LOSS}} \approx N_{(B) \text{ GAIN}}$, 其中必有一部分平均动能耗散掉了, 并且

$$\begin{aligned} \Delta N &= N_{(A) \text{ LOSS}} - N_{(B) \text{ GAIN}} = m v_{(A)}^i [V_{(A)}^i - V_{(B)}^i] \\ &= -m v_{(A)}^i \frac{\Delta V^i}{\Delta x^i} v_{(A)}^j \Delta t \end{aligned} \quad (23a)$$

此即表明, 对单位体积的气体而言, 湍流引起的平均动能耗散率为 $\Delta N / \Delta x^i \Delta x^j \Delta x^k \Delta t$, 或

$$-\overline{\rho v^i v^j} \frac{\partial V^i}{\partial x^j} = \Pi_T : \Delta V \quad (23b)$$

如将以上结果与 (10) 式相比较可以发现, 平均动能的湍流耗散全部转变成为湍动能的增加。

由于 (23b) 式与 (19) 式的数学表达式相似, 我们可以合理地假定湍流引起的平均动能的耗散与粘性引起的平均动能的耗散是可以比拟的, 虽然两者的物理机制是如此的不同。本文特建议将时均能量方程中的湍流耗散项 Φ_T 简化表示为

$$\Phi_T = \Pi_T : \Delta V = -\overline{\rho v^i v^j} \frac{\partial V^i}{\partial x^j} \quad (24)$$

由此时均能量方程 (3) 式可以相应地写成

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} - \nabla \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{Q}_T) + \Pi : \Delta V + \Pi_T : \Delta V \quad (25)$$

注意此地 (24) 式不依附于任何湍流模型, 所以 Π_T 的计算既可以根据 (5)、(6) 二式精确进行, 也可以引进 Boussinesq 式的涡粘性模型。比如

$$\Pi_T = 2\mu_T \mathbf{D} - \frac{2}{3} (\mu_T \nabla \cdot \mathbf{V} + \rho k) \cdot \mathbf{I} \quad (26)$$

其中 k 是湍流脉动动能, μ_T 是湍流粘性系数, 由一定的湍流模型给出, \mathbf{D} 是变形率张量,

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T] \quad (27)$$

不难看出, (26) 式还可以用其它模型代替^[6], 但是不管采用什么模型计算 Π_T , (24) 式都将适应。

下面考虑一个 (24) 式的特例。在二维边界层流动中, 如果让 x^1 取主流方向, $V^1 = U$, $V^2 = 0$, $v^1 = u$, $v^2 = v$, 则 (24) 式成为

$$\Phi_T = -\overline{\rho uv} \frac{\partial U}{\partial y}$$

这正好与 Van Driest 在 1951 年所证明的表达式相符^[6]。

又如果让方程 (2) 两边点乘平均速度 \mathbf{V} ，即可得平均动能的输运方程

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) = -\nabla p \cdot \mathbf{V} + (\nabla \cdot \Pi) \cdot \mathbf{V} + (\nabla \cdot \Pi_r) \cdot \mathbf{V} \quad (28)$$

现引进一新的名义时均滞止焓 H_m ，让

$$H_m = h + \frac{V^2}{2} \quad (29A)$$

显而易见， H_m 与时均滞止焓 H 不同，虽然两者相差甚微。因为由时均参数的定义不难证明有

$$H = h + \frac{V^2}{2} + k \quad (29B)$$

再将 (25) 式与 (28) 式相加，按张量运算法则可得到时均能量方程的另一有用形式

$$\rho \frac{DH_m}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{Q}_r) + \nabla \cdot (\Pi \cdot \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\Pi_r \cdot \mathbf{V}) \quad (30)$$

4 湍流耗散模型

由时均能量方程 (25) 式及平均动能输运方程 (28) 式，我们可建立一湍流能量耗散模型。参见图 3。当气流的脉动速度尺度与平均流动速度尺度相比很小时，气体微团所载有的能量可以分作三个层次，第一层次是其平均速度 \mathbf{V} 所代表之平均流动动能 $\frac{1}{2}V^2$ ，这是一种有序的能量形式，其长度尺度一般在厘米级以上。在很多情况下有可能假设为定常流动。第二层次是脉动速度 \mathbf{v} 所代表的湍动能 $\frac{1}{2}\overline{v'v'}$ 。 \mathbf{v} 永远是不定常的，其长度尺度以微米计。我们认为这是无序的能量形式。第三层次是气体分子的不规则热运动，运动的长度尺度在 10^{-4} 微米级。这是一种比湍流脉动能更低一级的能量形式。由于粘性和湍流的影响，相邻流体微团之间同一层次能量形式的转移必然伴随有从有序的能量形式向无序的能量形式的转移及从高级的能量形式向低级的能量形式的转移。按照热力学第二定律，这后两种能量转移过程都是不可逆过程，都要引起气体熵的增加。这就是说，图 3 中的过程 a 和 b 都要对平均流动熵值（熵的时均值）的增加负责。而过程 a 和 c 则要对真实流动（瞬时流动）的熵增负责。但过程 d 、 e 和 g 则不引起熵的增加。我们又假定所研究的气体流动的 Reynolds 数足够地高。能量传递过程 b 不受过程 a 的影响，过程 c 又不受过程 a 和 b 影响，那么湍流影响和粘性影响可以叠加，按热力学第二定律，平均流动的熵增表达式可以写作

$$T \frac{Ds}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{Q}_r) + \frac{1}{\rho} \Phi + \frac{1}{\rho} \Phi_r \quad (31)$$

由图 3 还可看出，除了热交换项 $\nabla \cdot \mathbf{Q}$ 和 $\nabla \cdot \mathbf{Q}_r$ 以外，只有过程 a 和 c 要对流体微团的温度升高负责，且都是由于分子粘性的原因。这表明湍流耗散项 Φ_r 并不直接引起流体温度的升高，虽然由于湍流过程的不可逆性，湍流从平均流动抽取的动能 Φ_r 最终都是要耗散成气体的内能的。对强剪切流来说，一般 $\Phi_r > \rho \epsilon$ ，此时只有湍流耗散的一部分要对当时当地的流场温度升高负责，另一部分则暂以湍动能的形式储存在流动场内部。但对弱剪切流来

讲，比如叶栅下游尾迹流中则因 $\Phi_r < \rho\epsilon$ ，这时气体内能的增长率反而会超过湍流耗散率。

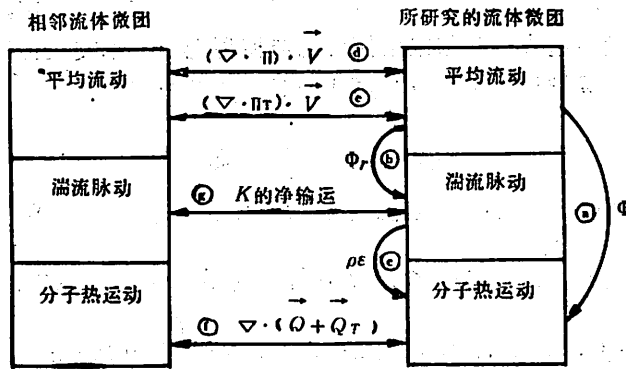


图 3 湍流能量守恒示意图

湍流过程正好起到了调整流场内部能量分布的作用。只有在湍流处于自身平衡状态时，才有 Φ_r 等于 $\rho\epsilon$ 。

作为平均流动熵增表式 (31) 的一个应用，将 (31) 式与 (25) 式比较可得

$$T \frac{Ds}{Dt} = \frac{Dh}{Dt} - \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt} \quad (32)$$

因为时均流动是稳定的，以上式代入动量方程 (2) 式，可得

$$(\nabla \mathbf{V}) \cdot \mathbf{V} = -\nabla h + T \nabla s + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \Pi + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \Pi_T \quad (33)$$

并且不难证明有

$$(\nabla \mathbf{V}) \cdot \mathbf{V} = -\mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}) + \nabla \left(\frac{V^2}{2} \right) \quad (34)$$

这就导得时均动量方程的 Crocco 形式为

$$-\mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}) = -\nabla H_m + T \nabla S + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \Pi + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \Pi_T \quad (35)$$

因此由某种湍流模型定义 Π_T 以后，方程 (1)，(35)，(30) 和 (31) 四式即构成如下一完整的便于数值求解的时均 Navier-stokes 方程组，它以 \mathbf{V} ， ρ ， H_m 和 s 四量为基本未知变量。

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

$$\begin{cases} -\mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}) = -\nabla H_m + T \nabla S + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \Pi + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \Pi_T \\ \rho \frac{DH_m}{Dt} = -\nabla \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{Q}_T) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) + \nabla \cdot \Pi + \rho \Pi_T \cdot \mathbf{V} \\ T \frac{Ds}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\mathbf{Q} + \mathbf{Q}_T) + \frac{1}{\rho} \Phi + \frac{1}{\rho} \Phi_r \end{cases} \quad (36)$$

5 结束语

本文对高 Reynolds 数可压缩粘性流动的湍流耗散过程作了全面的热力学分析, 明确了不仅在时均动量方程中, 而且在时均能量方程和平均流动熵增表达式中, 湍流影响项与粘性影响项都有相似的张量表达式, 并与采用何种湍流模型无关. 本文还提出了名义时均滞止焓和平均流动熵的概念, 量推导得到克罗柯形式的时均流动方程组.

参 考 文 献

- [1] C. Hah, *J. of Engr. for Gas Turbine and Power*, ASME, 106 (1984), 421-429.
- [2] C. Hah, *J. of Engr. for Gas Turbine and Power*, ASME, 108 (1986), 15-21.
- [3] Weinberg B.C., et al., *J. of Engr. for Gas Turbine and Power*, ASME, 108, (1986), 93-102.
- [4] 越学端、廖其奠, 粘性流体力学, 机械工业出版社, 1983.
- [5] Gao Ge, Ning Huang, *J. of Engr. for Gas Turbine and power*, 108 (1986), 259-264.
- [6] Shapiro A.H., 陆志芳等译, 可压缩流的动力学与热力学, 科学出版社, 1977, 457-458.

The Ensemble-Averaged Energy and Entropy Equations

Lǐ Panming

(Department of Engineering Thermophysics)

A detailed thermodynamics analysis of turbulence dissipation has been performed. It is clarified that, not only in the ensemble-averaged momentum equation but also in the ensemble averaged energy and entropy equations, the turbulence term has similar tensor expressions to the viscous term, and these expressions are independent of the modelling of Reynolds stress tensor $\bar{\Pi}_T$. In addition to above mentioned a nominal total enthalpy and the entropy of the averaged flow have been introduced, and a set of aerodynamic equations of Crocco's type governing ensemble averaged flow has been newly derived.

Key words: turbulence, energy dissipation, entropy increase.

显微图像的计算机粒度分析

吴健康 孙勇

(无线电电子学系)

摘 要

本文叙述了一个人机交互式的显微图像计算机粒度分析系统。该系统软件的设计充分考虑了显微图像对比度差、照度不均匀、信噪比小等特点，并且设计了专门的算法以处理颗粒图像中的空洞以及相互重叠的问题。该系统可以用于分析不同放大倍数和不同物质的显微图像或用其它手段所获得的图像。分析结果以分布曲线和数字的形式输出。内容可包括：颗粒面积、长轴、短轴、长短轴之比的统计分布以及上述各项分布的期望值和方差。

关键词：图像处理，模式识别，显微图像。

1 前言

物质结构的粒度分析是材料科学研究的一个重要手段。例如，发光粉颗粒的粒度直接影响发光屏的分辨率和亮度。为了制成高效能的发光粉，必须控制发光粉的粒度。又如，底片乳剂层的感光度，反差系数，分辨率等，均在很大程度上与其粒度有关。粒度统计分析是十分重要的物质结构分析手段，显微镜法是适用范围最广的粒度分析方法。以往，对显微照片进行粒度统计，是用坐标纸描的方法人工进行的，工作量大而且结果精度不高。随着图像处理技术的发展以及国内图像处理设备的普及，用机器代替人工自动分析已经可能。它精度高，速度快，绘制的曲线美观。

本文所述的自动粒度分析系统是建立在通用图像处理系统 VAX11/75 + Model75 上的，显微图像通过联机摄像机实时输入系统，然后运行该程序。在 10 分钟左右即可获得分析结果，结果以数字和曲线的形式给出。

用电子显微镜摄取图像时，实验条件及设备的差异影响照片质量。例如，反差太小，或者是信噪比小，颗粒相互重叠。在应用图像处理技术分析显微图像时，必须根据不同情况，采用不同的处理方法，才能获得令人满意的效果。为此，我们采用人机对话方式来选择处理功能，确定处理范围，从而获得满意的效果和较广的应用。系统方框图如图 1，方框表示各处理模块，棱形表示人机对话功能部分。

1987年2月16日收到。

整个处理可以粗略分成图象二值化、颗粒标号以及计算统计值这三大块，其中最为复杂的是颗粒标号之前的空洞颗粒的填充，重叠颗粒的分离，靠边颗粒的去除处理。图象二值化即将图象分成颗粒和背景两类，是通过分块人机对话实时取阈值实现的。其结果可实时显示在荧光屏上，并允许反复调整。在获得的二值图象中，可能存在颗粒的空洞、重叠以及靠边被截去部分等等复杂情况。为此，我们设计了一系列算法。

在得出颗粒的正确图象之后，就可以给各颗粒赋以唯一标号，使各颗粒之间得以区分。最后的粒度统计结果包括面积、长轴、短轴、长短轴之比等的分布，以及上述分布的期望值和均方差。下面将分别论述几个主要部分。

2 图象二值化

图象二值化，即以 0 表示背景，用 1 表示颗粒，是用取阈值的方法完成的。阈值选取正确与否直接影响分析结果的精度。设图象的灰度范围为 0 ~ 255，则取阈值运算定义如下：

下面将分别论述几个主要部分。

2 图象二值化

图象二值化，即以 0 表示背景，用 1 表示颗粒，是用取阈值的方法完成的。阈值选取正确与否直接影响分析结果的精度。设图象的灰度范围为 0 ~ 255，则取阈值运算定义如下：

$$f_i(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{若 } f(x,y) \geq t \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1)$$

$$f_i(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{若 } f(x,y) \geq t \\ \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

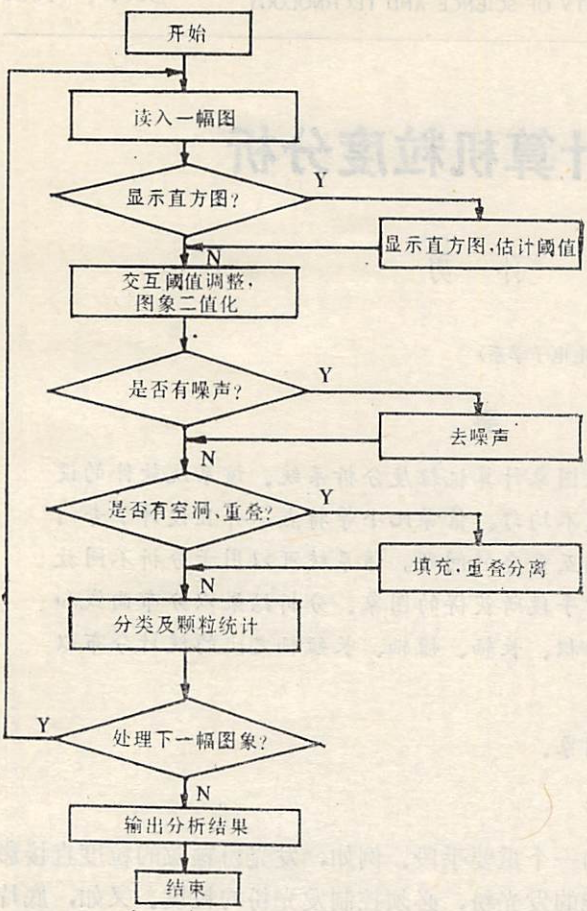


图 1 系统方框图

(1)、(2) 的选取根据原始图象是正片还是负片而定。

如果为了突出边缘，可以先进行微分运算，然后再设置阈值。如果颗粒具有与背景不同的平均灰度值，可采用局部求平均再设置门限。采用最频值法取阈值，作背景和颗粒两类都近似于正态分布的假设，则在两峰之间的谷底取阈值，出错概率最小。

图象照度不均匀，使得阈值成为空间位置 (x,y) 的函数，此时使用单阈值处理效果不佳。故采用分块取阈值方法，能在很大程度上补偿照度不均匀现象。

实时观察取阈值效果，以人机对话方式调整阈值，能获得满意的二值图象。实时显示取阈值结果可以通过重写图像显示器中的 R、G、B 三色表列 LUT 内容来实现。若将阈值以上象素都置成红色，其余象元不变，则 R、G、B 三色的 LUT 内容改成：

$$\begin{cases} \text{LUTR}(i) = \text{LUTG}(i) = \text{LUTB}(i) = i - 1, & \text{若 } i \leq T, T \text{ 为阈值。} \\ \text{LUTB}(i) = \text{LUTG}(i) = 0, \text{ LUTR}(i) = 255, & \text{其它。} \end{cases}$$

则原始图象经过查表之后, 在显示器上的图象便为:

$$\begin{cases} f(x,y) = f(x,y), & \text{若 } f(x,y) \leq T, \quad T \text{ 为阈值.} \\ f(x,y) = \text{红色, 其它.} \end{cases}$$

这样在显示器上就可看到修改 T 后的结果。

3 去噪声改善图象质量

显微图象往往噪声较大, 有必要进行噪声消除处理。

噪声消除可以采用平滑、低通滤波、一维和二维中值滤波等方法, 但是因为颗粒可能有空洞, 上述方法不一定有效, 因此本算法采用从 $N_1 \times N_1$ 到 $N_2 \times N_2$ 的一系列窗口来过滤噪声, 此处 N_1 、 N_2 代表窗口的最小和最大尺寸。如果窗口所罩象素集合的最外一圈象元为背景, 则可将窗口内的元素都置成背景。这样可以通过改变窗口大小来达到消除噪声的目的。即对于 $N \times N$ 窗口, $N_1 \leq N \leq N_2$, 若有 $f(i,1) = f(i,N) = f(1,i) = f(N,i) = 0$, 其中 $1 \leq i \leq N$, 则有 $f(i,j) = 0$, 其中 $1 \leq i, j \leq N$

对于处在边缘上的颗粒, 有一部分在照片之外, 为了保证统计结果精度, 则将它们舍去。

4 边界跟踪并分离颗粒

在颗粒的显微图象中, 往往存在多个颗粒相互重叠、颗粒内部有空洞等现象, 对此必须填上空洞, 并分离重叠颗粒。要完成这两个处理, 就先跟踪颗粒边界, 找出颗粒重叠之处。我们采用左手摸墙法进行边界跟踪。同时考虑到几乎所有颗粒都显凸多边形, 作此假设后通过计算颗粒边界点的曲率来寻找颗粒交点, 联结相应交点, 将颗粒分开。现叙述如下。

4.1 左手摸墙法

边界跟踪是在二值化后的图象上进行的, 这时, 颗粒边界存在于图象中象的 0、1 交替处。左手摸墙边界跟踪法的基本思想是, 当找到一个边界点后, 在 3×3 的领域内, 以反时针方向找到下一个不为 0 的边界点, 前进一步。整个算法分为两步: (a) 寻找颗粒起点。

(b) 找到起点后, 进行边界跟踪。反复使用这两步直至处理完一幅图。第一步用来给颗粒定位, 但没有一个颗粒被定位两次, 第二步对与起点相连的最大元素集合的外部边界进行跟踪, 最后返回起点而结束^[1]。

4.2 重叠物体的分离

在作了颗粒图象都是凸多边形的假设后, 其外边界上任何一点的曲率必然大于或等于 π 。通过计算颗粒边界点的曲率, 就可以找到重叠点。整个算法包括两部分: (a) 计算每个边界象元的曲率, 并判断它是否是交点。(b) 一对交点组连线进行颗粒分离。在沿着等值线搜索时, 依次使用上述算法, 就可分离重叠颗粒。

4.2.1 寻找交叠点

首先, 定义数字弧 $s = p_0 \cdots p_n$ 在 p_i 处的左边 k 斜率和右边 k 斜率为从 p_i 至 p_{i-k} 的方向和从 p_i 至 p_{i+k} 的方向, 其中 $k \geq 1$ 。其次, 定义 s 在 p_i 处的 k 曲率为左边 k 斜率和右边 k 斜率之差。见图 2。 $\theta = \theta_1 - \theta_2$, 其中 θ 为 k 曲率而 θ_1 、 θ_2 分别为 s 在 O 点的左右 k 斜率。由于 k 曲率和 k 斜率所取角度值的正切为分母 $\leq k$ 的有理数, 因此 k 愈大, 可能取值范

围愈趋于连续, 但 k 的取值必须小于颗粒的尺度大小.

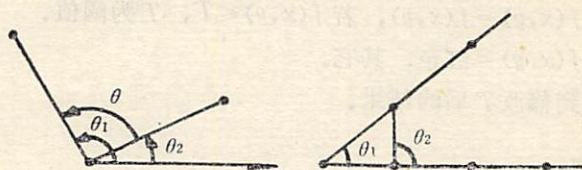


图 2 k 曲率的定义 图 3 粒子交点处的曲率

颗粒交点的曲率小于 π , 并且颗粒交点是角度 (曲率) 小于 π 的一个连续序列中角度最小的点, 见图 3, 其中 $\theta_1 \leq \theta_2$.

4.2.2 分离重叠颗粒

上述算法所产生的交点, 并非都能两两相连. 下述算法用于判断两个交点是否为分离颗粒的交点对. 对于交点 p_i 和 p_j , 有 $p_i + \frac{k}{2}$ 和 $p_j - \frac{k}{2}$ 两点, 其中 k 定义同前. 分别计算弦 $p_i p_j$ 和弦 $p_i + \frac{k}{2} p_j - \frac{k}{2}$ 的弦长, 如果 $L_{p_i p_j} \leq L_{p_i + \frac{k}{2}, p_j - \frac{k}{2}}$, 见图 4 (a), 则交点 p_i 和 p_j 是一组交点对. 如果 $L_{p_i p_j} > L_{p_i + \frac{k}{2}, p_j - \frac{k}{2}}$, 则可断定交点 p_i 和 p_j 不是一组交点对, 见图 4 (b). 按照上述分法, 可将大部分交点对找到. 将一组交点对连线上的点赋上一状态, 作为颗粒分离的标志.

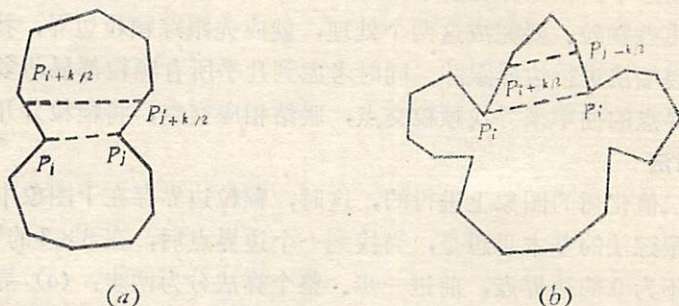


图 4 (a) $p_i p_j$ 是一对交点, (b) p_i, p_j 不是一对交点

4.2.3 根据颗粒状态填空

在做了边界跟踪和颗粒分离处理之后, 颗粒边界各点被赋予了一定状态^[1], 根据它们的状态, 用连线的方法即可填充各颗粒, 从而解决了颗粒的空洞问题. 最后将具有分离标志的点赋上背景灰度, 从而完成了颗粒的分离问题.

对于一些异常复杂的叠加颗粒, 上述算法很可能未必将其分离. 因此应以人机对话方式再处理. 同时由于偶然原因出现的错分情况, 也能通过人机对话方式予以更正. 用户先用跟踪球指定位置, 然后按任何一个功能键, 系统读入该位置坐标, 这样两点一组就可将机器未分开的物体分开或将偶然出现的错分填上.

5 给颗粒赋标号

赋给每个颗粒唯一标号, 以区别于其它颗粒, 统计标号相同的象元素就可得到颗粒的粒

度分布。赋标号算法详见参考文献[2]。

6 粒度分布统计

颗粒的粒度分布是指它们的面积、长轴、短轴、长短轴之比分布以及上述分布的期望值和均方差。

计算颗粒的粒度分布，可以先统计出每种分布的象元数目，然后按照比例尺换算，得到颗粒的各种真实分布。

比例尺的确定，是通过人机对话方式得到显微图象上标尺两端的坐标 x_1, x_2 ，再读入这两端点距离所代表的实际长度 l ，则一个象元对应的距离为 $l/(x_1 - x_2)$ μ /点，而一个象元代表的实际面积为 $[l/(x_1 - x_2)]^2 \mu^2$ /点。

统计每一颗粒所含象元数，经尺度转换便可求出其实际面积。

颗粒形状种类甚多，求其长短轴时，只能用统计的方法进行。将颗粒中各象素点的坐标看成二维随机矢量，对它作 $K-L$ 变换，即：

求随机矢量 $[x, y]'$ 的自相关矩阵

$$C = E\{[x, y]' - (\bar{x}, \bar{y})' \} [(x, y) - (\bar{x}, \bar{y})] \}$$

求出自相关矩阵的特征值 λ_1, λ_2 和相应特征矢量 V_1 和 V_2 ，若 $\lambda_1 > \lambda_2$ ，则 V_1 为长轴方向， V_2 为短轴方向，如图5。若作颗粒近似椭圆状的假设，则有：长轴 $a = 4\sqrt{\lambda_1}$ ，短轴 $b = 4\sqrt{\lambda_2}$ 。对于那些不是椭圆状的颗粒，用上述方法求出的长短轴的误差在 7% 以内。

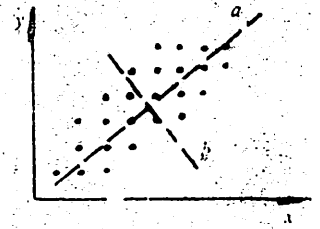


图 5 $K-L$ 变换求长短轴示意图

7 实验结果及讨论

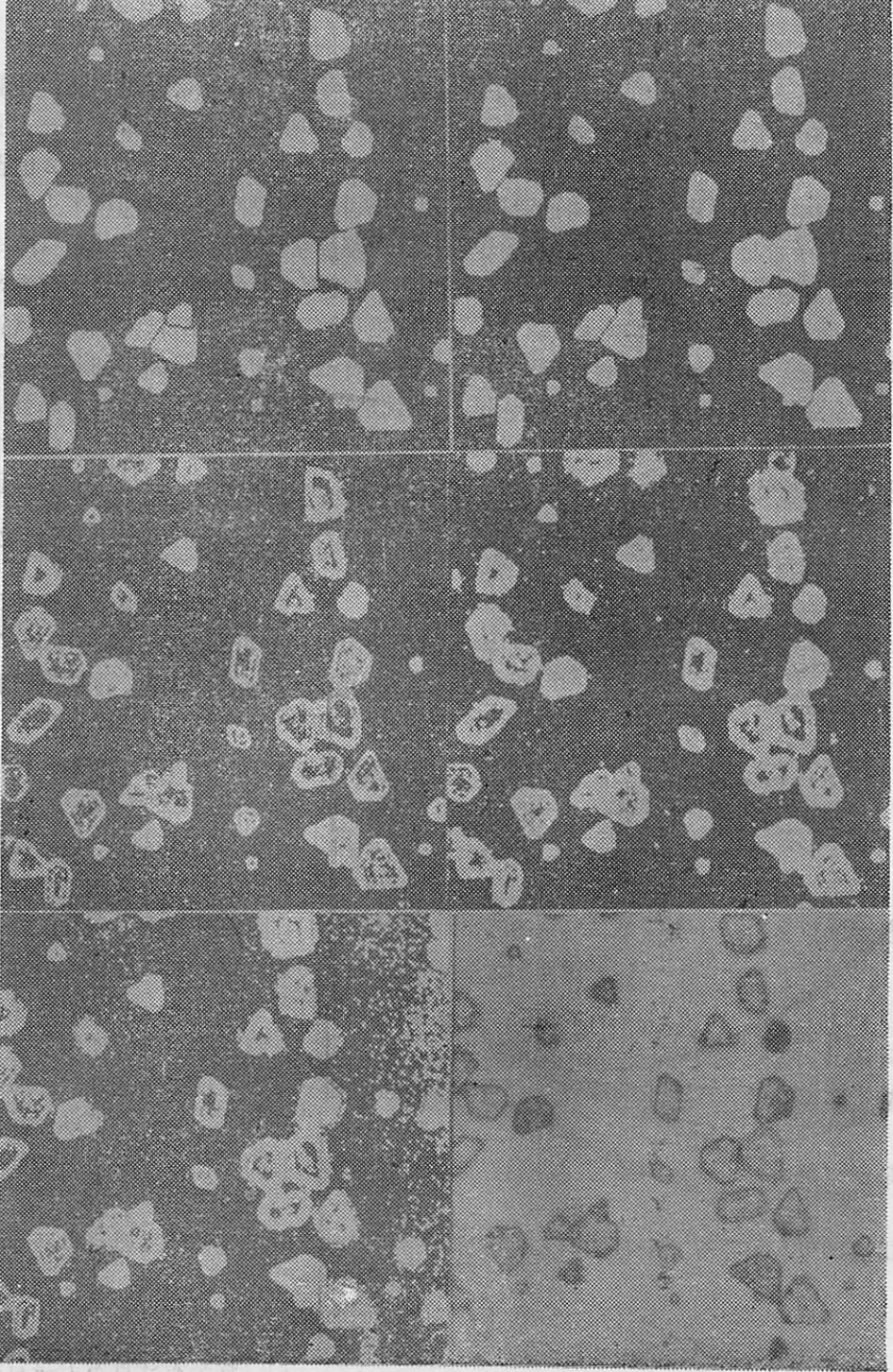
本系统建立后，先后处理了多批不同类型的显微图象，现选择其中典型图象来说明整个处理的各个步骤：

图 6 (a) 是光学显微镜上摄的卤化银晶体照片，对比度较小，颗粒有空洞并且照度不均匀，在作二值化处理时，若整幅象图仅用一个阈值，则在保持颗粒完整时，其背景噪声很大，见图 6 (b)。为此我们将图象分成四块分别取阈值后，背景噪声减少许多，如图 6 (c)。

由于边缘颗粒受底片限制，若参于统计，会降低结果精度，去除这类颗粒和噪声消除后的图象见图 6 (d)。图 6 (e) 是经过边界跟踪填充及重叠分离处理后的图象，可见大部分颗粒都已分开，剩下未分的颗粒，通过人机对话再作一次分离见图 6 (f)。最后，其中颗粒面积分布曲线见图 7。

本文叙述了一个显微图象粒度分析的系统方法，由于采用了一系列处理技术，使得该方法适应性强，同时较强的人机对话能力使之具有很大的灵活性。

图 6 (a) (b) (c) (d) (e) (f)



Distribution of Area of Particles

Area	Pixeles	Percent	Distribution Histogram
9.901E-01	50	10.5%	4
1.980E+00	100	5.3%	2 ...
2.970E+00	150	7.9%	3
3.960E+00	200	7.9%	3
4.950E+00	250	2.6%	1 ...
5.941E+00	300	13.2%	5
6.931E+00	350	5.3%	2 ...
7.921E+00	400	10.5%	4
8.911E+00	450	13.2%	5
9.901E+00	500	10.5%	4
1.089E+01	550	2.6%	1 ...
1.188E+01	600	7.9%	3
1.386E+01	700	2.6%	1 ...
MEAN = 6.110E+00			DEVIATION = 1.192E+01

图 7

参 考 文 献

- [1] Gonazalez, R. C. & Wintz, P., Digital Rinage Processing, Addison-Wesley Publishing Company, 1977.
- [2] Rosenfeld, A. & Kak, A. C., Digital Picture Processing, New York Pr., 1982.
- [3] System 575 Rinage Processing System(version 3.1) Intrinsic/Primitives Reference Manual.
- [4] System 575 Programmer's Reference Manual (version 3.1).

Computer Analysis of Particles in Microscopic Images

Wu Jiankang Sun Yong

(Department of Radio and Electronics)

Abstract

This paper presents a computer analysis system for particles in microscopic images. Care has been taken in the designing of the system in order to take into full account of poor qualities of microscopic images, such as low contrast, non-uniformity of illumination, low signal-to-noise ratio, etc. Special algorithms developed to deal with holes within particles and overlapped particles. The system can be used for analyzing microscopic images of different magnification factors and for analyzing images obtained by means other than microscopy. The contents of analysis results includes particle area, long axis, short axis, ratio of long axis and short axis. These results are given in the forms of mean, deviation and distribution curves.

Key words: image processing, image analysis, pattern recognition, microscopy.

Action of Myo-inositol in the Biosynthesis of Catechins in the Tea Plant (*Camellia sinensis*, L.)

Wang Chuanyou*
(Anhui Agricultural College)

Huang Yuchu
(China University of
Science and Technology)

Abstract

When ^{14}C -U-Glucose and m-inositol were administered into young tea shoots simultaneously, the incorporation of ^{14}C -U-G into catechins was deeply reduced by inositol. The biosynthesis of catechins from ^{14}C -U-G and m-inositol was definitely inhibited by NaF (0.05M). The result suggested at least two pathways for inositol to take part in the biosynthesis of catechins; a) a pathway through pentose to pentose phosphate pathway (PPP), b) a pathway through hexose to EMP. So, inositol could convert to the precursors of the shikimate pathway gradually, and then formed catechins via the shikimate pathway ultimately. The result also demonstrated that it was not likely possible for m-inositol to form polyphenols directly.

Key words: myo-inositol, tea (*Camellia sinensis*, L.) catechin, ^{14}C -U-Glucose

1 Introduction

Catechins, and their gallic acid esters are major flavonoid compounds in the tea plant, they are of considerable practical importance because these compounds are responsible for the astringency in green tea infusions^[1], and

Received March 23, 1987.

*Now working at Anhui Tea Import & Export Corporation.

their enzymic oxidation compounds theaflavins (TF) and thearubigins (TR) also have a great effect on the quality of black tea^[2]. So it is very important to do some researches about the biosynthesis of catechins in the tea plant.

Inositol is one kind of cyclitols, which is very common in plants, it can provide the necessary glucuronic acid and pentose for the composition of cell wall^[3]. The first report about inositol in the biosynthesis of catechins was in 1950's^[4], it pointed out that inositol, as a intermediate form of glucose, could form polyphenoles directly, and then, to catechins. Further studies^[5] indicated that glucose and inositol might contribute to the starting precursors for the biosynthesis of catechins directly or indirectly. It is not certain until recently that what the relation is like between the pathway of inositol taking part in the catechin biosynthesis and the admitted pathway of the biosynthesis of catechins (via the shikimate pathway). Therefore, the aim of the present experiment is to deal with the question above.

2 Material and Methods

2.1 Material

Young tea shoots (cultivar. Fuding Baihe) were used, consisting of the apical bud and two leaves. Layout of the treatment of the experiment see Table 1.

2.2 Administration of ¹⁴C-U-G and inositol into the tea shoots

The method was the same as described in Ryoyasu Saijo^[6].

2.3 Extraction and determination of catechin from the samples

After the incubation, the tea shoots were immediately homogenized with hot 80% ethanol totaling ca. 100ml, then stirred and filtered, the residue was extracted twice more with boiling 80% ethanol (50 ml, stirring 5 mins), the three filtrates were combined and concentrated to 60 ml in a rotating evaporator under reduced pressure. The concentrated solution was extracted with CHCl₃, totaling ca. 180 ml (60 ml each time), the CHCl₃ fraction was discarded, and then ethyl acetate (180 ml, 60 ml each time) was used to extract catechins from the ethanol fraction, the ethyl acetate fraction gained were freed of the residual water by adding Na₂SO₄, and then concentrated to 5 ml for the next procedure.

The method of determining catechins content is described in^[7].

2.4 Measurement of radioactivity of catechins

Radioactivity of the samples were determined with a liquid scintillation

spectrometer. (FJ-2101, China) 200 μ l prepared extract was used directly in 5 ml scintillation liquid (4 g of OPP, 0.2 g of POPOP, naphthalene 60 g, ethylene glycol 20 ml, and methanol 100 ml in 1 liter of 1,4-Dioxane) for activity determination.

3 Results and Discussion

Table 1 Radioactivity and Contents of Catechins Determined for Each Treatment*

Number	Treatment	dpm/g dry weight of tea shoots	catechin content
		(The background of related sample is excluded)	mg/g dry weight of tea shoots
		mean \pm SD	mean \pm SD
1	$^{14}\text{C-U-G}$	121600 \pm 2022	183.85 \pm 8.31
2	$^{14}\text{C-U-G} + \text{Inositol}$	88275 \pm 467	254.54 \pm 13.92
3	$^{14}\text{C-U-G} + \text{NaF}$	91780 \pm 880	167.53 \pm 12.81
4	$^{14}\text{C-U-G} + \text{Ino.} + \text{NaF}$	69300 \pm 1697	189.58 \pm 12.97
5	Check	101 \pm 4	148.40 \pm 10.25

*15 young tea shoots/group and the sodium phosphate buffer (0.05 M, 3 ml, pH 6.0) were used. Treatment 1 containing $^{14}\text{C-U-G}$ 8.25 $\mu\text{Ci/expt.}$ (China Nuclear Company Products, spec. act. 205 mCi/m mol); Treatment 2 containing $^{14}\text{C-U-G}$ and inositol (0.08M); Treatment 3 was $^{14}\text{C-U-G} + \text{NaF}$ (0.05M); and 4 was $^{14}\text{C-U-G} + \text{inositol} + \text{NaF}$; and finally the Treatment 5 was the check. Using NaCl (0.05M) and rhamnose (0.08M) as the contrast of NaF and inositol respectively in each of the treatment.

Table 2. The inhibition of NaF and Inositol from the test

	NaF		Inositol	
	$^{14}\text{C-U-G}$	$^{14}\text{C-U-G} + \text{Ino.}$	$^{14}\text{C-U-G}$	$^{14}\text{C-U-G} + \text{NaF}$
*	24.52%	21.50%	27.41%	24.49%
**	8.88%	25.52%	-38.45%	-13.16%

* The inhibition calculated from the radioactivities of related treatments.

** The inhibition calculated from the catechin contents of related treatments.

Table 1 demonstrated that $^{14}\text{C-U-G}$ took part in the biosynthesis of catechins and inositol contributed a lot to the biosynthesis. When treatment 2 was done, it was evident that non-labeled inositol reduced the incorporation of labelled glucose into catechins. It proved that inositol had certain effect on the conversion of glucose to catechins, that means the conversion may include inositol and its

metabolites. This is also to say, glucose could form catechin through the other way as well as shikimate pathway. The result also showed both incorporation of glucose and inositol into catechins could all be inhibited by NaF at the different degree. From table 2, it is quite clear, that NaF inhibit inositol to convert catechins. Since the exact, role of NaF is to inhibit Enolase of EMP, (Embden-Meyerhof-Parnas Pathway), so it is obviously, that inositol will form catechins through EMP. Even if inositol reduced the incorporation of ^{14}C -U-6 into catechins, it does increase the catechin contents of each treatment.

M-inositol can be synthesized from D-G-6-P and inositol-1-p, and D-G-6-P can be formed by phosphorylation of glucose and/or from photosynthesis. And inositol plays an important part in the formation of glucuronic acid and pentose. ⁸⁾The main monosaccharides in tea shoots are present in the form of hexose-monophosphates, and they are easier to convert to the free hexose in the tea shoots.^[4]

From the viewpoint of the biosynthesis of flavonoids, the EMP and PPP provide the precursors for the biosynthesis. Since the utilization of inositol for catechins is quite efficient, so it could be deduced that glucose and inositol and their intermediates form catechins gradually via EMP and PPP. From Loewus (1962)^[9], it was quite possible for inositol to form pentose through the decarboxylation of glucuronic acid. And then to give rise to a inhibition for glucose to PPP, at the same time, inositol and its metabolites as the intermediate forms of hexose, could enter EMP and then the competitive inhibition for glucose to/through EMP happened.

It might be inferred that inositol contributed to the formation of polyphenols (catechins included) through EMP and PPP and then via the shikimate pathway.

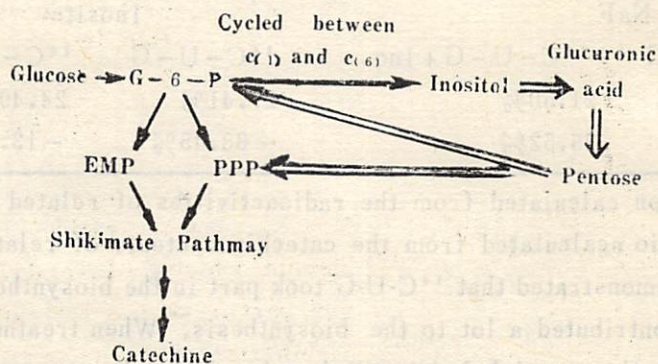


Fig. 1 The possible pathway inositol taking part in the biosynthesis of catechins (==>)

So, it is concluded, that inositol as a intermediate form of glucose share tea the same pathway forming catechins with glucose. And it is to say, that the plant possesses only a pathway for the synthesis of catechins, which goes via several intermediates of glucose and shikimate to form catechins ultimately. More further studies on the physiological role of inositol in the tea plant are required later.

The authors are grateful to prof. Wang Zenong and associate prof. Xiao Weixiang for valuable advice.

References

- [1] Nakagawa, M., Catechins and Its Effects on the Quality of Green Tea. *Nippon Shokuhin Kogyo Gakkaishi*, 16 (1969), 252—255.
- [2] Roberts, E.A.H. and Smith, R.F., Spectrophotometric Measurement of Theaflavins and Thearubigins in Black tea Liquors in Assessments of Quality in Teas. *Analyst*, 86 (1961), 94—100.
- [3] Gander, J.E., Plant Biochemistry (Eds. Bonner, J. & Varner, J.E.) Chapt. 11, Academic Press, 1976, New York, 221—236.
- [4] Kursanov, A.L., Studies on the Biochemistry of Tea Plant, Soviet Academic Press, 1952, Mosco, 29—35.
- [5] Zaprometov, M.N., Biosynthesis of Catechins in the Tea Plant, *Plant Physiology*, 2 (1975), 282—287.
- [6] Saijo, R., Pathway of Gallic Acid Biosynthesis and Its Esterification with Catechins in Young Tea Shoots. *Agric. Biol. Chem.*, 47 (1983), 455—460.
- [7] Shichang, L., et al., The Comparative Studies on Quantitative Determination of Tea Catechin by Paper Chromatography. *Acta Horticulturae*, 2 (1963), 421—427.
- [8] Jakubke, H.D. & Jeschkeit, H., Concise Encyclopedia of Biochemistry, Walter de Gruyter & Co., 1983, Berlin, pp179—180.
- [9] Loewus, F., et al., Inositol and its role in the plant metabolism. *Proc. Nat. Acad. Sci., U.S.*, 48 (1962), 421—425.

环己六醇在茶树儿茶素生物合成中的作用

王传友*

(安徽农学院)

黄雨初

(中国科学技术大学)

摘 要

本文利用放射性同位素生物标记法,对环己六醇在茶树儿茶素生物合成中的作用作了研究。提出了环己六醇至少通过两条路线参与儿茶素的生物合成:1.经由戊糖到 PPP 途径;2.经由己糖到 EMP 途径。然后,环己六醇逐渐转变成莽草酸途径的先质,最后,通过莽草酸途径参入到儿茶素中。m-环己六醇直接形成茶多酚的可能性不大。

关键词: m-环己六醇, 儿茶素, ^{14}C -U-葡萄糖, 茶树 (*Camellia sinensis*, L.).

* 现在工作单位: 安徽省茶叶进出口公司。

CDCRM降低材料消耗保证体系

侯定丕

(中国科学技术大学)

白勤虎

(合肥工业大学)

周铭铸

(安徽省机械厅)

摘 要

用系统方法降低材料消耗, 提出 CDC 循环与 CDCRM 1 体系两个模型。在广泛实践的基础上, 进而探讨 CDCRM 降低材料消耗保证体系, 指出对它的研究开辟了管理科学的一个新领域。

关键词: 降低材料消耗, 保证体系。

我们知道, 对于有限资源, 尤其是不再生资源, 必须有效利用, 否则, 可供利用的物质资源就会枯竭, 物质资料生产就会停止, 人类的生存和发展就将失去基础。基于这种事实, 人类在物质资料生产中, 必须最大限度地节约物质资源。

提高产品质量, 降低材料消耗, 优化和求得最佳综合效益, 同为我国当前企业管理的要旨, 但人们对降耗的注意却远不及抓 TQC 与追求经济效益为重。其实, 从本质上看, 这三者彼此不可代替, 而又相辅相成, 忽视哪一点都不行。

我们所提出的 CDCRM, 作为一种降低材料消耗的保证体系, 乃是沿着上述思路在材料管理上的一次尝试。

1 方法论与认识论

对于降低材料消耗, 亦如对其它管理问题, 必须采用系统方法。参照 Hall 的三维结构学说, 我们认为在降耗问题中, 系统方法施用于下述立体框架中:

- 1) **思维逻辑** 明确问题、树立目标、综合与分析、建立模型、挑选方案、决策分析、落实措施、反馈控制等;
- 2) **时间过程** 战略考察、经营决策、设计规划、组织定员、工艺实施、加工装配、检验入库、综合利用、销售服务、更新换代等;
- 3) **知识领域** 生产技术、经营知识、材料科学、技术经济、管理工程、计算机、科学方法论、国家方针政策等。

企业降耗系统应依以下标准衡量。

- 1) 企业决策层、执行层、操作层人员对于降耗的认识与态势;
- 2) 降耗的组织与人员情况, 包括信息流动方式, 降耗活动形式, 人员素质与结构, 专

1987年3月2日收到。

业培训等；

- 3) 已采用的降耗措施及效果；
- 4) 进一步降耗打算；
- 5) 企业对自身降耗工作的冷静分析；
- 6) 企业材料消耗水平与国内外先进水平及新技术革命要求的差距。

在降耗工作中，还必须采用各种模型，包括逻辑框图、矩阵、ABC分析、生命曲线、库存模型、销售预测、正交设计、价值工程、可靠性分析、标准确定、多目标决策、整数规划（套裁下料）等及其它规划模型等。

以上是方法论，下面谈降耗的认识论。

材料是一种实物，它是有使用价值的，然而却是稀缺的；它可以计量，具有寿命，并可被替代以致革新；使用它带来的效益，可以评价。

目前在我们的企业中，材料消耗状况极不理想，其表现形式多种多样。人们对降耗的认识，可以分为三个层次：其一是“无知”，其二是“浅知”（口头上承认重要，但舍不得花功夫抓），其三是“真知”（真花功夫抓）。根据美国管理学大师 Crosby 的理论，企业管理者对抓好管理的认识有五个层次，即“无知”、“浅知”、“真知”、“确知”（提出保证体系）与“彻知”（管理工作最优化）。我们当然希望企业在降耗工作上都达到确知或彻知，但目前重点应是提高“无知”与“浅知”者，为此要搞试点、调查研究与宣传教育。

在试点、调查研究中务必确实了解企业在材料消耗方面的情况，现存与潜在的问题，找到解决问题的可行方案，从而充实降耗保证体系。

在宣传教育中，除普及上述材料特征观念，还需强调下列方面：

- 1) 降耗不是权宜之计，而是企业战略所系，它永不会完结，永远有新事可干。
- 2) 降耗不只是企业中个别人的事，而是全体成员的任务，任何部门、任何阶段都牵涉得到。
- 3) 在降耗中，知识与信息，犹如空气与水，不可欠缺，人才的培训与成长则为降耗得以持久的关键。

- 4) 及时检验，建立管理信息系统是欲使降耗确有成效的科学保证。

当然，我国是有降耗经验的，但从“体系”角度来研究与实践，尚未见先例。CDCRM 1 作为一种管理方法，不仅施用于保证降低材料消耗，还可施用于时间、人力、资金、信息、能源的节省。基于此，我们认为提出 CDCRM 1 具有广泛的现实意义。

2. CDC 循环与 CDCRM 1 体系

从上得知，系统方法乃是我们考虑降耗的指导方法。系统方法结合我们的实践经验，使我们意识到存在 CDC 循环，并且运动于一切方面的降耗活动之中。

中国科技大学杨纪珂教授曾经指出，技术经济决策的基本科学方法可用 SGLY 循环来概括，所谓 SGLY 循环乃是实践——归纳——理想——演绎的周而复始式的螺旋上升（见图 1）。

可以说，我们的 CDC 循环与 CDCRM 1 是其引伸与发展，但 CDC 循环又有以降耗为主题的个性。

我们提出的 CDC 循环可用如下框图来表示（见附图 1）。当没有后继工作或没有接受

新降耗任务时，这表示的是循环。否则，便是降耗有关工作人员的工作程序。

CDC 循环是泛用的。其中每一步词意应当作广义的理解，使能为企业任何部门、任何



图 1

过程阶段的工作人员所用。也就是说，从企业的领导人直到普通工人，从设计者、生产者、管理者直到后勤人员，均应结合自己工作的实际情况，进行自己特有的 CDC 循环（或程序）。

从 CDC 循环出发，我们提出 CDCRM 1 体系这一模型，它可用附图 2 表出。

从这个框图看出，CDCRM 1 是没有止境的，永不休止的工作程序。降耗作为一种意识的行为是永不会完结的。

CDCRM 1 注重认识的深化与经验的积累，它必须，也可以容纳各种模型与新技术，而使其得到有效应用。

整个 CDCRM 1 包括多处反馈控制，又由于有“更上一层楼”的设想，它乃是在实践过程中不断进化的过程。

然而，要想把 CDCRM 1 落实到企业的具体实践中去，首先，应该通过统计调查，抓住降耗因素的分析，结合国情，紧紧扣住降低材耗这个主题，建立相应的指标体系和工作系统；其次要突出降耗工作的信息流和判断与决策工作。

从我们对 CDC 与 CDCRM 1 的描述，可以了解它们实质上是在信息流中及时针对材料消耗而进行的判断与决策过程。考察企业中这种信息流，不难明白它乃是在下述四维空间中的流动：

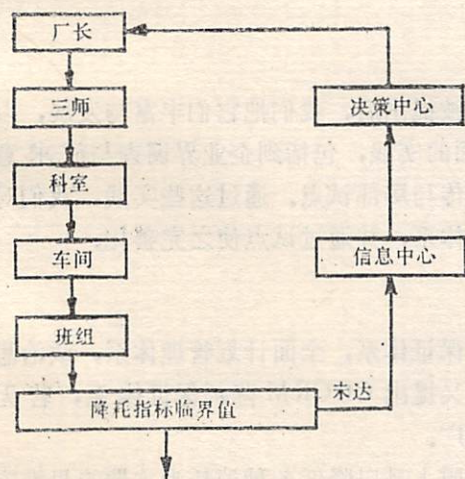


图 2

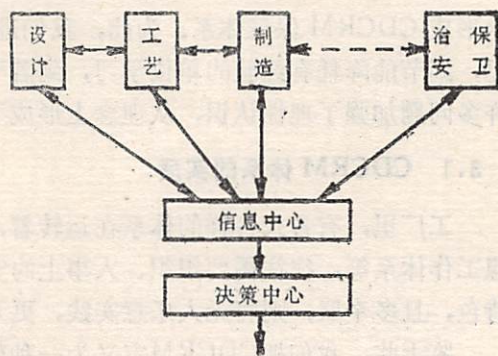


图 3

1) 层次维：系及厂长、三师、科室、车间、班组等。

2) 专业维: 系及产品设计、工艺制造、材料供应、经济核算、生产管理、人事组织、后勤总务、治安保卫等。

3) 时间维: 上二维可以合称为空间, 与之相配则应有时间, 即每个专业的工作流程。

4) 主题维: 系及质量、能源、人力、本金、环卫、社会效应、信息处理等。

此种四维流动场, 可以从不同剖图得到表现。其层次、专业空间中剖图, 即为纵向、横向矩阵结构图; 时间轴上剖图, 即在每一层次, 每一专业工作过程中的信息反馈系统。例如, 光看层次维, 便可给出图 2; 光从专业维看, 则可给出图 3; 更可从每一专业给出层次——时间剖折框图, 又可给出空间剖图即层次——专业矩阵结构图, 又可给出时间维框图图 4。

可以认为, 以上四维空间每一格点上, 都有信息收集、分析、判断、决策等功能, 并且通向系统的信息中心与决策中心。

至于主题维, 一般不据以作剖图, 它的主要作用, 是指导统计调查与确定评价指标体系。毋庸置疑, CDCRM 1 的主题是降低材料消耗。但鉴于降低材料消耗与产品质量、能源、人力、资金、环境的互为影响的关系, 主题维则是降低材料消耗, 提高产品质量, 节约能源、人才和资金, 防止环境污染诸方面的综合反映。

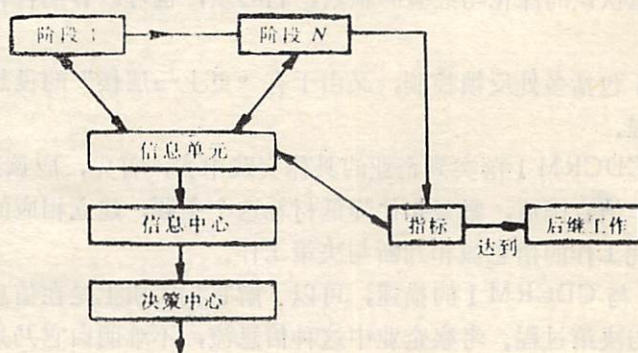


图 4

3 CDCRM 保证体系

在 CDC 循环与 CDCRM 1 体系这两个基本模型被提出后, 我们把它们丰富与发展, 以求形成 CDCRM 保证体系。为此, 我们进行了多方面的实践, 包括到企业界调查与征求意见, 到节能降耗有经验的单位学习, 到若干工厂去宣传与局部试点。通过这些实践, 我们对许多问题加强了理性认识, 从理念上形成了 CDCRM 体系, 并通过试点使之完善化,

3.1 CDCRM 体系的实质

工厂里, 有各式各样的体系在运转着, 例如质量保证体系, 全面计划管理体系, 政治思想工作体系等, 往往需要组织、人事上的实施, 而今又提出 CDCRM 降耗保证体系, 若无特色, 且多牵联, 则将无人乐意实践, 更无从发展推广。

鉴于此, 我们把 CDCRM 定义为一种软体系, 实质上是以降低各种消耗为主题的思维方式与工作方法论。前者以 CDC 循环为典型, 适用于有关的工作人员; 后者以 CDCRM 1 为首例, 适用于有耗可降的事业、企业工作过程。在此软件体系中, 降耗意识的提高与更新, 乃

是第一位的。

或曰，此种定义失之空泛。如果只有几套程序，而没有载体，当然是空泛的。然而不少事实表明，如果把降耗意识落实到经济责任制中，也就是说，把CDCRM嵌入经济责任体制中，就会生根开花。

或曰，此种定义使研制CDCRM变得十分简易，只需大力宣传，提高人们对降耗重要性的认识即可。事实并非如此。要想使CDCRM体系生根开花，确有不少问题值得探讨与寻求解答，这些问题包括：高消耗原因之分析，降耗任务之确认，消耗可降低程度之估计，评价降耗工作水平的指标体系之建立，降耗工作受政策、人员素质、自然条件等因素影响程度之辨识，科学技术对降耗程度贡献之估量，信息管理与控制修正功能之落实，管理科学中的激励原理之应用，等等，这些问题都需人们孜孜以求，未可一蹴而就。

3.2 多目标决策过程

降低消耗要求多目标决策。每个企业、事业单位有多个方面、多种形式的消耗，哪些是必不可免的，哪些是虽非必需但目前难以避免的，哪些是浪费，要求分析判断。不难理解，这牵涉到在多个目标之间平衡折衷。

在企业各项可以降低的消耗中，何者是当务之急，何者可稍缓计议，何者居其间，这些取决于企业的工作目标，需在多个目标之中区分轻重缓急。

企业的工作是一个整体，局部降耗搞得再好未必意味着企业对国家的总体贡献大。例如，某种产品原材料利用率低，但为国家所急需，就需不计消耗先来生产，而不可以降耗为唯一目标因噎废食。又如，某类机器如果平时全部开动未免吃不饱，但为保证全企业的生产，必须连续运转，不可以搞节能为唯一目标来非议。此类现象，不一而足，如何定夺，实为多目标决策问题。

3.3 多因素的约束与影响

具体事业、企业的降耗工作，受到多方面因素的约束，其影响有阻尼与推进两方面。

最重要的因素是人。事在人为，在降耗工作中，人的因素主要表现为降耗意识与实干能力。

新科学理论、新技术成就、新材料、新设计、新工艺、新管理方法等的采用程度，已由诸多企业所证明，对于消耗水平的**影响**很大，但具体程度则因企业性质不同而呈现多样性。

企业所处于其中的宏观管理体制与企业的微观管理机制，通过日常物资与信息的流动、计划与指令的下达、市场行情的起伏、工作人员的意识行为等对消耗水平有显著的影响。

资源的自然条件与经济规律对于消耗水平的**影响**是与体制的影响交织在一起的，它们主要决定降耗的可能水准，至于影响到什么程度，则必须调查研究，进行定量分析与定性评议，才可能下结论。

3.4 信息与控制

在TQC体系中，数据的统计起着重要的作用。而在CDCRM体系中，它让位于信息的获得与处理，包括信息收集、整理、滤取、估计、预测以及控制，这里区别了TQC与CDCRM。CDCRM体系的落实受到多种因素的影响，新事物、新现象较多，突发事件时可发生，因而依赖于信息的完备、及时、准确的获得与处理。

信息的内容包括企业的目标与约束条件的情况，目标所及范围内各种水平之评比、各种趋势之估量，约束所及范围内各种阈值之估计，各种变动之度量等。

为搞好信息处理，应在企业建立CDCRM体系信息中心，其主要作用就是处理信息，包括对企业消耗现状进行控制的信息之供给，信息中心的存在形式可以依附于经济责任体制的相应机构，不必另立，但需有专人负责，这是由于降耗工作与别的工作不可混同。也许其他形式的信息中心更起作用，我们把它留作一个值得探讨的题目。

上面提到控制，控制的意义是根据及时的信息，利用降耗工作评价指标体系进行评价，找出差距，修正选定的降耗计划或调整工作实践。控制的功能应该由经济责任体制的相当机构来执行，其能级应该非常高。

4 管理科学的一个新研究领域

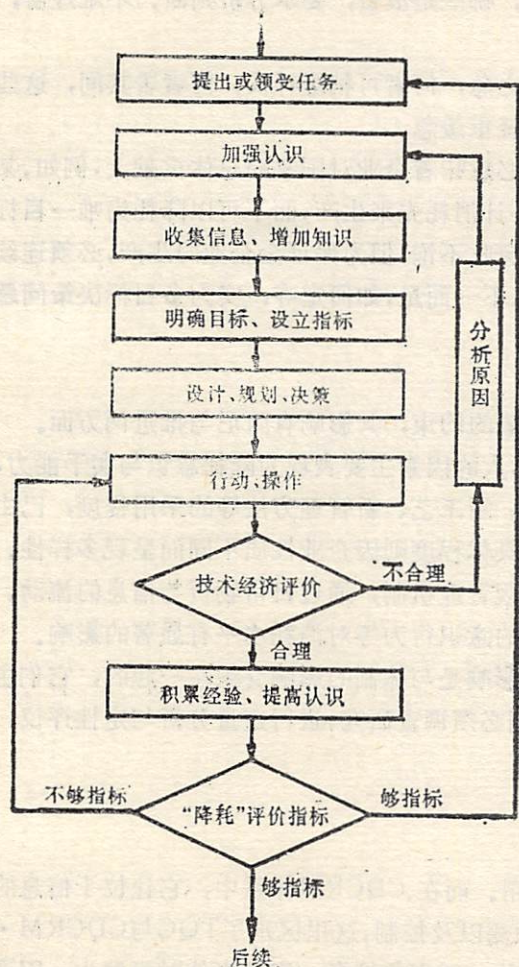
近一年来，我们在增加感性认识与理性认识的同时，也对若干理论问题进行了初步的探讨。

我们研究了在企业中建立CDCRM保证体系的可能组织方式，提出建立五个专业管理系统，即技术管理系统、供应管理系统、生产管理系统、人才培养系统、物耗核算系统，按照附图3那样形成企业专业管理CDCRM系统。

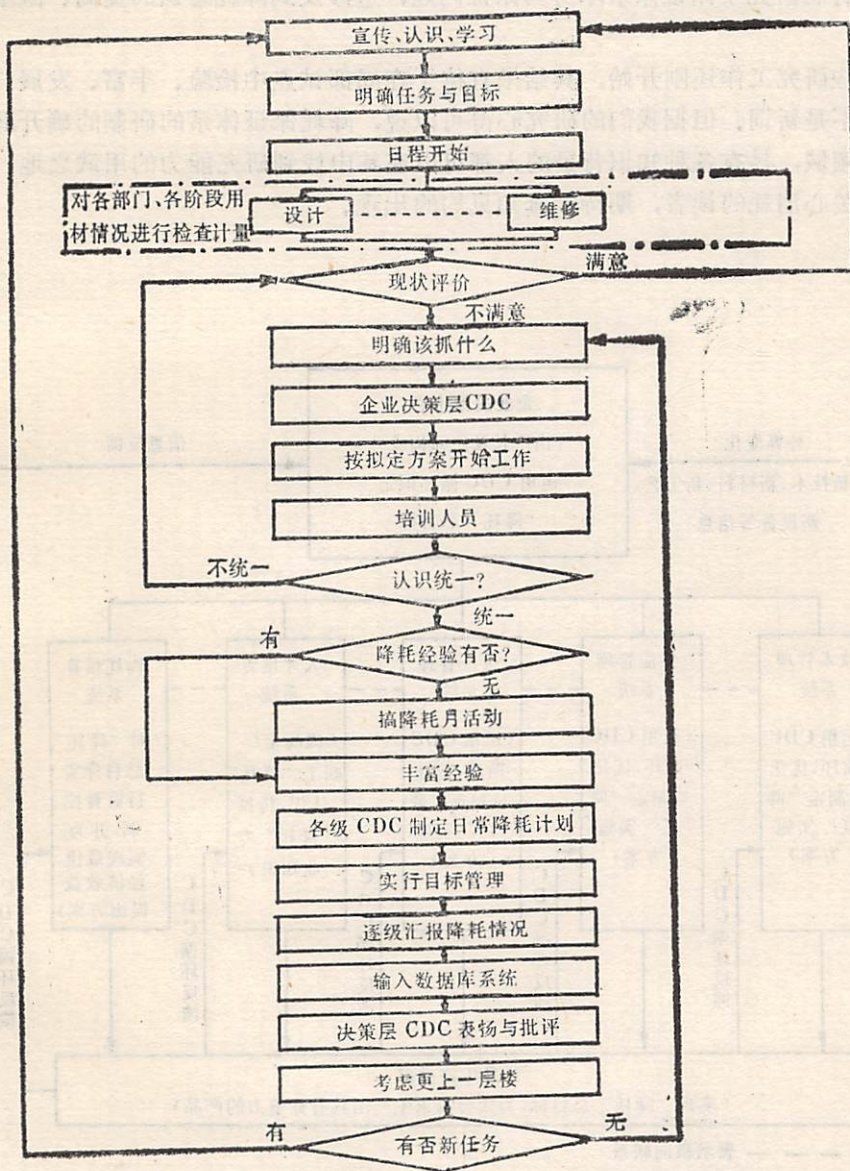
我们研究了企业的消耗信息管理系统的功能，和建立企业降耗评价指标体系的原则，提出：紧紧扣住降低消耗的主题，指标必须可以控制，可以量测，在层次——专业——时间——主题四维空间的不同格点上诸指标可以有不同的优先顺序，既考虑经济效益又考虑社会综合效益，便于数字处理，有助于设计管理的模型。我们提出评价指标体系在降耗工作中的作用，它们是：明确消耗水平，找降耗工作的差距，分析影响消耗的因素，揭示生产与消耗的内在联系，描述消耗规律，监督降耗指令的执行，促成降耗的实现，促进新的降耗意识与方案的形成。我们在对机械行业进行较详尽的分析的基础上，指出了该行业降耗评价指标体系，并绘成层次结构，如附图4所示。

我们考察了高消耗现象产生的原因。从短缺、企业规模、供求结构不对称、企业行为等新鲜角度来分析问题，具有新意。

同时研究了消耗的分类以及确定不同类之间的阈值的方法。



附图1 企业各级人员泛用的降耗程序图CDC



附图2 企业降低材料消耗保证体系框图CDCRMI

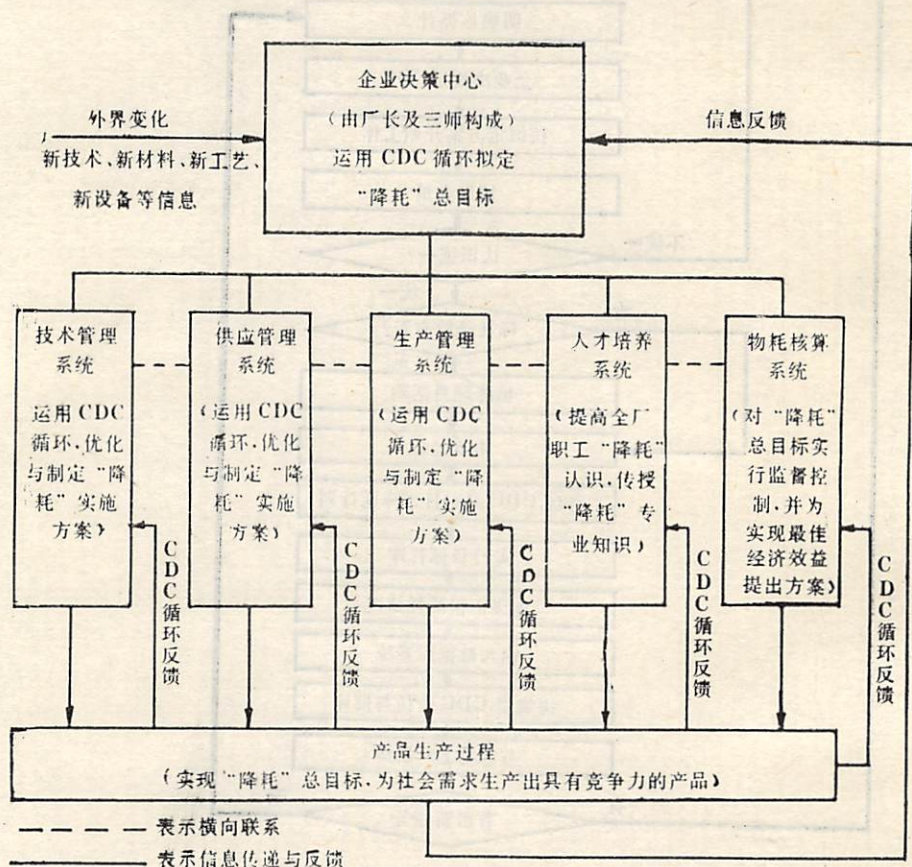
我们提出了一个MDP模型,使得多目标决策分析方法在节能降耗工作中的应用成为现实可行的事。

在近一年的实践中,我们强调改进调查工作,并把调查看成是调查者与被调查者之间的对策,建立了几个定量模型,设计了一些调查表格。

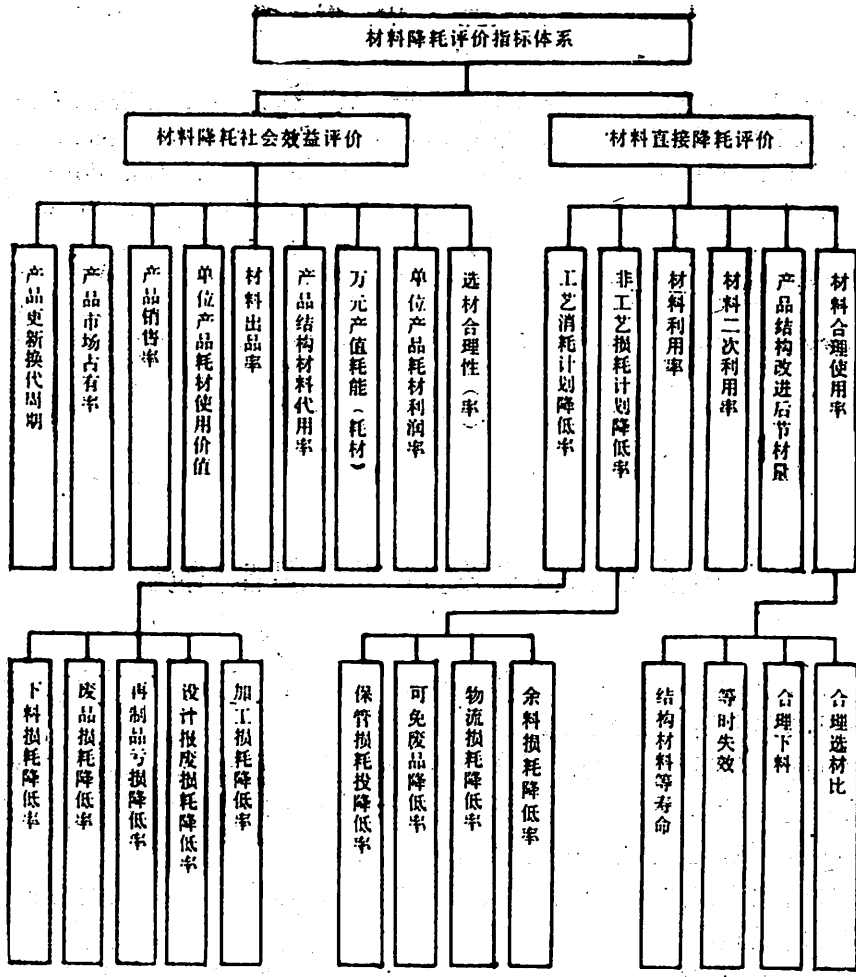
我们还研究了保证体系本身的保证问题,这涉及到降耗意识的提高、激励原理的应用等。

所有这些研究工作还刚开始,其结果有待于在局部试点中检验、丰富、发展与成型。

降耗并不是新词。但据我们的研究心得可以说,降耗保证体系的研制的确开辟了管理科学的一个新领域,具有各种知识背景的人都可以在其中找到研究能力的用武之地。我们愿以此文求正于关心消耗的读者,期待于真知见灼的出现。



附图 3 企业降耗专业管理 CDC 系统示意图



附图4 材料降耗评价指标体系 (仅适用于机械工业)

A Guarantee System for Cutting Down the Consumption of Raw Materials

Hou Dingpi

(China University of Science and Technology)

Bai Qinhu

(Hefei Polytechnic University)

Zhou Minzhu

(Engineering Industry Department of Anhui Province)

Abstract

Applying the methodology of SE to cut down the consumption of raw materials, two models, CDC Cycle and System CDCRM1, are designed. Based on a variety of practice, CDCRM, a guarantee system for cutting down the consumption of raw materials, is developed. It is pointed out that a new field of MS is about cutting down the consumption of many, many other kind of things, such as funds, time, energy and human resources.

Key words: cutting down the consumption of raw materials, guarantee system.

功能分布式阵列处理机研制成功

我校计算机系研制的GF—10/11功能分布式阵列处理机系统和软件系统，经过近三年的努力，已于1987年10月通过院级鉴定。

GF—10/11计算机系统由一台高速阵列处理机（AP）和一台系统管理机（SM）组成。AP机具有高速运算能力，特别是高速向量运行能力，主要完成用户作业的计算机任务；SM机是一台M68000微机，主要完成用户作业管理工作。

GF—10/11系统面向广大中小用户。它是一种具有高速数组处理能力的功能分布式通用机系统。具有如下特点：

1. 体系设计模块化强。整个系统是三大模块，每个模块独立又相互联系，便于设计、组装、调试；
2. 系统软硬件功能完整，它不是外围阵列处理机，不需附属于主机。系统采用可写控存方案，配置微程序开发工具，库函数扩充和使用都很方便；
3. 充分采用了流水线结构和并行技术，最大限度满足数组处理要求；
4. 设置了多个数据通路，可以在同一拍内实现不同功能部件之间传送，保障数据传送速度与运算速度相匹配；
5. 设置宽字微指令开发并行，一条微指令在一拍内可以提供多种操作；
6. 广泛采用重迭流水技术。

GF—10/11为图象处理和地震数据根处理做了运算试验。多次运算结果正确无误，处理速度大大提高；该系统在管理和处理机上都提供了VNIIX操作系统，进而发展成为分布操作系统，原UNIX全部资源都可以使用，给用户提供了良好的编程环境。

GF—10/11的成功，标志着我国自行研制阵列机的新进展，为发展计算机科学和教育事业做出贡献。

（裘桂英 供稿）

模型算法控制的状态空间形式及算法改进

李嗣福

(系统科学与管理科学系)

摘 要

本文提出一种用被控对象的脉冲响应(或单位阶跃响应)时间序列描述系统的状态空间形式,进而将线性系统理论中的状态观测器和卡尔曼滤波器应用于模型法控制中,使得模型算法控制系统性能获得明显改善,而且大大减少控制在线计算量,最后给出一个液位控制系统的实验结果。

关键词:模型算法控制,动态矩阵控制,预测控制,卡尔曼滤波器。

1 模型算法控制概述

模型算法控制(Model Algorithmic Control)简称MAC是J. Richalet和他的合作者于1978年提出的一种控制方法,现已成功应用于若干大的复杂工业过程控制^[1]。理论和应用研究表明,MAC是一种有效的实用方法,并可望随着计算机技术的发展更广泛地用于各种工业过程控制。

对于线性时不变稳定的单变量系统,MAC的原理如图1所示。如果给定被控对象的脉冲响应序列 $a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+i}=0, i \geq 1$ 。则根据线性叠加原理,系统的过去控制输入 $u_1(k-j), j=1, 2, \dots, n$ 对系统未来 p 个采样时刻的输出的贡献 $y_1(k+i), i=0, 1, 2, \dots, p-1$,可表为

$$y_1(k+i) = \sum_{j=1}^{n-i} a_{i+j} u_1(k-j), i=0, 1, \dots, p-1. \quad (1.1)$$

$p \leq n$ 称为输出预测长度。

同样,系统未来 $m(m \leq p)$ 个待求的控制输入 $u_2(k+j), j=0, 1, \dots, m-1$ 对未来 p 个采样时刻的输出的贡献 $y_2(k+i), i=0, 1, \dots, p-1$ 可表示为

$$y_2(k+i) = \sum_{j=0}^{m-1} a_{i-j} u_2(k+j), i=0, 1, \dots, p-1 \quad (1.2)$$

式中, $a_0, a_{-1}, \dots, a_{-m+1}$ 均等于零。

(1.1)和(1.2)式可分别表示为如下向量形式:

1987年3月6日收到。

$$Y_r(k) = A_1 U_2(k-1) \quad (1.3)$$

$$Y_f(k) = A_2 U_2(k) \quad (1.4)$$

$$\text{式中, } Y_r(k) \triangleq [y_r(k), y_r(k+1), \dots, y_r(k+p-1)]^T \quad (1.5)$$

$$Y_f(k) \triangleq [y_f(k), y_f(k+1), \dots, y_f(k+p-1)]^T \quad (1.6)$$

$$U_1(k-1) \triangleq [u_1(k-n), u_1(k-n+1), \dots, u_1(k-1)]^T \quad (1.7)$$

$$U_2(k) \triangleq [u_2(k), u_2(k+1), \dots, u_2(k+m-1)]^T \quad (1.8)$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} a_n & a_{n-1} & \dots & a_1 \\ & a_n & & a_{n-1} \dots a_2 \\ 0 & & \dots & \\ & & & a_n \dots a_p \end{pmatrix}_{n \times p}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & & & 0 \\ a_1 & & & \\ a_2 & & a_1 & \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_m & \dots & \dots & a_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p-1} & a_{p-2} & \dots & a_{p-m} \end{pmatrix}_{p \times m}$$

显然, 系统未来 P 个采样时刻的输出组成的向量为

$$\bar{Y}(k) = Y_r(k) + Y_f(k) = A_1 U_1(k-1) + A_2 U_2(k) \quad (1.9)$$

MAC 的控制策略就是在给定的参考轨线 (即系统的未来期望输出) $Y_r(k) \triangleq [y_r(k), y_r(k+1), \dots, y_r(k+p-1)]^T$ 之下, 求取系统未来的控制序列 $U_2(k)$ 使得如下代价函数为最小。

$$J \triangleq \frac{1}{2} [\|Y_r - Y_r - A_2 U_2\|^2 R + \|U_2\|^2 Q] \quad (1.10)$$

其中, R 、 Q 分别为输出和控制的加权对角矩阵。系统参考轨线由系统的参考模型确定, 参考模型通常取为一阶动态系统, 即

$$\begin{cases} y_r(k) = y_r(k) \\ y_r(k+i) = \beta y_r(k+i-1) + (1-\beta)y_{r,s}, i=1, 2, \dots, p-1 \end{cases} \quad (1.11)$$

$$0 \leq \beta < 1$$

式中 $y_r(k)$ 是系统 k 时刻的实际输出; $y_{r,s}$ 是输入系统设置值。

由上述控制策略可以导出如下控制律:

$$U_2(k) = [A_2^* R A_2 + Q]^{-1} A_2^* R Y_r(k) \quad (1.12)$$

$$Y_r(k) = \bar{Y}(k) - Y_f(k) \quad (1.13)$$

在线计算时, 仅计算 $U_2(k)$ 的第一个分量, 即

$$u_2(k) = A_1^* Y_r(k) \quad (1.14)$$

其中 A_1^* 是矩阵 $[A_1^* R A_1 + Q]^{-1} A_1^* R$ 的第一行。

考虑到系统受到各种干扰作用的影响, 为提高对系统输出的预测精度, 将由 (1.3) 式获得的系统预测输出作如下修正;

$$\hat{Y}_p(k) = Y_p(k) + H_i [y(k) - y_f(k)] \quad (1.15)$$

$$H_i = [1, 1, \dots, 1]_{p \times 1}^T \quad (1.16)$$

误差向量相应改为

$$Y_e(k) = Y_r(k) - \hat{Y}_p(k) \quad (1.17)$$

MAC 就是由式(1.3)、(1.15)、(1.11)、(1.17)和(1.14)组成, 计算顺序如下:

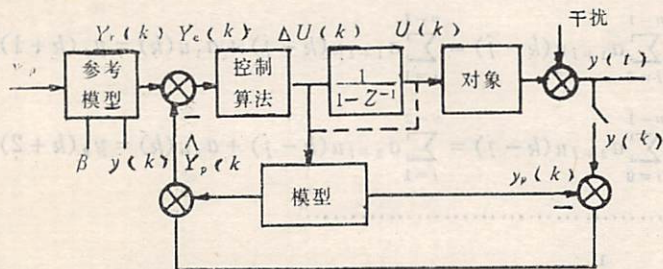
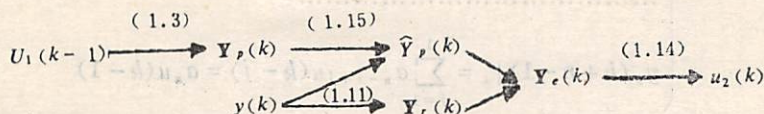


图 1 模型算法控制的原理框图

2 预测输出的状态空间表示

定理 任一线性、时不变、稳定的离散系统, 如下描述方程成立.

$$X(k+1) = \phi X(k) + \Gamma u(k) \quad (2.1)$$

$$y(k) = H X(k) \quad (2.2)$$

$$Y_p(k) = H_p X(k) \quad (2.3)$$

式中, $y(k)$ 、 $u(k)$ 为系统在 k 时刻的输出和输入

$Y_p(k) \triangleq [y_p(k), y_p(k+1), \dots, y_p(k+p-1)]^T$ 为系统 k 时刻预测输出向量。

$X(k) \triangleq [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)]^T$ 为系统 k 时刻的状态向量。

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \\ \dots & \dots & \dots & \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \dots \end{pmatrix}_{n \times n}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}_{n \times 1}$$

$H = [1, 0, \dots, 0]_{1 \times n}$, $H_p = [I_p : 0]_{p \times n}$, I_p 是 p 阶单位阵。

$a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+i} = 0, i \geq 1$, 是系统脉冲响应时间序列。

证明 任一线性、时不变、稳定的离散系统, 其脉冲响应时间序列 a_1, a_2, \dots, a_n 总是存在, 且为有限项, 即 $a_{n+i} = 0, i \geq 1$ 。设系统处于当前 k 时刻, 那么系统在 $k, k+1, \dots, k+n-1$ 各时刻的预测输出, 按照线性叠加原理, 应分别为

$$\begin{cases} y_p(k)|_k = \sum_{j=1}^n a_j u(k-j) \\ y_p(k+1)|_k = \sum_{j=1}^{n-1} a_{1+j} u(k-j) \\ \dots\dots\dots \\ y_p(k+n-1)|_k = \sum_{j=1}^1 a_{n-1+j} u(k-j) = a_n u(k-1) \end{cases}$$

同理，当系统处于当前 $k+1$ 时刻，系统在 $k+1, k+2, \dots, k+n$ 各时刻的预测输出，应分别为

$$\begin{cases} y_p(k+1)|_{k+1} = \sum_{j=0}^{n-1} a_{1+j} u(k-j) = \sum_{j=1}^{n-1} a_{1+j} u(k-j) + a_1 u(k) = y_p(k+1)|_k + a_1 u(k) \\ y_p(k+2)|_{k+1} = \sum_{j=0}^{n-1} a_{2+j} u(k-j) = \sum_{j=1}^{n-2} a_{2+j} u(k-j) + a_2 u(k) = y_p(k+2)|_k + a_2 u(k) \\ \dots\dots\dots \\ y_p(k+n-1)|_{k+1} = \sum_{j=0}^1 a_{n-1+j} u(k-j) = a_{n-1} u(k) + a_n u(k-1) = y_p(k+n-1)|_k + a_{n-1} u(k) \\ y_p(k+n)|_{k+1} = a_n u(k) \end{cases}$$

定义： $x_i(k) \triangleq y_p(k+i-1)|_k, i=1, 2, \dots, n$ 。分别为系统在 k 时刻的状态分量。
显然， $x_i(k+1) = y_p(k+i)|_{k+1}, i=1, 2, \dots, n$ 。分别为系统在 $k+1$ 时刻的状态量。
按此定义，上面各式用系统状态分量可表示为

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k) + a_1 u(k) \\ x_2(k+1) = x_3(k) + a_2 u(k) \\ \dots\dots\dots \\ x_{n-1}(k+1) = x_n(k) + a_{n-1} u(k) \\ x_n(k+1) = a_n u(k) \end{cases}$$

令， $\mathbf{X}(k) \triangleq [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)]^T$ ，显然， $\mathbf{X}(k+1) = [x_1(k+1), \dots, x_n(k+1)]^T$ ，于是上面方程组便可表成方程(2.1)形式，即

$$\mathbf{X}(k+1) = \phi \mathbf{X}(k) + \Gamma u(k)$$

其中，
$$\phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}_{n \times 1}$$

方程(2.1)得以证明。再由上述系统状态分量及向量定义，系统在 k 时刻的输出 $y(k)$ 就是向量 $\mathbf{X}(k)$ 的第一个分量，故可表为， $y(k) = H\mathbf{X}(k)$ ；同样，系统在 k 时刻的预测输出向量 $\mathbf{Y}_p(k)$ 是对应于 $\mathbf{X}(k)$ 的前 p 个分量，故可表为， $\mathbf{Y}_p(k) = H_p \mathbf{X}(k)$ 。证毕。

推论1 对于线性时不变稳定的离散系统, 如下描述方程成立

$$\mathbf{X}(k+1) = \phi \mathbf{X}(k) + \Gamma \Delta u(k) \quad (2.1)$$

式中, $\phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}_{n \times n}$ $\Gamma = \begin{pmatrix} \bar{a}_1 \\ \bar{a}_2 \\ \vdots \\ \bar{a}_n \end{pmatrix}$

$\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n$ 为系统的单位阶跃响应时间序列, \bar{a}_n 为稳态值, 且 $\bar{a}_{n+i} = \bar{a}_n, i \geq 1$. $\Delta u(k)$ 为系统在 k 时刻的增量输入. 证明与定理证明类同, 从略.

推论2 用(2.1)式描述的系统, 如果矩阵

$$C_n = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ a_2 & a_3 & & a_n & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_n & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}_{n \times n}$$

是非奇异的, 则该系统在(2.1)描述意义下是完全可控的.

证明 因系统的可控性矩阵

$$C = [\Gamma : \phi \Gamma : \dots : \phi^{n-1} \Gamma] = C_n$$

所以, 若 C_n 非奇异, 则 C 也非奇异, 因此该系统完全可控.

推论3 用(2.4)式描述的系统, 如果矩阵,

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} \bar{a}_1 & \bar{a}_2 & \dots & \bar{a}_{n-1} & \bar{a}_n \\ \bar{a}_2 & \bar{a}_3 & & \bar{a}_n & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \bar{a}_n & \bar{a}_n & \dots & \dots & \bar{a}_n \end{pmatrix}$$

是非奇异的, 则该系统在(2.4)描述意义下是完全可控的. 证明与推论2相同.

推论4 用(2.1)和(2.2)描述的系统或用(2.4)和(2.2)描述的系统总是完全可观的.

证明 用(2.1)和(2.2)或用(2.4)和(2.2)描述的系统可观性矩阵均为

$$O = \begin{pmatrix} H \\ H\phi \\ \vdots \\ H\phi^{n-1} \end{pmatrix} = I_n, \text{ 为 } n \text{ 阶单位阵.}$$

所以相应系统总是完全可观的.

上述的系统预测输出的状态空间描述的意义在于:

(1) 模型算法控制(MAC)通过这种描述可以建立与线性系统理论直接联系, 原则

上, 线性系统理论结果均可用于 MAC。很显然, 利用这种描述可以直接将状态观测器和卡尔曼滤波器引入 MAC, 使 MAC 系统性能得以进一步改善。

(2) 这种描述将 MAC 的预测输出计算改为递推方式, 从而大大减少预测计算量 (约小 7 倍)。

3 用状态观测器估计预测输出

用(2.1)或(2.4)式描述的系统, 其状态 $x_i(k), i=2,3,\dots,n$ 是不可直接测量的, 但因系统完全可观, 故可以用状态观测器进行估计。常规 MAC 的预测计算式(1.3)正是起着观测器的作用, (1.3)式写成状态空间形式, 即为

$$\bar{X}(k+1) = \phi \bar{X}(k) + \Gamma u(k) \quad (3.1)$$

$$\bar{Y}_p(k) = H_p \bar{X}(k) \quad (3.2)$$

系统的预测输出的估计是通过将观测器给出的预测输出 $\bar{Y}_p(k)$ 加一校正项实现的, 即

$$\hat{Y}_p(k) = \bar{Y}_p(k) + H_i [y(k) - H \bar{X}(k)] \quad (3.3)$$

由(3.1)和(3.2)式可知, 常规 MAC 采用的是开环观测器, 校正项 $H_i [y(k) - H \bar{X}(k)]$ 对状态估计不起作用, 显然其性能不如闭环观测器。MAC 采用闭环观测器, 其结构框图如图 2 所示, 方程如下:

$$\hat{X}(k+1) = \phi \hat{X}(k) + \Gamma u(k) + K [y(k) - H \hat{X}(k)] \quad (3.4)$$

$$\hat{Y}_p(k) = H_p \hat{X}(k) \quad (3.5)$$

只要适当选择增益阵 $K = [k_1, k_2, \dots, k_n]^T$ 使特征多项式 $|ZI_n - \phi + KH|$ 的所有零点位于单位圆内, 观测器将是稳定的, 估计误差 $\epsilon = X - \hat{X}$ 在有限时间内将衰减为零。实验表明, K 阵可取简单形式 $K = k[1, 1, \dots, 1]^T$, 只要增益 k 在 $0 < k < 1$ 范围内系统总是稳定的, 其性能也是满意的。

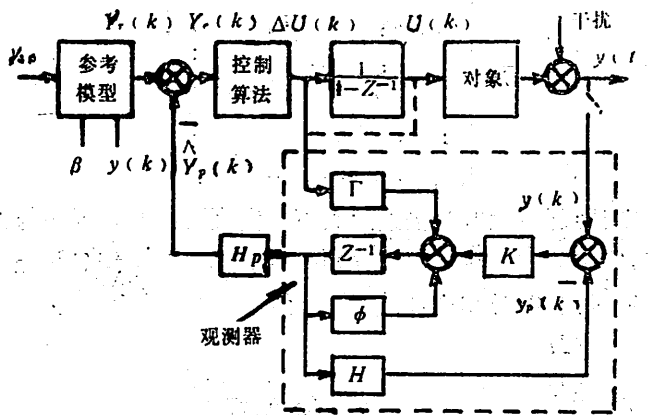


图 2 采用闭环观测器的 MAC 结构图

4 引入卡尔曼滤波器

当系统处于噪声环境中, 作用于系统的过程噪声和测量噪声较强情况下, MAC 可以引入卡尔曼滤波器来抑制噪声对系统的影响。

式中,

$$X^*(k) = \begin{bmatrix} \hat{X}(k) \\ \dots \\ X_s(k) \end{bmatrix}, \quad w(k) = \begin{bmatrix} w_1(k) \\ \dots \\ w_2(k) \end{bmatrix}, \quad H^* = [H : H_s]$$

$$\phi^* = \begin{bmatrix} \phi : 0 \\ \dots \\ 0 : \phi_s \end{bmatrix}, \quad \Gamma^* = \begin{bmatrix} \Gamma \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D^* = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}$$

增广系统的卡尔曼滤波方程形式和 (4.3)、(4.4) 式一样。其增益阵 $K = [K_1 : K_2]^T$ 。可通过相应的 (4.5)、(4.6)、(4.7) 式离线迭代计算得到。增广系统的卡尔曼滤波器及控制系统结构图如图 3 所示。系统的预测输出估计是取由滤波器给出的过程状态向量 $\hat{X}(k)$ 的前 p 个分量再分别加扰动状态的对应输出 $y_s(k)$, 即预测输出为

$$\hat{y}(k) = H, \hat{X}(k) + H_s, H_s \hat{X}_s(k) \quad (4.15)$$

5. 实验结果

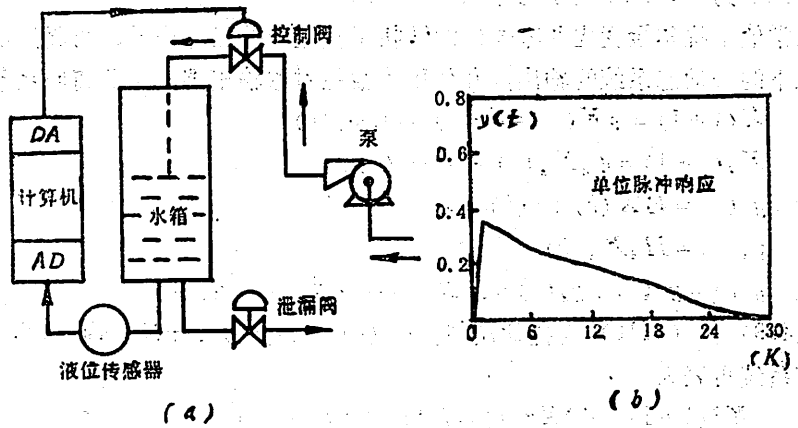


图 4 液位控制系统及其单位脉冲响应

实验系统是一如图 4a 所示的液位控制系统,其单位脉冲(pulse)响应如图 4b 所示。响应时间序列为 0.345, 0.324, 0.319, 0.289, 0.278, 0.244, 0.228, 0.223, 0.217, 0.207, 0.202, 0.181, 0.176, 0.156, 0.147, 0.142, 0.132, 0.129, 0.127, 0.122, 0.111, 0.09, 0.075, 0.055, 0.03, 0.02, 0.01, 0.004。这里 $n=28$, 在实验中取, $\beta=0, p=10, m=5, R=I, Q=0.5I_n$;

(1) 分别用常规的 MAC 和应用闭环状态观测器的 MAC 控制这个系统。观测器增益矩阵取为 $K = 0.24[1,$

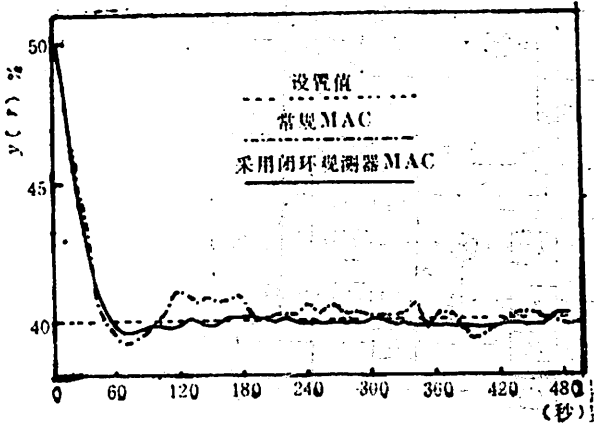


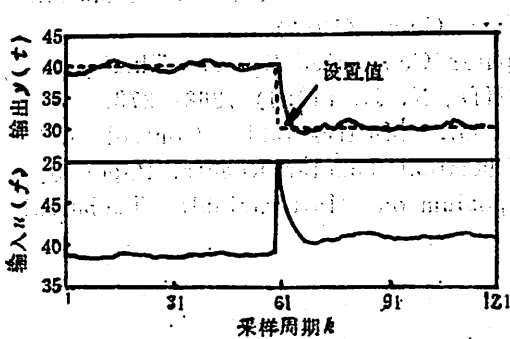
图 5 采用闭环观测器的 MAC 和常规 MAC 的性能比较

1, \dots, 1]_{2 \times 1}^T, 控制输入都是用式 (1.14) 计算, 采用这两种方法的相应系统性能如图 5 所示。由图表明, 用闭环观测器的控制系统阶跃响应超调小而且比较平滑, 性能有明显改善。

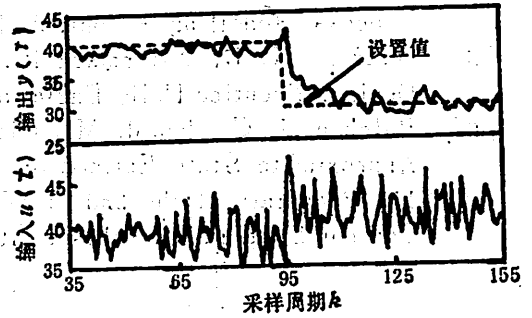
(2) 在系统的控制输入端和输出测量中人为地同时加入独立的白噪声, 其方差分别为 $R_1 = 0.25$, $R_2 = 4.0$, 并采用如图 3 所示的增广系统的卡尔曼滤波器, 其中扰动模型采用单积分系统, 即

$$X_a(k+1) = X_a(k) + w_2(k) \quad (5.1)$$

并取 $D_1 = \Gamma = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$ 。离线计算得到 $K_1 = [0.0463, 0.044, 0.041, 0.038, 0.036, 0.033, 0.031, 0.029, 0.028, 0.0256, 0.237, 0.0217, 0.02, 0.018, 0.0165, 0.015, 0.013, 0.012, 0.01, 0.0086, 0.0068, 0.005, 0.0036, 0.0022, 0.0012,$



(a) 引入卡尔曼滤波的 MAC 控制结果

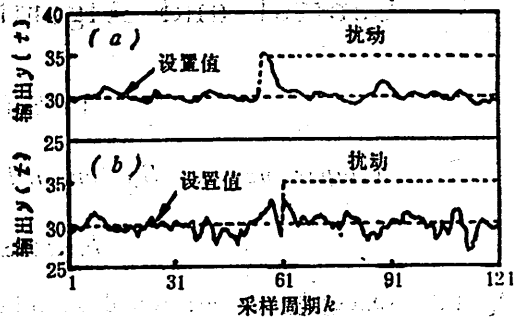


(b) 常规 MAC 控制结果

图 6 引入卡尔曼滤波的 MAC 和常规 MAC 在噪声下的性能比较

$[0.0007, 0.0003, 0.0001]^T, k_2 = 0.244$ 。

在无常值扰动下的控制结果与在相同条件下的常规 MAC 控制结果如图 6 所示。由图显见, 应用卡尔曼滤波器的系统具有明显的滤波效果。系统的输出和控制输入都较常规 MAC 系统的对应输出和控制输入平滑得多。在系统输出端出现一常值扰动下, 两种方法控制结果示于图 7。可以看出, 采用增广系统的卡尔曼滤波器可以消除常值扰动引起的系统稳态误差。



(a) 引入卡尔曼滤波的 MAC 控制
(b) 常规 MAC 控制

图 7 引入卡尔曼滤波的 MAC 和常规 MAC 在常值扰动下的性能比较

6 结束语

用被控对象的脉冲响应或单位阶跃响应的时序描述系统的状态空间形式, 不仅使 MAC 的在线预测计算量大大减少, 而且可以用线性系统理论来深入研究 MAC, 从而将状态观测器和卡尔曼滤波技术引入 MAC, 使 MAC 系统性能得到明显改善。理论和实验都表明这些控制方案都比常规的 MAC 优越。

本文得到加拿大亚伯达大学 D. G. Fisher 教授的支持和帮助, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Richalet, J., et al., Model Predictive Heuristic Control Application to Industrial Processes, *Automatics*, 14 (1978), 413—428.
- [2] Mehra, R. K., Rouhani, R., New Theoretical Developments in Multivariable Predictive Algorithmic Control, Proc. JACC, FA9—B, 1980.
- [3] Rouhani R., Mehra R. K., Model Algorithmic Control (MAC) Basic Theoretical Properties, *Automatics*, 18 (1982), 401—414.
- [4] Sripada, N. R., Fisher D. G. Multivariable Optimal Constrained Control Algorithm (MOCCA), Proc. International Conference on Industrial Process Modelling & Control, Hangzhou, China (1985).
- [5] Åström, K. J., Wittenmark B., Computer Controlled System Theory and Design, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., (1984), 268—273.
- [6] Balchan, J. G., Fjeld, M., Olsen, T. O., Multivariable Control with Approximate State Estimation of a Chemical Tubular Reactor, Paper 5, 11, Preprints of the 2nd IFAC Symposium on Multivariable Technical Control Systems, Düsseldorf, 1971.

A State Space Form of Model Algorithmic Control and Algorithm Improvement

Li Sifu

(Department of System and Management Science)

Abstract

A state space representation describing a controlled system by the system pulse (or unit step) response time sequence is presented. The state estimation and Kalman filtering techniques are introduced into Model Algorithmic Control (MAC) by means of the state space representation, so that the performance of the system to be controlled by MAC is improved significantly, moreover, the computation amount implementing MAC is reduced greatly. Finally, the experimental results of the improved MAC application to a liquid level control system is presented.

Key words: MAC, DMC, predictive control, Kalman filter.

钨酸铈钠晶体晶格振动的群论分析和喇曼光谱

许存义 左健

(结构成分分析中心)

潘峻* 姚连增 陈立高

(物理系)

摘要

本文对新型激光晶体钨酸铈钠 $[\text{Na}_5\text{Eu}(\text{WO}_4)_4]$ 的晶格振动进行了群论分析, 给出了该晶体在 Γ 点晶格振动的对称性分类。它们是: $18\text{Ag} + 20\text{Bg} + 20\text{Eg} + 20\text{Au} + 18\text{Bu} + 20\text{Eu}$ 。其中喇曼和红外都是非活性的模为 18Bu 。声学模为 $\text{Au} + \text{Eu}$, 喇曼活性模为 $18\text{Ag} + 20\text{Bg} + 20\text{Eg}$, 红外活性模为 $19\text{Au} + 19\text{Eu}$ 。首次测量了该晶体不同几何配置的喇曼光谱, 利用群论分析结果对谱图进行了识别和讨论。

关键词: 激光晶体, 钨酸铈钠, 晶格振动, 群论分析, 喇曼光谱。

1 引言

优质固体激光器的制作迫切需要性能良好的材料, 因此对新型晶体材料的制备和研究是具有重要实际意义的, 引起人们极大的注意。 $\text{Na}_5\text{Eu}(\text{WO}_4)_4$ 晶体是一种新型激光晶体材料。本文对该晶体的晶格振动进行了群论分析, 测量了该晶体的喇曼光谱, 并用群论分析结果对谱图进行了初步识别和讨论。

2 晶格振动的群论分析

$\text{Na}_5\text{Eu}(\text{WO}_4)_4$ 晶体属四方晶系, $I4_1/a (C_4^2)$ 空间群^[1], 点群为 C_{4v} 。结晶学单胞有四个分子, 16个 WO_4^{2-} 离子团与16个 Na^{1+} 离子占据一般位置 C_1 , 另外4个 Na^{1+} 离子与4个 Eu^{3+} 离子占据 S_4 位置^[2]。为了便于区分二种对称位置不同的 Na^{1+} 离子, 分别将它们标为 $\text{Na}^{1+}(C_1)$ 和 $\text{Na}^{1+}(S_4)$ 。由于 WO_4^{2-} 离子集团性很强, 采用位置群分析方法^[3]是方便的。

1986年12月22日收到。

*河北水利专科学校进修教师。

WO_4^{2-} 离子团具有 \bar{T}_d 对称性, 具有 4 个不同的内振动模, 其中 2 个伸缩振动 $A_1(\nu_1)$ 和 $T_2(\nu_2)$, 具有较高的振动频率, 2 个弯曲振动 $E(\nu_3)$ 和 $T_2(\nu_4)$, 频率较低。 A_1 、 E 和 T 分别为单重、双重和三重简并态, ν_1 — ν_4 是其相应的频率。在各向异性晶场中, 内振动模发生劈裂。外振动模是由 WO_4^{2-} 离子团的转动和整体平动以及 Na^{1+} 、 Eu^{3+} 离子的平动引起的。位置群分析和振动模对称性分类详见表 1 和表 2。

表 1 $\text{Na}_2\text{Eu}(\text{WO}_4)_2$ 晶体晶格振动的位置群分析

离子 (团)	离子 (团) 振动模数		自由离子群	位置群	因子群	活 性
	外振动		G_M	G_S	G_T	
	平动	转动				
WO_4^{2-}	1	1	(T_d)	(C_1)	(C_{4v})	R
	1	1	A_1 —	— A —	— A_g	R
	1	1	E =		— B_g	R
	1	1	T_2 ≡		— E_g	R
	1	2	T_2 ≡		— A_u	IR
					— B_u	
					— E_u	IR
$\text{Na}^{1+}(C_1)$	3			(C_1)		
				A —		
Eu^{3+} [$\text{Na}^{1+}(S_6)$ 与 Eu^{3+} 相同]	1			(S_6)		
	1			B —	— B_g	R
					— A_u	IR
	1			E —	— E_g	R
					— E_u	IR

分析表明, 该晶体全部振动模为: $18A_g + 20B_g + 20E_g + 20A_u + 18B_u + 20E_u$ 。其中喇曼和红外都是非活性的模为 $18B_u$, 声学模为 $A_u + E_u$ 。喇曼活性模为 $18A_g + 20B_g + 20E_g$, 红外活性模为 $19A_u + 19E_u$ 。考虑到 E_g 、 E_u 为二重简并态, 共有 156 个振动模, 这与该晶体初基晶胞中 52 个原子 (2 个分子) 的 156 个自由度是一致的。

3 实验

$\text{Na}_2\text{Eu}(\text{WO}_4)_2$ 晶体是用助熔剂法生长的, 样品尺寸为 $3 \times 2 \times 1.5 \text{mm}^3$ 。晶体定向误差在 2° 以内。喇曼光谱是用 SPEX1403 光谱仪测量的, 波数误差不超过 2cm^{-1} 。为辨认并避开荧光谱峰, 首先用 5145Å 、 4880Å 、 4765Å 和 4965Å 激光线进行激发, 结果发现用 4965Å 线激发, 在所关心的光谱范围荧光谱峰最弱而且与喇曼谱峰不发生交迭, 实验选用了 4965Å 线激发, 功率为 150mW 。单色仪狭缝宽度为 $50-100 \mu\text{m}$ 。采用 90° 接收方式,

表 2 $\text{Na}_3\text{Eu}(\text{WO}_4)_3$ 晶体晶格振动的对称性分类

离子	对称性		Ag	Bg	Eg	Au	Bu	Eu	
			振动模						
WO_4^{2-}	内振 动 模	伸 缩	$A_1(\nu_1)$	1	1	1	1	1	1
			$T_2(\nu_2)$	3	3	3	3	3	3
			合 计	4	4	4	4	4	4
		弯 曲	$T_2(\nu_3)$	3	3	3	3	3	3
			$E(\nu_4)$	2	2	2	2	2	2
			合 计	5	5	5	5	5	5
	外 振 动 模	转动	T_1	3	3	3	3	3	3
		平 动	T_2	3	3	3	3	3	3
	$\text{Na}^{1+}(\text{C}_1)$	动 模	平 动		3	3	3	3	3
	$\text{Na}^{1+}(\text{S}_4)$				1	1	1	1	1
Eu^{3+}				1	1	1	1	1	
	合 计		9	11	11	11	9	11	
	总 计		18	20	20	20	18	20	

记录了 $20-1000\text{cm}^{-1}$ 光谱范围的喇曼光谱。

4 结果与讨论

图 1—3 是不同配置下 $\text{Na}_3\text{Eu}(\text{WO}_4)_3$ 晶体的喇曼光谱。分别相应于 Ag、Bg 和 Eg 振动模。根据群论分析并参考 CaWO_4 、 SrWO_4 等晶体的实验结果^[4,5]对 $\text{Na}_3\text{Eu}(\text{WO}_4)_3$ 晶体的喇曼光谱进行分析,给出如下振动模式指认(见表 3)。

4.1 在波数(单位均采用 cm^{-1} ,下同)755—940 之间的谱峰相应于 WO_4^{2-} 离子团的伸缩振动模。其中 Ag、Bg 的 808 和 Bg 的 877 峰为泄漏峰。由于退简并不完全,755 和 938 峰同时在 Ag、Bg 出现。877 峰时同在 Ag 和 Eg 出现。我们认为 Ag、Bg 的 938 和 Eg 的 940 峰相应于 WO_4^{2-} 离子团的对称伸缩振动模 ν_1 , 它们的谱峰位置很接近,在 Eg 配置下。由于谱峰泄漏,938 峰成为 940 峰的肩峰。各配置下其他 3 个谱峰相应于 WO_4^{2-} 离子团的反对称伸缩振动模 ν_2 。测量结果和理论分析完全一致。

4.2 在波数 302—396 之间的谱峰相应于 WO_4^{2-} 离子团内振动弯曲模 ν_3 和 ν_4 。理论预计在 Ag、Bg 和 Eg 均应有 5 个谱峰,实验分别测到分辨清楚的 3 个谱峰。其中 Bg 的 333

谱峰明显较宽，这是由于退简并不完全、谱峰重迭、分辨不清引起的，至于这些谱峰与 WO_4^{2-} 离子团内振动模 ν_2 和 ν_3 的对应关系，就难以分清了。

4.3 在波数 54—242 之间的谱峰属于外振动模， B_g 的 132 可能是泄漏峰。我们认为 A_g 的 232， B_g 的 242 和 E_g 的 240 三个较宽的谱峰，相应于 WO_4^{2-} 离子团劈裂增宽的转动

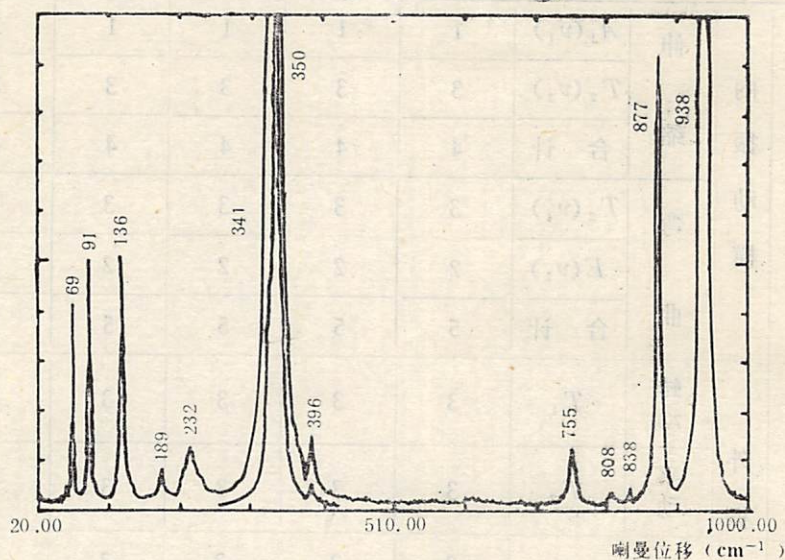


图 1 $\text{Na}_5\text{Eu}(\text{WO}_4)_6$ 晶体 A_g 模的喇曼光谱
 $X(ZZ)Y$ 配置

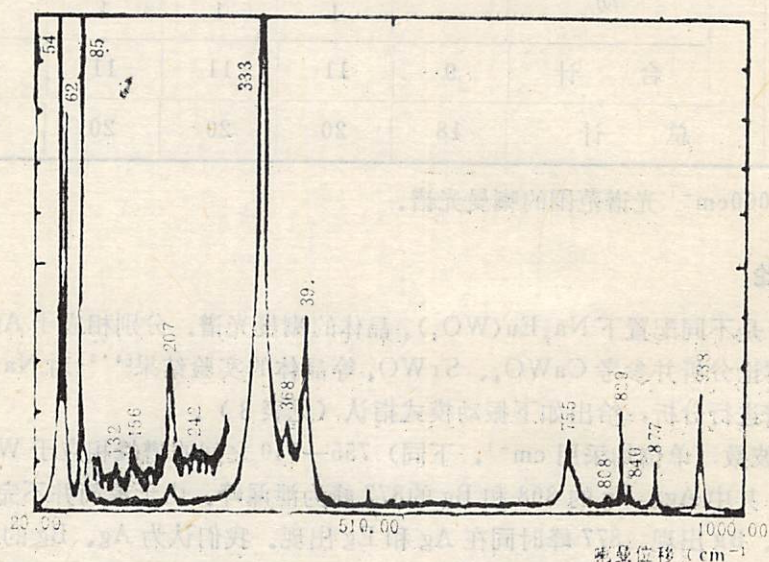


图 2 $\text{Na}_5\text{Eu}(\text{WO}_4)_6$ 晶体 B_g 模的喇曼光谱。
 $X(YX)Y$ 配置

模，其他谱峰则属于 Na^{1+} 、 Eu^{3+} 和 WO_4^{2-} 离子的平动模。对 A_g 和 B_g 模，谱峰数比理论预计分别少 2 个和 3 个，而对 E_g 的平动模，理论预言和实验结果完全一致。

4.4 实验证明, 571 和 627 两个宽而弱的峰谱属荧光光谱峰。

表 3 $\text{Na}_2\text{Eu}(\text{WO}_4)_2$ 晶体喇曼谱峰位置及对称性

振动模	对称性	$X(ZZ)Y$	$X(YX)Y$	$Z(XZ)Y$
		Ag	Bg	Eg
外振动模			54	59
		69	62	79
		91	85	98
				110
		136		132
			156	154
		189	207	167
内振动 弯曲模			242	188
				240
			333	302
		341		339
内振动 伸缩模		350	368	
		396	391	374
		755	755	772
内振动 伸缩模		838	829	808
		877	840	877
		938	938	940

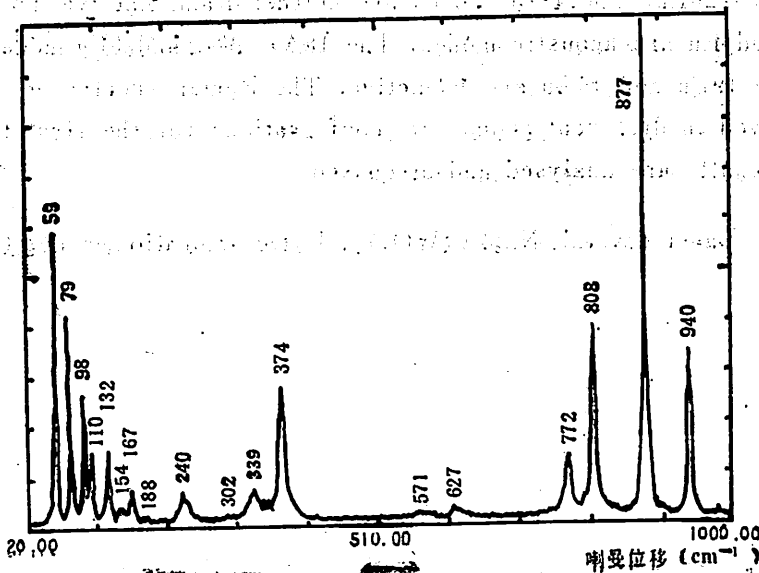


图 3 $\text{Na}_2\text{Eu}(\text{WO}_4)_2$ 晶体 Eg 模的喇曼光谱
Z(XZ)Y 配置

参 考 文 献

- [1] 潘俊等, 人工晶体, 16 (1987), No. 1, 15.
[2] H. Y-P. Hong, Dwight, K., *Mat. Res. Bull.*, 9 (1974), 775.
[3] Rousseau, D. L. et al., *Journal of Raman Spectroscopy*, 10 (1981), 253.
[4] Porto, S. P. S. et al., *Phys. Rev.*, 157 (1967), No. 3, 716.
[5] Miller, P. J. et al., *J. Phys. Chem. Solids*, 34 (1973), 533.

Group Theory Analysis of Lattice Vibrations and Raman Spectrum of the $\text{Na}_5\text{Eu}(\text{WO}_4)_4$ Crystal

Xu Cunyi

Zuo Jian

(*Central Laboratory of Structure and Element of Analysis*)

Pan Jun

Yao Lianzeng

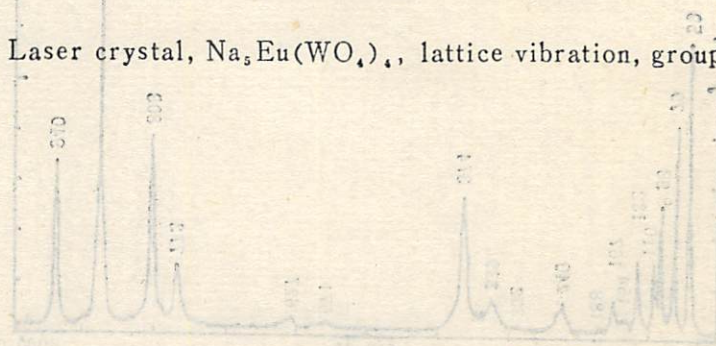
Chen Ligao

(*Department of Physics*)

Abstract

Lattice vibrations of the $\text{Na}_5\text{Eu}(\text{WO}_4)_4$ crystal are analysed with the aid of group theory. The vibrations of species are given. They are $18\text{Ag} + 20\text{Bg} + 20\text{Eg} + 20\text{Au} + 18\text{Bu} + 20\text{Eu}$. The 18Bu modes are neither Raman-active nor IR-active. The Au and Eu are acoustic modes. The 18Ag , 20Bg and 20Eg modes are Ramanactive. The 19Eu and 19Au are IR-active. The Raman spectra of the crystal are observed in different geometric configurations for the first time. The experiment results are analysed and discussed.

Key words: Laser crystal, $\text{Na}_5\text{Eu}(\text{WO}_4)_4$, lattice vibration, group theory Raman spectrum.



第四纪早期丽蚌的电子自旋共振(ESR)年龄测定与泥河湾动物群的年代

金嗣焯 梁任又 黄培华 彭子成 王兆荣
(结构中心) (地球和空间科学系)

摘 要

对化石进行电子自旋共振(ESR)研究是近几年发展起来的一种新的测定年代技术。本文介绍了这种技术的基本原理和测定方法。

应用ESR方法对我国北方第四纪早期标准地层——泥河湾地层中部所产丽蚌化石进行了测定,并得到两个样品的年龄,分别为 1.37 ± 0.20 和 1.22 ± 0.18 百万年。初步确定,泥河湾地层中一个层段(第二层段)的形成年代应属早更新世晚期,而泥河湾动物群的年代应属早更新世中晚期。

关键词: ESR 年龄, 总剂量, 年剂量率, 早更新世。

1 引言

动物化石的电子自旋共振(ESR)研究是近几年发展起来的一种年代测定技术。这种方法测定年代的范围从几千年到几百万年,有可能覆盖整个第四纪地质年代。可用于测试的物质种类比较广泛,包括古脊椎动物和古人类骨骼、牙齿、贝壳、珊瑚、有孔虫等的化石,碳酸盐及硅酸盐泉华,洞穴中石笋,火山岩、石英、长石等矿物。被测试样品可以反复测试多次,测试方法简单,样品用量少,测量信号受周围环境的影响较少等等,因此它是第四纪地质年代测定技术中相当有发展前途的一种新方法,受到了地质学家、古脊椎动物与古人类学家、考古学家的重视,在近10年来获得了较迅速的发展。在国外,古脊椎动物骨骼、贝壳化石、洞穴石笋等样品测试的论文很多;在我国它还处于萌芽阶段,最近两三年我们开始开展这方面的工作^[1]。本文报道了我们用电子顺磁共振谱仪(ER-200D-SRC西德BRUKER公司)和钴-60源(60000居里加拿大原子能公司)对广泛分布于河北阳原和蔚县的泥河湾地层的丽蚌(*Lamprotula*)化石进行年龄测定的结果。

2 ESR年龄测定的基本原理

ESR测定地质年龄的基础,是通过直接测量被晶格缺陷捕获的由自然辐射产生的顺磁电

1987年3月18日收到,

子也即顺磁中心的总数，以估计样品形成后所吸收的等效剂量，并根据样品接受的年剂量率来计算样品的年龄。

生物石化的过程与其结构上的晶化几乎是同时的。化石刚形成时，其中并不存在因辐照而产生的顺磁中心。所以它们的 ESR 信号强度是零。其后由于化石遭受到天然放射性元素（如U、Th、K）的 α 、 β 、 γ 以及其它射线的辐照，产生游离电子，并被晶格缺陷所捕获，形成可被 ESR 所探测的顺磁中心（见图1）。顺磁中心的数目正比于样品所接受的天然辐射总剂量（AD剂量）。通常假定样品所接受的辐射率变化不大，也即年剂量率D是常数，顺磁中心的数目就与样品的年龄成正比。我们可以根据样品中顺磁中心的总数以及样品接受的年辐射剂量率，用下列公式来确定样品的年龄：

$$\text{样品的年龄} = \frac{\text{天然辐射总剂量 (AD)}}{\text{年剂量率 (D)}}$$

3 辐射总剂量 (AD) 的测定

测定的样品丽蚌—2 采自河北泥河湾地层中相当于 G.B.Barbour 等划分的 C 层^[4]，吴子荣等（1980）划分的第二层段中下部^[6]，采样地点剖面图见图2。样品经丙酮清洗处理后，研磨成 80—120 目（<125 微米）的细颗粒，分成五等份，每份重 150 毫克，用钴-60 源

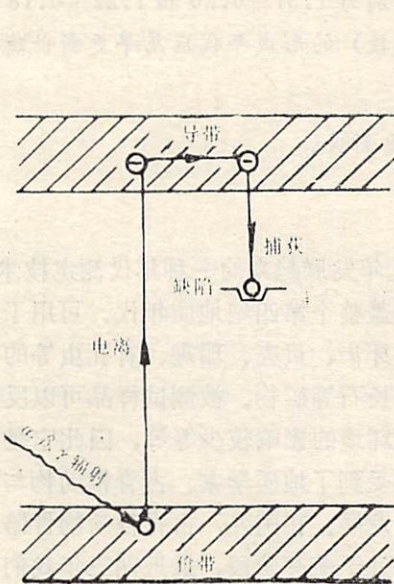
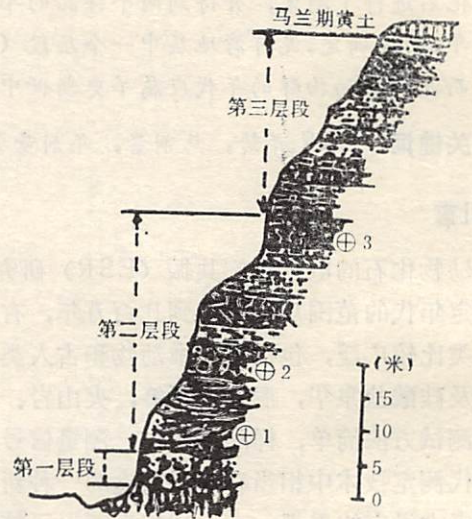


图1 辐照产生的电子被捕获的过程



化石 ⊕ 1: 丽蚌; ⊕ 2: 长鼻三趾马; ⊕ 3: 三门马

图2 泥河湾地层剖面图

照射，剂量分别为 0，5，10，20，40 千拉德，然后用电子顺磁共振谱仪进行测定，得到如图3的 ESR 图谱。由图可见， $g = 2.0007$ 的共振峰信号强度随着辐照剂量的增加而增强。用 γ 辐照剂量作横坐标，ESR 信号强度（任意单位）为纵坐标，把测试结果用最小二乘法作线性拟合可以得到两者之间良好的线性关系（图4），线性相关系数 $\gamma = 99.9\%$ 。将直线方程外推到 ESR 信号强度为零（相当于样品刚形成的时刻），求得样品所接受的天然辐射总剂量（AD）为 200.0 千拉德。

我们用的测试条件是：

微波功率	2mW	微波频率	9.756GHz
调制频率	6KHz	调制幅度	3.2Gp-p
中心磁场	3483G		

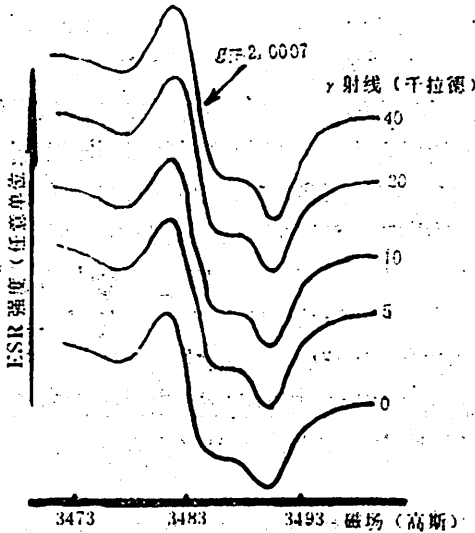


图 3 丽蚌-2的ESR谱

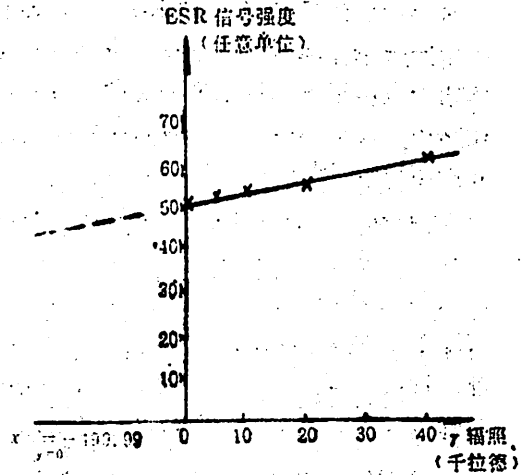


图 4 丽蚌-2 ESR信号强度与辐照剂量的关系

4 年剂量率的测定

年剂量率是样品在自然环境中每年所接受的天然辐射的平均剂量。它通过测定样品中U、Th、K⁴⁰的含量来确定。

我们测得样品丽蚌—2中U、Th、K的含量分别为：U—2.51 ppm，Th—0.38ppm，K—0.205%，样品的 α 效率为10%。根据年剂量率的计算公式 (Bell, 1979) [1]，计算出样品丽蚌—2的年剂量率如表 1 所示。

表 1 样品丽蚌—2的年剂量率

	α (毫拉德/年)	β (毫拉德/年)	γ (毫拉德/年)	年剂量 (毫拉德/年)
U	70.22	36.82	29.64	
Th	2.80	1.10	1.89	
K		16.84	5.06	
合计	73.02	54.76	36.59	164.37

我们同时还对丽蚌—1样品 (丽蚌—2是蚌尾，丽蚌—1则采自蚌头) 作了ESR年龄测定，得到年剂量为 86.8毫拉德/年，总剂量AD为 119千拉德，显然在蚌头和蚌尾中，U、Th、K⁴⁰的积累是不同的。

5 结果与讨论

根据上面的结果,我们可以算出丽蚌—1和丽蚌—2的年龄。G.J.Hennig和R.Grun(1983)认为,年剂量率的误差在最好的情况下为 $\pm 10\%$,总剂量的误差一般小于 $\pm 5\%$ ^[1]。如将各种误差因素所带来的总误差取为 15% ,则两个样品的年龄分别为 1.37 ± 0.20 百万年和 1.22 ± 0.18 百万年。

自1948年第18届国际地质会议以来,泥河湾地层一直作为我们北方地区的早更新世标准地层。早在1924—1926年,G.B.Barbour,E.Licent和P.Teilhard de chardin等把以阳原县泥河湾村命名的泥河湾层划分为b、c、d、e四层,但缺乏各层的年代资料^[4]。1974年,泥河湾新生代地层小组根据古脊椎动物化石特征、层间接触关系和各层岩性特色,认为泥河湾层不仅由早更新世早期和晚期的沉积层组成,还包括有中更新世和晚更新世堆积层^[5]。1980年,吴子荣等认为泥河湾地层可划分为三个层段:第一层段(Q1—1),棕红色亚粘土夹砂砾层,推论属早更新世早期;第二层段(Q1—2),推论属早更新世晚期,⁵又分为两个亚段:下部,砂砾层产丽蚌,向上为亚粘土、粉砂夹细砾互层;上部,砂土夹细砾层,向上为深灰色亚粘土、亚砂土互层,产丽蚌、螺蛳、三门马(*Eguus Sanmeniensis*)、长鼻三趾马(*Probosciparion sp.*)、鸟骨碎片等,产于泥河湾动物群的主要种属化石;第三层段(Q₂),灰黄色亚粘土、粉砂、砂砾层、有钙质胶结的砂板层和石膏层,相当于离石黄土上部,推论其时代属中更新世^[6]。本文分析的化石样品属第二层段中下部(见图2),因此,丽蚌样品的时代应相当于早更新世晚期。

1983年,汤英俊和计宏祥认为泥河湾动物群仅具少数残存种,如剑齿虎(*Megantereon nihowanensis*)爪蹄兽(*Postschizotherium chardini*)和三趾马(*Hipparion sp.*)等,绝灭属占 45.71% ,绝灭种为 90.24% ,并形成新的种属,如三门马、四不像鹿(*Elaphurus bifurcatus*)和中国古野牛(*Bison palaeosinensis*)等典型的第四纪种类;认为可与意大利维拉方(Villafranchian)中期相当^[7],即属于早更新世中期。

关于早更新世与上新世界限年龄,目前据古地磁资料的估计,大多倾向于与松山/高斯界限一致,即240万年(248万年);中更新世与早更新世界限的年龄,现在大多取73万年,即与布容/松山界限一致。如果对早更新世进行两分,即分为早期与晚期的话,两者的界限可取奥尔都维事件上限,即167万年。如果三分,则取哈拉米洛事件(97万年)为晚期与中期的界限,奥尔都维事件上限167万年为中期与早期的界限。

本文所获得的样品丽蚌—1年龄为 1.36 ± 0.20 百万年,样品丽蚌—2年龄为 1.22 ± 0.18 百万年,若取平均值则为 1.29 ± 0.19 百万年。可见,这些年龄数据与上述的地层划分和泥河湾动物群划分的地质年代意见是很一致的(见表2)。如按对早更新世两分法,泥河湾地层第二层段应属早更新世晚期,如对早更新世三分法,泥河湾动物群的年代应属早更新世中晚期。

本工作应用ESR方法测定了泥河湾地层中所产丽蚌石化后的年龄,这在我国还是第一次。由于我们的工作还只是初步的尝试,而且这种方法本身也正处于发展和逐步完善的过程中,还有许多问题,例如年剂量的测定、非平衡体系的年龄模式、样品中杂质的影响、微波功率对实验结果的影响等等,有待于进一步的探索,以期对这一新的测年方法有深入的了解。

表 2 泥河湾动物群划分年代表

时代	代号	地层 ^[6]	动物群 ^[7]	年龄 (百万年)
中更新世	Q ₃	第三层段		0.73
早更新世	晚期 Q1-3	第二层段	泥河湾动物群	0.97
	中期 Q1-2			1.29±0.19(ESR测定值)
上新世	早期 Q1-1	第一层段	过渡动物群	1.67
	N	三趾马红土	三趾马—剑齿虎动物群	2.40

考古研究所付研究员李虎候同志对本工作给予了极大的支持和指导并测定了样品中U, Th的含量;古脊椎动物与古人类研究所邱中郎同志、河北地质学院任振纪同志提供了化石样品;结构中心原子吸收光谱室测定了样品中的K含量,特在此一并致谢。

参 考 文 献

- [1] Hennig, G. J. and Grun, R., Quaternary Science Reviews, 2 (1983), 159-257.
- [2] Ikeya, M., Miki, T., ESR Dating and Dosimetry, IONICS, Tokyo, 1985.
- [3] 黄培华、彭子成等, 科学通报, 6 (1986), 453-455.
- [4] Barbour, G. B., Licent, E., et al., 地质会志, 5 (1926), 3-4.
- [5] 泥河湾新生代地层小组, 古脊椎与古人类, 12 (1974), 2.
- [6] 吴子荣等, 地质科学, 1 (1980), 87-95.
- [7] 汤英俊、计宏祥, 古脊椎与古人类, 21 (1983), 3, 245-254.

Determination of ESR Age of Early Quaternary Lamprotula and the Age of the Nihewan Fauna

Jin Sizhao

Liang Renyou

(Structure Centre Laboratory)

Huang Peihua

Peng Zicheng

Wang Zhaorong

(Department of Earth and Space Science)

Abstract

Electron Spin Resonance (ESR) is a relatively new dating technique in the recent years. The fundamental principle and the determined method of ESR have been introduced in this paper.

It is well known that the Nihewan strata is the standard one of early Quaternary in the northern China and have been studied for more than 60 years, while there is still a blank in study on the fossil ages so far.

Now, we have determined the ages of Lamprotula—1 and —2 samples and got the data of 1.37 ± 0.20 and 1.22 ± 0.18 M.Y, respectively. Therefore, it can be thought that the formation age of the middle Nihewan strata is corresponding to the late period of early pleistocene and the age of the Nihewan fauna belongs to the middle and late period of early pleistocene.

Key words: ESR dating, total dose, annual dose, Early Pleistocene.

储存环弯转磁铁的铸造成型研制

张国栋 张武

(合肥国家同步辐射实验室)

摘 要

本文重点介绍整块磁铁的铸造工艺,该工艺工序简单,磁性能比锻造的有较大改善。对具体的铸造工艺、热处理工艺及冷加工对磁性能的影响等方面作了扼要介绍。

关键词: 储存环, 弯转磁铁, 铸造工艺。

1 前言

磁铁的质量与制造工艺有直接关系。制造批量小而形状特殊的磁铁,采用铸造工艺是合理的。1979年我们对相同条件下铸件和锻件的磁性能做了相应的测试和研究,最后确定选用铸造工艺制造储存环模拟弯转磁铁。该磁铁1980年制造成功,1981年通过国家鉴定。几年来磁铁运行良好,性能稳定可靠。

2 铸造对铁的磁性能影响

铸造加工对磁铁磁性能的影响并对其作出分析是论证铸造方案是否可行的关键。为此我们采用同条件下铸、锻工艺对比的方法进行试验和分析。

2.1 铸、锻加工工艺对铁的磁性能影响

铁的磁性能不仅取决于铁材本身的化学成份,而且与加工工艺有密切关系。通常在设计制造磁铁时主要考虑的磁性能指标是:饱和磁感应强度 B_s 、导磁率 μ 、矫顽力 H_c 及磁滞回线等。

2.1.1 饱和磁感应强度 B_s

B_s 只取决于材料本身,与加工工艺无关,此处从略。

2.1.2 导磁率 μ

μ 值是磁铁设计的重要指标,它影响磁铁的功耗与性能,其数值受加工工艺影响甚大。我们分别测出几种经铸、锻加工后的材料的 μ 值(表1)及在不同场强下 μ 值变化曲线(图1)。

表 1 含碳 0.12% 钢材铸、锻态 μ_{\max} 值

试样编号	铸态	锻态
3-A	2270	1760
3-B	2090	1610
3-A 退火	3110	2530

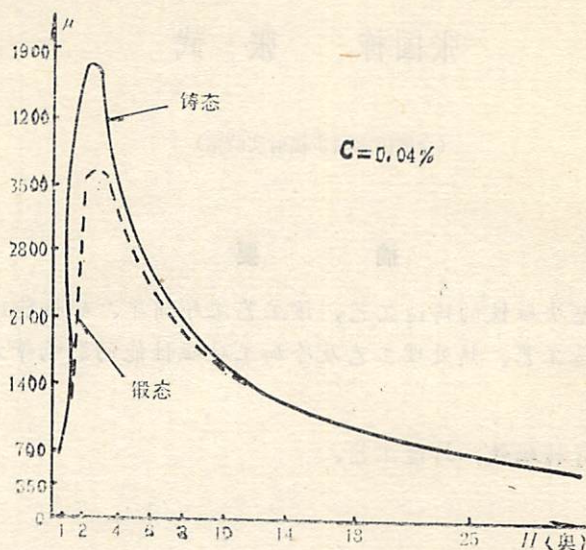


图 1 $\mu-H$ 曲线

从表 1 和图 1 中明显看出：铸造加工能提高材料的 μ 值。

2.1.3 矫顽力 H_c 。

加速器用磁铁多用软磁材料制做，要求材料有高的导磁率和小矫顽力。矫顽率 H_c 与加工工艺等因素有关。我们同样对几种经过铸、锻加工的低碳钢样品对 H_c 值进行对比测量，其数据列于表 2 和表 3 中。

表 2 铸、锻加工后低碳钢的 H_c 值 (奥)

含碳量%	试样编号	铸态	锻态
0.12	3-A	1.53	2.40
	3-B	1.63	2.50
	3-A 退火	1.33	1.98
0.04	111	1.30	1.75
	112	1.32	1.60

从表中清楚看出，同样的样品不论在相同或不同的外磁场作用下，所测得的 H_c 值均是铸造的偏小。

表 3 不同场强下铸锻试样的 H_c 。(奥)

含碳量	工 艺	场强为 4 (奥)	场强为 12(奥)	场强为 20(奥)
0.03%	铸态	1.20	1.30	1.40
	锻态	1.35	1.50	1.70
0.04%	铸态	1.20	1.35	1.40
	锻态	1.61	1.95	2.00

2.1.4 磁滞迴线

磁滞迴线能综合反应材料磁化时的特性，图 2 为低碳 (0.04%) 钢经铸、锻加工后测得的磁滞迴线，铸造加工的磁铁磁滞迴线比锻造加工的窄，这一现象与上述对 μ 、 H_c 的测量结果是一致的。

以上结果表明铸造工艺加工的磁铁，磁性不比锻造的差，相反会有所提高。表 4 将铸锻工艺的磁性能作了简单的对照，可以看出铸造工艺的 μ 值高， H_c 小，磁滞迴线窄。因此铸造比锻造更适合磁铁制造。

2.2 铸锻加工对磁性能影响的分析

众所周知，铸锻加工均使材料内部组织结

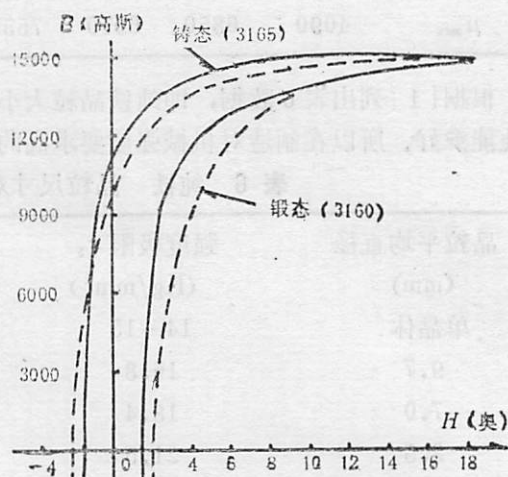


图 2 C=0.04%钢磁滞迴线

表 4 铸锻加工对低碳钢磁参数影响比较

工 艺	饱和磁感 B_s	导磁率 μ	矫顽力 H_c	磁滞迴线
铸态	不变	提高	降低	窄
锻态	不变	降低	提高	宽

构发生变化，而材料的各种特性（物理的、化学的、力学的……）都和组织状态（晶粒大小、杂质成份及其分布、内应力等）有关。

铸造浇注是在高温下进行，加之磁铁一般体积较大，这样钢液在铸型中冷却缓慢，促使

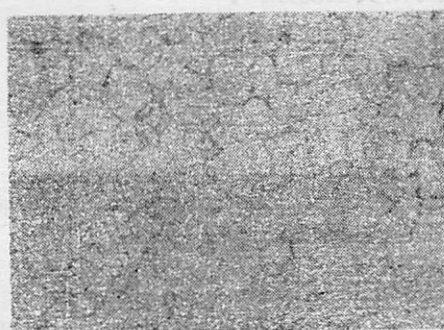


图 3 铸态金相组织 $\times 100$



图 4 锻态金相组织 $\times 100$

铸件内部晶粒迅速长大，杂质也相对集中。

锻造加工的特点是将钢锭经过压力加工，使铸锭中肥大的晶粒破碎，杂质相应的分散。

图3、图4是含碳量为0.04%的碳钢铸、锻试样的金相组织。

根据文献[5]列出表5数据，它表明晶粒愈大 μ 值愈高的趋势，铸造磁铁 μ 值比锻造的高，是因为铸造铁内部晶粒比锻造铁大所致。

表5 晶粒大小对 μ_{\max} 的影响（根据CH4Y数据）^[5]

晶粒尺寸 _{mm}	0.1	0.3	0.6	0.7	1.2	2.7	6.3	7.0	11
μ_{\max}	4090	6850	6970	7550	7300	8050	8200	7680	8050

根据[1]列出表6数据，即纯铁晶粒大小对机械性能影响的数据。它表明晶粒愈细，机械性能愈好。所以在制造对机械强度要求高的结构部件时采用锻造工艺是合理的。

表6 纯铁 晶粒尺寸对机械性能的影响^[1]

晶粒平均直径 (mm)	强度极限 σ_b (Kg/mm ²)	比例极限 σ_s (Kg/mm ²)	延伸率% 3l = 51mm
单晶体	14~15	3~4	30~50
9.7	16.8	4.1	28.8
7.0	18.4	3.9	30.6
2.5	21.5	4.5	39.5
0.20	26.8	5.8	48.8
0.16	27.0	6.6	50.7
0.11	28.4	11.8	50.0

3 磁铁的铸造工艺

磁铁用钢多为低碳钢或工业纯铁。其含碳量大都在0.10%以下（我们用的是0.04%）。这种钢的铸造性能较差，很少用来制造铸件。为确保铸造磁铁的质量，根据磁铁的结构和要求，采用以下工艺措施。

- 1 适当提高浇注温度，增加钢液的流动性。
- 2 适当增加硅脱氧剂，使钢液充分除气（最好用真空浇注）。
- 3 采用底浇，使钢液平稳上升。
- 4 选用发气小，透气好的造型材料。
- 5 铸型采用二次烘干，热型浇注，减少外来气体。
- 6 采用耐高温的氧化锆涂料，防止铸件粘砂。

7 保证铸件致密，避免明显疏松和减小缩孔。采用顺序冷却方案，用外冷铁强制冷却，适当加高加大冒口；对冒口采用保温措施，以达到利于排渣、增压补缩作用。

- 8 加强管理，每道工序严格检查，所用原材料进行检查挑选，严格保管。

由于采用上述措施，浇注非常顺利，铸件经外观、超声波探伤、阶梯解剖及各部位磁性测试，结果均符合要求。

4 铸造磁铁的热处理工艺

为提高磁铁的稳定性和磁特性，对铁材要进行热处理。

4.1 热处理能改变材料的内部结构及消除内应力，达到改变材料特性的目的。对不同材质和不同状态的材料，应选择合适的热处理规范，使其满足使用要求。锻造磁铁，多采用锻造后经 $AC_3 + 30 \sim 50^\circ\text{C}$ 的退火工艺，以消除锻造应力并使磁性能得到改善。对于铸造磁铁，必须根据铸造磁铁的特点——即铸造应力比较大，易形成枝晶偏析；晶粒长大能提高磁性能——采用高温扩散退火 (1100°C) 的工艺，效果良好 (表 7)。

表 7 铸件经扩散退火处理前后 H_c (奥) 值变化数据

状 态	试 样 号	未经扩散退火	经 1100°C 扩散退火
铸造	051	1.48	1.34
	052	1.40	1.32

对铸件若采用锻件的处理工艺，反而会使 H_c 增大，如表 8 所示。因为钢在 $AC_3 + 30 \sim 50^\circ\text{C}$ 时内部发生奥氏体转变，使原先粗大的铸造晶粒经再结晶而相对细化 (这一规律也常用来改善铸件的机械性能)。反之，锻件的破碎晶粒，在此工艺下，晶粒得到相对的长大，故 H_c 值减小。

表 8 经 $AC_3 + 30 \sim 50^\circ\text{C}$ 处理前后 H_c (奥) 的变化情况

状 态	试 样 号	未经 $AC_3 + 30 \sim 50^\circ\text{C}$ 退火	经 $AC_3 + 30 \sim 50^\circ\text{C}$ 退火
铸造	2A	1.57	1.89
	3A	1.40	1.77
	4A	1.40	1.45
锻造	3~5A	1.98	1.89

4.2 磁铁毛坯经机加工后会产生内应力，这种应力会恶化磁性能，因此在机加工后往往再经过 650°C 消除应力退火，它有助于提高磁铁的磁性能。见图 5 和表 9。

表 9 切削应力对矫顽力 H_c 的影响

钢含碳量	试 样 号	消除切削应力	未消除切削应力
0.12%	3-0A	1.26	1.60
0.09%	4-0A	1.26	1.60
0.04%	0051	1.30	1.48

从上述数据分析，铸件采用：铸造毛坯 $\rightarrow 1100^\circ\text{C}$ 退火 \rightarrow 粗加工 $\rightarrow 650^\circ\text{C}$ 消除应力退火 \rightarrow 精加工。这样的热处理工艺流程是较为合理的。

由于铸造所需设备简单、工序少，产品灵活，成本低。我们制造的一块重 5.5 吨的模拟弯转磁铁，几年来，工作正常，稳定度高——八小时运行最大变化小于 1.5×10^{-4} ，可作为标准铁使用，常用来校正测量元件。

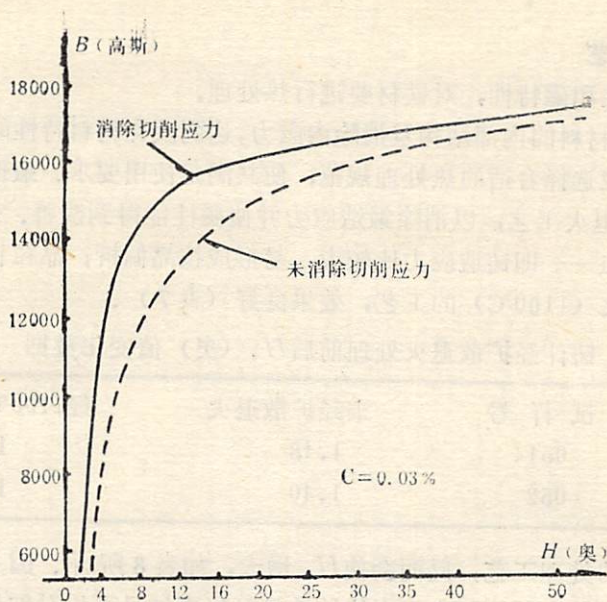


图 5

在整个制造过程中,得到了合钢机修厂、上海钢研所、科技大学机械厂及九系的大力协助,在此表示感谢!

参 考 文 献

- [1] А. В. 札依莫夫斯基, М. Л. 别尔思什杰因, 特殊钢 (第一分册), 中国工业出版社, 1965.
- [2] “金属学”编写组编, 金属学, 上海人民出版社, 1977.
- [3] “铸钢手册”编写组编, 铸钢手册, 机械工业出版社, 1977.
- [4] 机械工程手册, 电机工程手册, 编辑委员会编, 机械工程手册, 电机工程手册, 机械工业出版社, 1978.
- [5] Б. Г. Лившиц, Физические свойства сплавов металлов и сплавов, МАШГИИ, 1956, Москва.

Development of Cast form of Bending Magnet for a Storage Ring

Zhang Goudong Zhang Wu

(Hefei Synchrotron Radiation Laboratory)

Abstract

The paper deals with casting block magnet technology which leads to simple process and considerable improvements of magnet properties comparing with forging technology.

Detail techniques of casting, heat-treatment and effects of cold working on magnet properties are related briefly as well.

Key words: storage ring, bending magnet, techniques of casting.

$\text{Bi}_2\text{O}_3\text{—Na}_2\text{WO}_4$ 体系氧离子导体

林枫凉

惠腾恩

(近代化学系)

1 引言

近十多年来,科学工作者对 Bi_2O_3 基固体电解质的组成、温度与电导率的关系进行了大量研究。高桥武彦等人在 Bi_2O_3 中掺入各种金属氧化物进行探索,发现了一系列性质优良的氧离子导体。例如: $(\text{Bi}_2\text{O}_3)_{0.75}(\text{Y}_2\text{O}_3)_{0.25}$ 、 $(\text{Bi}_2\text{O}_3)_{0.75}(\text{WO}_3)_{0.25}$ 等,在923K时,前者氧离子电导率($\sigma_{\text{O}^{2-}}$)为 $1.1 \times 10^{-2} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$,后者 $\sigma_{\text{O}^{2-}}$ 为 $4.1 \times 10^{-2} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ 。作者试图在 $\text{Bi}_2\text{O}_3\text{—WO}_3$ 体系中加入第三相,以提高其电导率,研究了 $\text{Bi}_2\text{O}_3\text{—Na}_2\text{WO}_4$ 体系发现组成为 $(\text{Bi}_2\text{O}_3)_{0.8}(\text{Na}_2\text{WO}_4)_{0.2}$ 的烧结样品,其氧离子电导率在823K时为 2.08×10^{-2} ,在873K时达 $1.52 \times 10^{-2} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ 。

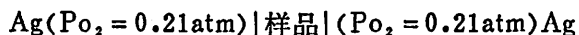
2. 实验

2.1 样品的制备

将 Bi_2O_3 (AR) 进行反复重结晶提纯,烘干后与分析纯 $\text{Na}_2\text{WO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ 按不同摩尔数的配比混合,在玛瑙研钵中充分研细混匀、压片、烧结,在电阻炉内973K保温15小时,然后进行第二次粉碎研磨,在4T/cm²压力下压成两端带有银粉薄层,直径为10mm,高6~7mm的圆柱体。将此样品在空气气氛中,973K恒温27小时,自然冷却至室温,两端磨平,清洗干净,干燥后,即成为待测样品。

2.2 电导率测定

把上述样品用装有弹簧的两块厚银片夹紧,并装在开窗口的云母垫衬的钢管中,将它插入管状电炉内,用国产CD6型交流导纳电桥,电桥的信号源为XD7低频信号发生器,电桥的平衡指示器用UD9型选频电平表,组成了测试系统。以10kHz频率在空气气氛中,分别测量不同组分样品,在不同温度下的电导率结果见表1。电池组成为:



2.3 电动势的测量

将纯样品(无银薄层的)烧结后的圆柱体,两端面磨平,用醇类有机试剂调成糊状的氟铂酸,均匀地涂于平面上。经高温加热分解,端面上则出现金属光泽,降温后,测任意两点间的电阻应小于1Ω,否则需要重复上述操作,直至达到要求为止。用弹簧装置把焊有铂丝的两铂片将样品夹紧,样品两边连接瓷管处分别以耐高温材料密封,瓷管两端各通以不同氧

分压的气体（空气、纯氧气）组成氧浓差电池。见图1。

($\text{Bi}_2\text{O}_3-\text{Na}_2\text{WO}_4$ 氧离子导体)

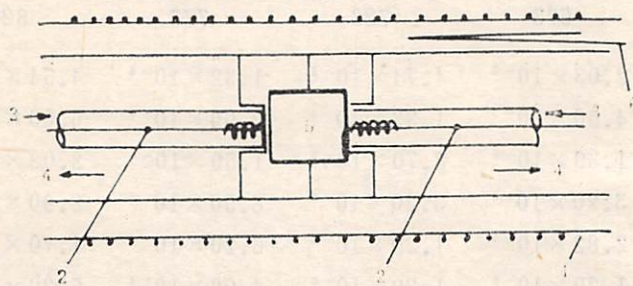


图1 电动势测试示意图

1. 电热丝; 2. 引线; 3. 气体进口; 4. 气体出口;
5. 样品 (两端紧靠铂电极); 6. 热电偶。

电池: $\text{Pt}(\text{P}_{\text{O}_2} = 0.21\text{atm}) | \text{样品} | (\text{P}'_{\text{O}_2} = 1.00\text{atm}) \text{Pt}$

P_{O_2} —为空气中氧的分压

P'_{O_2} —为纯氧的压力

测量不同温度下电池电动势, 由电动势计算氧离子迁移数。

2.4 X—射线衍射

使用Geigerflex D/max—rA旋转阳极超强力x—射线衍射仪记录样品的谱图, 以Cu靶 $\text{K}\alpha$ 、40kV、50mA、 2θ 扫描范围为 $10-69^\circ$ 衍射, 获得样品的衍射曲线如图3所示。

2.5 红外光谱分射

采用日本岛津440型红外分光光度计, 以1:100比例的样品粉料和KBr压片, 测得红外光谱如图4。

2.6 差热分析

用国产CRY—1型差热分析仪, 以 $10^\circ\text{C}/\text{min}$ 的升温速度, $\pm 100(\mu\text{V})$ 量程分析结果如图5所示。

3 结果与讨论

3.1 离子电导率与组成、温度的关系

经过第一次烧结的样品再在973K恒温27小时, 自然冷却后, 在不同温度下, 在空气中对各样品分别测定其氧离子电导率, 结果如表1所示。

表1 $\text{Bi}_2\text{O}_3-\text{Na}_2\text{WO}_4$ 氧离子电导率 $\sigma(\Omega^{-1}\text{cm}^{-1})$

$\text{Na}_2\text{WO}_4(x)$	$T(\text{K})$				
	673	723	773	823	873
0.100	1.44×10^{-4}	2.70×10^{-4}	4.77×10^{-4}	9.22×10^{-4}	1.79×10^{-3}
0.125	1.28×10^{-4}	2.64×10^{-4}	5.35×10^{-4}	9.90×10^{-4}	2.10×10^{-3}

表 1 (续)

Na ₂ WO ₄ (x)	T(K)				
	673	723	773	823	873
0.150	2.03 × 10 ⁻⁵	4.74 × 10 ⁻⁵	1.32 × 10 ⁻⁴	4.54 × 10 ⁻⁴	1.35 × 10 ⁻³
0.175	4.90 × 10 ⁻⁵	1.33 × 10 ⁻⁴	2.99 × 10 ⁻⁴	6.00 × 10 ⁻⁴	2.56 × 10 ⁻³
0.200	1.39 × 10 ⁻⁶	8.70 × 10 ⁻⁵	1.50 × 10 ⁻⁴	2.08 × 10 ⁻³	1.52 × 10 ⁻²
0.225	3.20 × 10 ⁻⁶	3.20 × 10 ⁻⁶	8.50 × 10 ⁻⁵	2.90 × 10 ⁻⁴	2.96 × 10 ⁻³
0.250	2.82 × 10 ⁻⁵	1.29 × 10 ⁻⁵	6.20 × 10 ⁻⁵	1.70 × 10 ⁻⁴	3.60 × 10 ⁻³
0.275	1.20 × 10 ⁻⁶	1.20 × 10 ⁻⁶	4.00 × 10 ⁻⁴	5.20 × 10 ⁻⁴	1.29 × 10 ⁻²
0.300	1.60 × 10 ⁻⁵	4.90 × 10 ⁻⁵	7.90 × 10 ⁻⁵	1.50 × 10 ⁻³	1.20 × 10 ⁻²
0.325	2.00 × 10 ⁻⁷	4.00 × 10 ⁻⁶	2.10 × 10 ⁻⁴	1.30 × 10 ⁻³	1.72 × 10 ⁻²

由表 1 中可看到组成为 (Bi₂O₃)_{0.80}(Na₂WO₄)_{0.20} 的体系, 其氧离子电导率较好, 随着温度的上升, 其电导率有规律地增高, 如图 2 所示。在 873K 时 $\sigma_{O^{2-}} = 1.52 \times 10^{-2} \Omega \text{cm}^{-1}$ 。

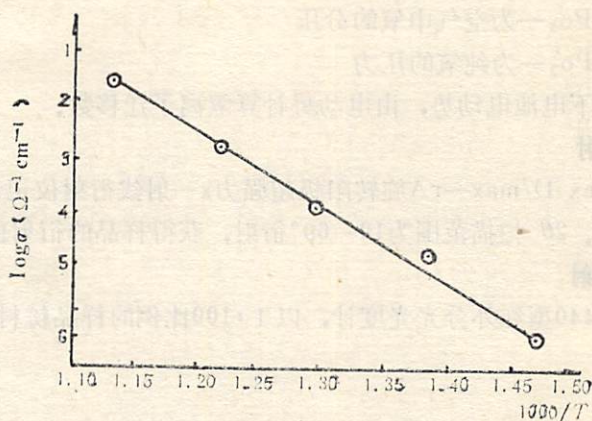


图 2 温度与电导率关系

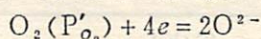
其电导率与温度关系式及电导激活能如下:

$$\lg \bar{\kappa} = \bar{K} - \frac{5926}{T} \quad E_a = 113.5 \text{ kJ/mol}$$

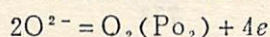
3.2 由电动势求离子迁移数

首先将 (Bi₂O₃)_{0.80}(Na₂WO₄)_{0.20} 材料作为固体电解质组成氧浓差电池, 测其电动势。
 电池: Pt(P_{O₂} = 0.21(atm) | 样品 | (P_{O₂}' = 1.00atm)Pt

正极 (高氧分压端) 反应:



负极 (低氧分压端) 反应:



电池反应: $\text{O}_2(\text{P}'_{\text{O}_2}) = \text{O}_2(\text{P}_{\text{O}_2})$

(1)

相当于氧从高氧分压端向低氧分压端迁移, 反应自由能变化为:

$$\Delta G = \Delta G^\circ + RT \ln P_{O_2} - G^\circ - RT \ln P'_{O_2}$$

$$\Delta G = -RT \ln \frac{P'_{O_2}}{P_{O_2}}$$

$$\Delta G = -4FE_0$$

$$E_0 = \frac{RT}{4F} \ln \frac{P'_{O_2}}{P_{O_2}} \quad (2)$$

式(2)适用于完全是离子导电的情况,若固体电解质中同时存在自由电子导电和电子空穴导电,则这时固体电解质的总电导率($\sigma_{总}$)为离子电导率(σ_i)、自由电子电导率($\sigma_{e'}$)和电子空穴电导率(σ_{e^0})三者之和:

$$\sigma_{总} = \sigma_i + \sigma_{e'} + \sigma_{e^0}$$

$$\text{而离子迁移数 } t_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_{总}} = \frac{E}{E_0}$$

由实验测得 E 并计算 $t_i \approx 1$

表明 $(Bi_2O_3)_{0.80}(Na_2WO_4)_{0.20}$ 为离子导体。

3.3 $(Bi_2O_3)_{0.80}(Na_2WO_4)_{0.20}$ 的X射线谱图

把经过高温烧结的纯 Bi_2O_3 、纯 Na_2WO_4 、 Bi_2O_3 和 Na_2WO_4 以 4:1 机械混合物及 $(Bi_2O_3)_{0.80}(Na_2WO_4)_{0.20}$ 固溶体分别进行 x 射线衍射,结果如图 3 所示。比较此四种谱图,可看出它们各有本身的特征谱线,表明 $(Bi_2O_3)_{0.80}(Na_2WO_4)_{0.20}$ 组分经高温烧结后形成了新相,它具有氧离子导体的特性。

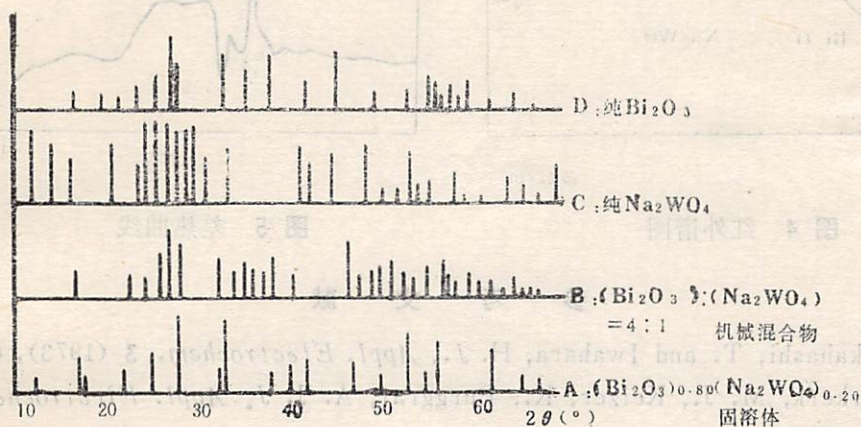


图 3 X—射线衍射谱图

3.4 $(Bi_2O_3)_{0.80}(Na_2WO_4)_{0.20}$ 的红外谱图

图 4 为 Bi_2O_3 、 Na_2WO_4 及其固溶体的红外光谱分析的结果。从图可见谱线 A 与原材料的谱图有许多差异,材料中原有的部分吸收峰消失了,而其中波数为 $800-900\text{cm}^{-1}$ 之间吸收峰仍与谱线 B 差别不大。若以谱线 A 与机械混合物谱图相比较还是有它独特之处。

3.5 $(Bi_2O_3)_{0.80}(Na_2WO_4)_{0.20}$ 的差热分析

从差热曲线(图 5)看,在 $690-710^\circ\text{C}$ 、 $720-750^\circ\text{C}$ 有两个峰,而纯原料样品则未见此种峰。

3.6 Bi_2O_3 在常温下为单斜晶系

此晶系为电子导体, 当加热到 730°C 左右, 转变为面心立方相, 是萤石型结构, 此时有 $1/4$ 的氧点阵位置是空的, 温度愈高, 空位浓度增大, 这就是 Bi_2O_3 在高温区具有高的离子电导率(σ_i 约达 $1\ \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$)的原因。当在 Bi_2O_3 中掺入其他金属氧化物, 可使 $\text{fc}\cdot\text{e}$ 相在较低温度范围也能稳定存在。实验表明掺加 Na_2WO_4 也有类似于上述氧化物的作用。

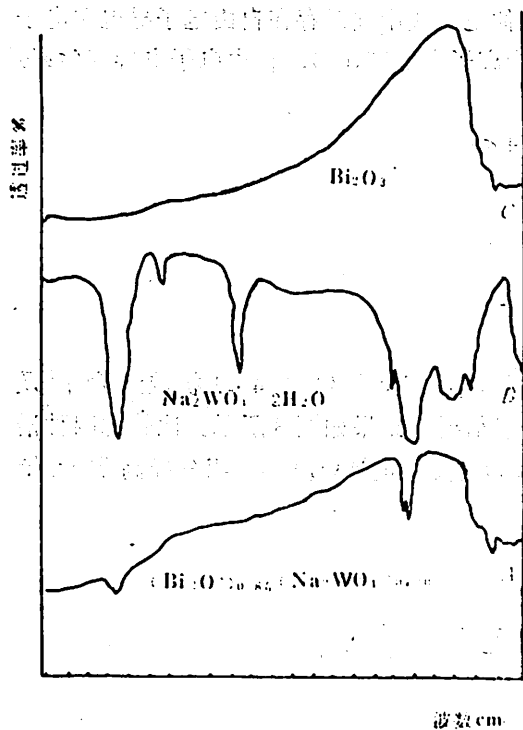


图 4 红外谱图

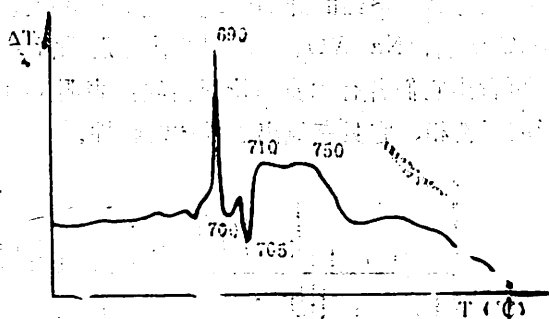


图 5 差热曲线

参 考 文 献

- [1] Takahashi, T. and Iwahara, H. J., *Appl. Electrochem.*, 3 (1973), 65.
- [2] Verkerk, M. J., Keizer, K., Burggraf, A. J.-J. *Appl. Electrochem.*, 10 (1980), 81.
- [3] 王常珍, 徐秀光, 物理学报, 33 (1984), No. 2: 221.

Oxygen-ion Conductor of the $\text{Bi}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{WO}_4$ System

Lin Fengliang Hui Tengen

(Department of Modern Chemistry)

嘉山凹凸棒矿土及其棒石含量的定量分析

惠腾恩 王亚军*

(近代化学系)

引言

凹凸棒石又称为坡缕石,是一种稀少的矿土。它的棒粒细微、均匀、无嗅无味、无毒、比表面大、吸附性能好、不导电、不被电解质絮凝,在水中不溶不胀,具有高度热稳定性和高度化学惰性等特点,用途广泛。可作填料、涂料、吸附剂、催化剂、增稠剂等,在地质勘探中可用来制做优质钻井泥浆。据文献报道^[1],美产凹凸棒土,分为两大类型,100多种品级,并开发出了近千种用途。

我国的凹凸棒土储量比较丰富,江苏、安徽、山东、辽宁等省皆有。已发现的棒土矿中,以安徽嘉山县的棒矿品质最佳,产量以江苏盱眙居首位,已作了许多开发应用研究。棒土的优劣,视棒石含量多少及棒石成分而定。如何定量分析棒土中棒石的含量,是评价和利用棒土的关键问题之一。

本文报道了对嘉山县官山38号棒土矿初步研究情况。

1 棒石的外观及差热分析

1.1 优质棒土矿中含有70—80%的棒石,10—15%的蒙脱石,海泡石等粘土,4—6%的石英,1—5%的方解石或白云石。凹凸棒石的分子式可写为 $(OH)_x(OH)_yMg_z-Si_nO_{2n} \cdot 4H_2O$ ^[2]。典型棒石外观为针棒状,长约 $1\mu m$,直径约 $0.01\mu m$,与棒平行的沟槽宽约 $5 \times 10^{-4}\mu m$ ^[4]。产地不同,棒长及直径略有变化。安徽嘉山县官山38号矿土中所含棒石,电子显微镜照片如图1所示。由照片可以看出,38号矿中棒石修长,大于 $1\mu m$,棒径约 $0.01\mu m$,形态均匀,表明其品位较好。

1.2 差热分析

用CDR—1型差动热分析仪,以 $c-Al_2O_3$ 为参比物,±50 μV ,升温速度 $10^\circ C/min$,走纸速度为 $5mm/min$ 。所得结构如图2所示。由图2知,38号矿土有三个失水峰,其温度依次为:50—95 $^\circ C$,95—170 $^\circ C$,210—340 $^\circ C$,与文献[1]给出的值不同,三个峰皆向低

1986年8月11日收到。

* 85届毕业生。

温区移动了。而从整个差热分析曲线看，在 550°C 以前一直在失水。此差异可能是所用矿样

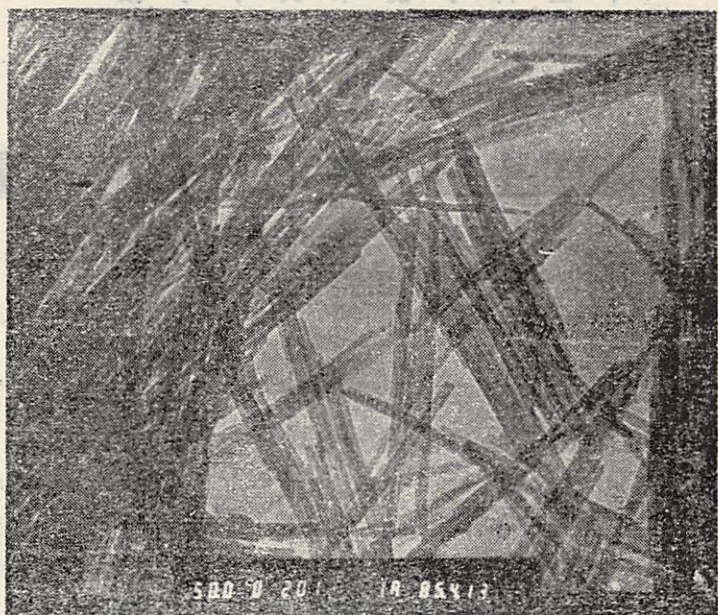


图 1

中含有能失水的杂质所致。

2 矿土中棒石含量分析

2.1 分析公式

从实验中发现，加工后的官山 38 号矿土只含有石英杂质，据此推导出一个 X 光衍射定量分析公式。

若由 a 、 s 相组成的固体中， a 、 s 相的重量百分数及衍射线强度分别为 W_a 、 W_s 、 I_a 及 I_s ，则有^[5]：

$$I_a/I_s = K_a^s \cdot W_a/W_s \quad (1)$$

K_a^s 是仅与 a 、 s 相物质及辐射条件有关的常数，当所辐射条件不变时， K_a^s 是表征 a 相和 s 相的特征常数。

用 m 毫克 38 号矿土中加入 n 毫克 SiO_2 制成待测样品，则有

$$W_a = mx_0/(m+n) \quad (2)$$

$$W_s = (m - mx_0 + n)/(m+n) \quad (3)$$

其中： x_0 为矿土中棒石重量百分数， m 为矿土量， n 为 SiO_2 量，上两式相比得

$$W_a/W_s = x_0 / \left[(1-x_0) + \frac{n}{m} \right] \quad (4)$$

代入 (1) 式有

$$I_a/I_s = \frac{1}{K_a^s x_0} \cdot \frac{n}{m} + \frac{(1-x_0)}{K_a^s x_0} \quad (5)$$

令

$$A_1 = \frac{1}{K_1^0 x_0}, \quad A_0 = \frac{(1-x_0)}{K_1^0 x_0}$$

则有

$$x_0 = 1 - A_0/A_1 \quad (6)$$

$$K_1^0 = 1/(A_1 - A_0) \quad (7)$$

不难看出, 用(5)式作 $I_1/I_0 - n/m$ 图应为一 直线, 其斜率 $A_1 = \frac{1}{K_1^0 x_0}$, 截距

$A_0 = (1-x_0)/K_1^0 x_0$, 有了 A_1 、 A_0 值后, 可由式(6)求得待测样品中棒石的重量百分数 x_0 , 由式(7)求得特征常数 K_1^0 。

2.2 实验

实验仪器 Rigaku 旋转阳极 X 射线衍射仪。

试剂 A、R 级石英粉 (99.8% 以上), A、R 无水乙醇, 用超声波分散法提纯的官山 3 号矿土^[6]。

实验条件 管压 40kV, 管流 50mA, Cu 靶 K_{α} , $\lambda = 1.5418 \text{ \AA}$ 。

试样制备取充分研磨过的 38 号矿提纯土 m 毫克, n 毫克研磨 4 小时的石英粉, 混合均匀后加入无水乙醇, 再充分研匀, 烘干后即可进行 X 光衍射分析。

分析结果如表 1 所示。其中取棒石 X 光衍射谱图中 $d = 10.5 \text{ \AA}$ 的衍射线强度为 I_1 , 石英的 $d = 3.34 \text{ \AA}$ 的衍射线强度为 I_0 。

表 1 X 射线衍射数据

实验编码	提纯土 m : SiO_2 : n (mg)		I_1	I_0	I_1/I_0	n/m
1	1000	: 0	273.3	1281.8	0.2132	0
2	950	: 50	593.4	934.26	0.6352	0.0526
3	900	: 100	1060.48	1059.8	1.0006	0.1111
4	800	: 200	2056.2	967	2.1264	0.2500
5	700	: 300	2472.3	880.5	2.8091	0.4286
6	500	: 500	4447.2	660.6	6.7325	1

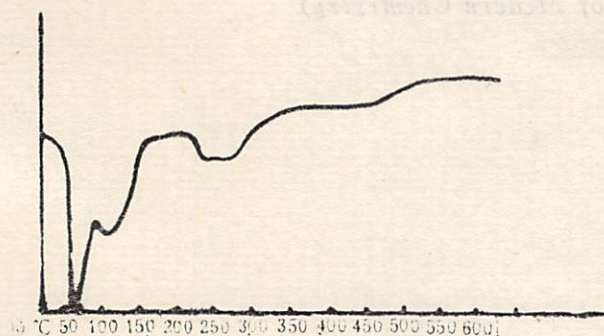


图 2 38 矿土差热分析曲线

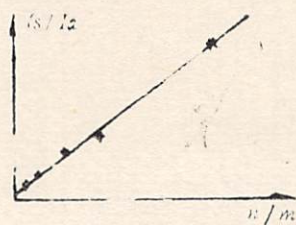


图 3 $I_1/I_0 - n/m$ 图

将实验结果输入 Apple-II 微机作 $I_1/I_0 - n/m$ 图, 得图 3, 为一 直线, 相关系数为

0.998, 直线方程为

$$\bar{I}_s/I_0 = 6.4148 \frac{n}{m} + 0.2831$$

$$A_0/A_1 = 0.044$$

$$x_0 = 1 - A_0/A_1 = 95.6\%$$

分析结果表明, 提纯土中仍含杂质石英。对于两相体系, 只要用上述公式求得特征常数后, 用一次实验数据即可由(5)式求得各组分的百分含量。

本文的电镜照片是我校中心实验室范成高老师拍摄的, X光衍射分析工作是由中心实验室王昌燧同志协助完成的, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Lynwood Haden, W. jr. and Albert Schwint I *Ind Eng. Chem.*, 59 (1967), 59.
- [2] Bradley, W. F., *Am. Mineralogist* 25 (1940), 405.
- [3] Preisinger, A., *Proceeding of the 10th National Conference on Clays and Clay Minerals* (Ed by E. Ingerson,) Pergamon Press, New York(1963), 365.
- [4] *Ibid*, 284.
- [5] 天津大学范雄主编, X射线金属学, 机械工业出版社, 1981.
- [6] 惠腾恩, 嘉山县凹凸棒矿土的分析与提纯, (待发表)

The Attapulgitie of Gia Shan and Its Contents Quality

Hui Tengen Wang Yajun

(Deptment of Mcdern Chemistry)

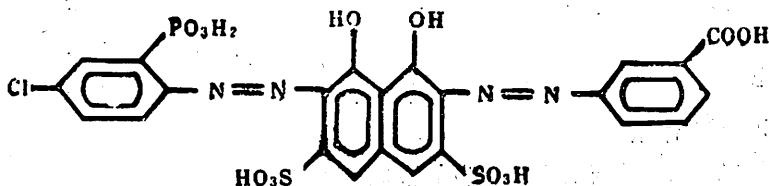
稀土元素与偶氮氯磷—mK 显色反应的研究

朱玉瑞 尹香莲 张国平 赵贵文

(应用化学系)

1 前言

偶氮氯磷—mK 是一种不对称变色酸双偶氮化合物, 学名为 2—(4—氯—2—磷酸苯偶氮)—7—(3—羧基苯偶氮)—1,8—二羟基萘—3,6—二磺酸, 结构式为:



可简写成 CPA—mK, 它是测定稀土元素含量的高灵敏度显色剂之一, 报道双偶氮类显色剂与稀土元素显色反应的文章较多^[1-5], 但偶氮氯磷—mK 与稀土元素显色反应的研究, 特别是 CTMAB—OP 混合表面活性剂对其显色反应的影响尚未见有报道。

本文探讨了在盐酸介质中乳化剂 OP 及 CTMAB—OP 混合表面活性剂对稀土元素与偶氮氯磷—mK 显色反应的影响。实验证明: 在 HCl—OP 体系中偶氮氯磷—mK 与稀土元素生成蓝紫色络合物, 最大吸收峰位于 650nm 处, 摩尔吸光系数为 $(8.0-10.8) \times 10^4 \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ 。铈、钇含量分别在 $0 \sim 16 \mu\text{g}/25\text{ml}$, $0 \sim 14 \mu\text{g}/25\text{ml}$, 包头混合稀土氧化物在 $0 \sim 16 \mu\text{g}/25\text{ml}$ 范围内遵守比耳定律。测得偶氮氯磷—mK 与铈的络合比为 1:4。在 HCl—CTMAB—OP 体系中, 重稀土吸光度显著下降, 轻稀土 (La—Gd) 的摩尔吸光系数为: $(8.5-10.6) \times 10^4 \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ 。混合稀土氧化物在 $0 \sim 12 \mu\text{g}/25\text{ml}$ 范围内符合比耳定律。该体系其选择性优于 HCl—OP 体系, 常见离子的允许量达毫克级, 其中 Ca^{2+} 、 Fe^{3+} 允许量分别达 1.5 和 2 毫克, 分别是 HCl—OP 体系允许量的 50 倍和 600 倍。

2

实验部分

2.1 仪器与试剂

1. SHIMADZU UV—240 自动记录分光光度计

2. 721 型分光光度计

3. 铈、钇标准溶液: 准确称取光谱纯 CeO_2 、 Y_2O_3 粉末 0.1228 克和 0.1270 克, 分别

置于 50 毫升小烧杯中,加入少量 1:1 盐酸和数滴过氧化氢加热,反复几次直至完全溶解并蒸至近干,用 1N 盐酸定量转入 100 毫升容量瓶中并稀释至刻度,配成 1.0mg/ml 的储备液,使用时,以水稀释为 10.0 μ g Ce、Y/ml 的操作液。

4. 包头混合稀土氧化物标准溶液:配制成 1.0mg/ml, 1N HCl 的贮存液和 10.0 μ g/ml, 0.01N HCl 操作液。

5. 偶氮氯膦—mK: 0.04% 及 2×10^{-4} M 水溶液 (天津化学试剂一厂出品)

6. 聚乙二醇辛基苯基醚 (乳化剂 OP): 10% 水溶液。(上海试剂一厂)

7. 溴代十六烷基三甲基铵 (CTMAB), 0.4% 水溶液。(广州化学试剂厂)

其余试剂均为分析纯按常规方法配制。

2.2 一般实验方法

1. 于 25ml 比色管中,加入 1N HCl 1.5ml, 稀土标准 10 微克, 10% OP 0.4ml, 0.04% CPA—mK 7ml, 以水稀释至刻度摇匀, 在 721 型光度计上用 1cm 比色皿分别在 669nm (铈), 659nm (钇) 处对试剂空白测定吸光度。

2. 于 25 毫升比色管中,加入 1N HCl 5ml, 铈标准 10 微克, 混合表面活性剂 3.5ml*, 0.04% CPA—mK 4ml, 以水稀释至刻度, 在 721 型光度计上用 1cm 比色皿在 669nm 处对试剂空白测定吸光度。

3 结果与讨论

3.1 HCl—OP 体系

3.1.1 CPA—mK 及与稀土络合物的吸收光谱

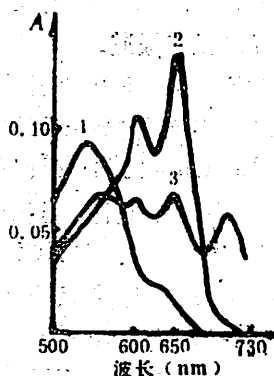


图 1 CPA—mK 及络合物吸收曲线

1. 1×10^{-7} M CPA—mK 对水
2. 2×10^{-6} M 铈 + 1×10^{-7} M CPA—mK 对水
3. 2×10^{-6} M 钇 + 1×10^{-7} M CPA—mK 对水

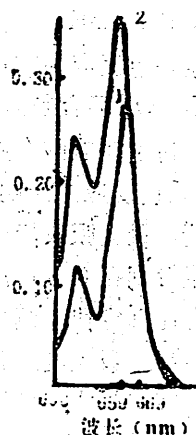


图 2 络合物吸收曲线

1. 铈络合物对试剂空白
2. 钇络合物对试剂空白

在 HCl—OP 介质中 CPA—mK 最大吸收峰位于 545nm 处, 纯络合物最大吸收位于

* 混合表面活性剂即 OP-CTMAB 混合液: 2.5 体积 10% OP 与 1 体积 0.4% CTMAB 混合均匀。

650nm处, 结果见图1. 随着CPA—mK比例的增加, 络合物吸收峰渐渐红移, 这可能是由于络合物的组成比的变化而引起的. 当显色剂过量后, 以试剂空白为参比的谱图上, 铈络合物最大吸收峰移至669nm处, 而钇络合物最大吸收峰则移至659nm处, 比络合物分别红移19nm和9nm, 结果见图2. CPA—mK与各稀土元素显色反应的情况见表1. CPA—mK与其它几种双偶氮类显色剂相比较的结果见表2.

表1 各稀土元素络合物的摩尔吸光系数

稀土元素	La	Ce	Pr	Nd	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	Y
摩尔吸光系数 $\epsilon \times 10^{-4}$ $l \cdot mol^{-1} \cdot cm^{-1}$	10.1	9.8	9.6	8.7	10.4	10.2	10.5	9.7	10.8	8.7	8.4	9.2	8.0	8.4	8.1

表2 几种显色剂摩尔吸光系数的比较*

试剂名称	偶氮 氮 磷—mK	偶氮 氮 磷—mA	偶氮 肼Ⅲ	偶氮 氮 磷Ⅲ	三溴 偶 氮肼	三氯 偶 氮肼	对碘 偶氮 氮磷	磺胺 偶氮 氮磷
$\epsilon_{\lambda_{max}} \times 10^{-4}$ $l \cdot mol^{-1} \cdot cm^{-1}$	8.0~	8.0~	4.5~	3.6~	7.5~	9.4~	9.7~	8.1~
	10.8	10.0	7.1	5.9	11.2	13.3	10.8	10.3

3.1.2 酸度及显色剂用量的影响

实验表明1N HCl的用量为0.5—2.5ml. 时络合物吸光度达最大且恒定, 故实验中选用1.5ml. 络合物吸光度随着显色剂用量的增加而增大, 用量达2.5ml时, 铈络合物吸光度达最大, 而钇络合物吸光度达最大则需6ml, 所以实验中选用7ml.

3.1.3 乳化剂OP用量的影响

实验表明乳化剂OP用量0.2~0.6ml络合物吸光度达最大且恒定, 实验中选用10%OP 0.4ml.

3.1.4 温度影响及络合物稳定性

实验中发现温度在5~40℃范围内对显色反应无影响. CPA—mK与稀土元素显色反应瞬间完成, 吸光度迅速达到最大值, 24小时内吸光度稳定不变.

3.1.5 络合物组成比

用等摩尔连续变化法及斜率比法测得在该实验条件下, 铈与CPA—mK生成1:4络合物.

3.1.6 比耳定律

按一般实验方法, 结果表明: 铈, 包头混合稀土氧化物在0~16 μ g/25ml, 钇在0~14 μ g/25ml范围内服从比耳定律.

3.1.7 共存离子试验

对35种共存离子分别进行了试验, 结果表明下列大量离子(单位毫克)K⁺10, Na⁺20,

* 几种显色剂引自文献[1—5].

NH_4^+ 10, Mg^{2+} 2, Cd^{2+} 1, Hg^{2+} , Zn^{2+} 0.8, Cr^{3+} 1, As^{3+} 1, SiO_2 1, F^- 1; Cl^- 10, NO_3^- 1, SO_4^{2-} 5, $\text{B}_4\text{O}_7^{2-}$ 10, PO_4^{3-} 10, EDTA20, 下列微量离子(单位微克) Ca^{2+} 30, Sr^{2+} 100, Ba^{2+} 50, Co^{2+} 200, Ni^{2+} 50, Mn^{2+} 100, Cu^{2+} 100, Pb^{2+} 100, Al^{3+} 10, Nb^{5+} 10, Cr^{6+} 10, Mo^{6+} 10 不干扰 10 微克铈的测定。下列离子(单位微克) 严重干扰, 对 10 微克铈而言仅允许 Fe^{3+} 3, Fe^{2+} 3, Bi^{3+} 3, Sn^{4+} 3, Ti^{4+} 2, Zr^{4+} 2。

3.2 HCl—OP—CTMAB体系

3.2.1 稀土元素的显色反应

在此体系中重稀土络合物吸光度显著下降结果见表 3

表 3 稀土元素络合物摩尔吸光系数

稀土元素	La	Ce	Pr	Nd	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	Y
摩尔吸光系数 $\epsilon \times 10^{-4}$ $1 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$	10.6	10.4	9.7	9.4	10.2	9.0	8.5	5.2	3.3	2.6	2.2	2.0	1.8	1.3	1.7

3.2.2 酸度及显色剂用量的影响

实验结果表明: 1N HCl 用量在相当大的范围内铈络合物吸光度不变, 实验中选用 1N HCl 5ml, 显色剂用量达 3.5ml 时铈络合物吸光度达最大且恒定, 实验中选用 4ml。

3.2.3 CTMAB 用量的影响

按一般实验方法, 固定 OP 用量为 2.5ml 改变 CTMAB 用量, 实验表明: CTMAB 用量在 0 ~ 2 ml 范围内吸光度基本不变, 实验中选用 1 ml。

3.2.4 OP 用量的影响

按一般实验方法, 固定 CTMAB 为 1 ml, 改变 OP 用量, 结果表明: 在 1—5 ml 范围内吸光度基本不变, 实试中选用 2.5ml。

3.2.5 焦磷酸钠用量的影响

为了进一步掩蔽重稀土元素, 加入焦磷酸钠溶液, 实验表明, 加入 5% $\text{Na}_2\text{P}_2\text{O}_7$ 溶液 1ml 时, 铈络物吸光度基本不变, 而铈的吸光度则从 0.12 降至为 0.03, 可见采用焦磷酸钠能达到进一步掩蔽重稀土元素的目的。

3.2.6 比耳定律

包头混合稀土氧化物 0 ~ 12 $\mu\text{g}/25\text{ml}$ 范围遵守比耳定律。

3.2.7 共存离子影响

实验表明该体系的选择性优于 HCl—OP 体系, 下列大量离子(单位毫克): Ca^{2+} 1.5, Fe^{2+} 2, Ba^{2+} 1, Ni^{2+} 2, Cu^{2+} 2, Pb^{2+} 2, Co^{2+} 2, Mn^{2+} 0.2, Fe^{3+} 2, Ti^{4+} 0.5, Sn^{4+} 1 不干扰 10 微克铈的测定。

考 参 文 献

- [1] 武汉大学编, 稀土元素分析化学, 科学出版社, 1981.
- [2] 陈丹华等, 高等学校化学学报, 6 (1985), 397.
- [3] 吴斌才, 曾胜卓, 黄留庆等, 中国稀土学会第三次全国稀土分析论文报告会摘要汇编, A18, A24, A77. 1982.
- 4 吴纓、戴豪謙、黎心懿、李红等, 中国稀土学会第四次全国分析讨论会论文摘要汇编分光光度部分 1—11, 1—23, 1—29, 1—33, 1—42, 1984.
- 5] 过乃蓉等, 理化检验 (化学分册), 20 (1984), No.1, 4.

A Study on the Colour Reactions of Rare Earths Elements with Chlorophosphonazo—mk

Zhu Yurui Yin Xianglian Zhang Guoping Zhao Guiwen

(Department of Applied Chemistry)

γ射线康普顿轮廓分析装置的建立 和电子动量分布的初步测量

卞祖和 吴铁军 唐孝威 杨保忠

(近代物理系)

在γ射线非相干散射中,由于散射体原子中电子的运动,散线光子的能量将产生多普勒展宽。这种展宽的谱线轮廓,即康普顿轮廓(Compton Profile),包含了散射体原子中电子动量分布的信息^[1]。

假设 \mathbf{k}_1 和 \mathbf{k}_2 分别为入射光子和散射光子的波矢, $E_{\gamma 1}$ 和 $E_{\gamma 2}$ 分别为入射光子和散射光子的能量, \mathbf{p} 为散射电子在碰撞前的动量,并且取散射矢量 $\mathbf{k} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ 的方向为 z 轴方向,则根据能量守恒定律(假设电子碰撞前后所处的势能相同),可得

$$E_{\gamma 1} - E_{\gamma 2} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar k}{m} p_z \quad (1)$$

其中, \hbar 为普朗克常数, m 为电子的静止质量, $k = |\mathbf{k}| = (k_1^2 + k_2^2 - 2k_1 k_2 \cos\theta)^{\frac{1}{2}}$, p_z 为 \mathbf{p} 在 \mathbf{k} 方向(即 Z 轴方向)的投影。

当 $k_1 \approx k_2$ 时, (1) 式可改写成

$$E_{\gamma 1} - E_{\gamma 2} = \Delta E_e + \frac{2E_{\gamma 1}}{mc} p_z \sin \frac{\theta}{2} \quad (2)$$

上式右边第一项 (ΔE_e) 是静止电子的康普顿能量转移,第二项与散射电子的动量在散射矢量上的投影 p_z 有关, θ 为散射角。把 (2) 式对 p_z 进行微分,则

$$dp_z = \frac{mcdE_\gamma}{2E_{\gamma 1} \sin \frac{\theta}{2}} \equiv dq \quad (3)$$

因为 E_γ 与 p_z 成线性关系,故在散射谱图上可用一个新变量 q 来代替 E_γ 做横坐标。

假设 $\chi(\mathbf{p})$ 是基态电子的动量波函数,则电子动量分布为

$$d\omega = \chi^*(\mathbf{p})\chi(\mathbf{p})dp_x dp_y dp_z \quad (4)$$

将上式对 p_x, p_y 积分,可得

$$\frac{d\omega}{dq} \equiv J(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dp_x \int_{-\infty}^{\infty} dp_y \chi^*(\mathbf{p}) \chi(\mathbf{p}) \quad (5)$$

这就是实验测得的谱线轮廓 $\left(\frac{d\omega}{dq}\right)$ 与电子动量波函数之间的普遍关系式。因此，通过测量康普顿轮廓可以直接给出电子动量密度在散射矢量方向的投影。这是很少几种能够用来测量研究凝聚态电子结构的实验技术之一，同时由于坐标表象波函数与动量表象波函数对于研究分子中的电子状态是等价的，康普顿轮廓测量也是研究量子化学的一种直接实验方法。

我们在中国科技大学建立了一台 γ 射线康普顿轮廓分析装置，测量系统的方框图如图 1 所示。该装置采用 210mCi ^{241}Am 放射源作为入射 γ 光子源，用上海原子核研究所生产的灵敏体积为 $\phi 8 \times 4(\text{mm})$ HPGe 探测器探测散射 γ 光子。从 ^{241}Am 发出的 59.537keV 的 γ

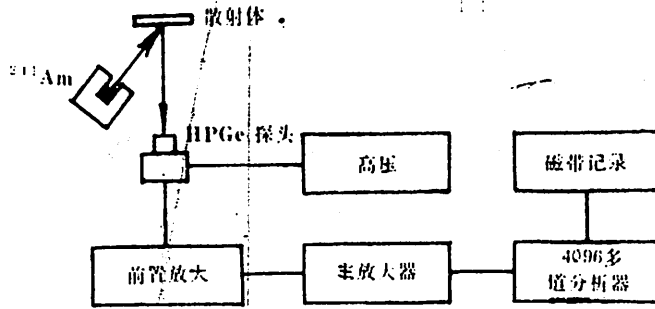


图 1 测量系统方框图

光子经过长约 60mm、直径为 10mm 的准直孔打在样品上。散射光子在 165° 角经过长约 110mm、直径为 6mm 的准直孔后，穿过厚为 $250\mu\text{m}$ 的 Be 窗进入 HPGe 探头。探测器的输出信号经放大后，用 CANBERRA S40 4096 道多道分析器记录。探测系统对 59.537keV 能量的 γ 射线的能量分辨率 $\text{FWHM} \sim 41\text{eV}$ ，道宽约为 59eV。

我们用上述测量装置，对国际上做为标准样品的水和 LiF 等样品进行了康普顿轮廓的初步测量与研究。由实验获取的原初数据，经过去本底以及对样品吸收、多次散射、探测效率、探测系统有限分辨率和散射截面随能量的变化等各项修正后，再经过坐标标度变换和归一

表 1 水样品的测量结果 $J_B(q)$ 和典型统计误差，并与国外发表的结果 $J_A(q)$ 比较

$q(\text{a.u.})$	$J_A(q)$	$J_B(q)$	$q(\text{a.u.})$	$J_A(q)$	$J_B(q)$
0.0	3.574	$3.574 \pm 0.53\%$	1.6	0.873	0.880
0.2	3.476	3.463	1.8	0.718	0.714
0.4	3.207	3.231	2.0	0.620	$0.616 \pm 1.30\%$
0.6	2.837	2.867	2.5	0.414	0.408
0.8	2.418	2.401	3.0	0.283	0.283
1.0	1.869	$1.884 \pm 0.70\%$	3.5	0.221	0.219
1.2	1.490	1.480	4.0	0.161	$0.161 \pm 2.40\%$
1.4	1.151	1.144			

化，即可得到如图 2 所示的康普顿轮廓图，对国际上作为标准样品的水，测量结果与国外发表的结果在 $\pm 1\%$ 内相符合，达到国际上相互校核的水平（详细数值对照见表 1），而对 LiF 的测量结果，在图 2 给出的动量范围内与国外的结果也是符合的，它们之间出现的细小差异，特别是峰顶部分的差异主要是由于样品厚度的不同，造成多次散射的影响不同所致。

以上对样品水和 LiF 电子动量分布的初步测量表明，我们已经建立的这套 γ 射线康普顿轮廓测量装置和分析方法是可靠的，它已能可靠地给出康普顿轮廓的实验数据，

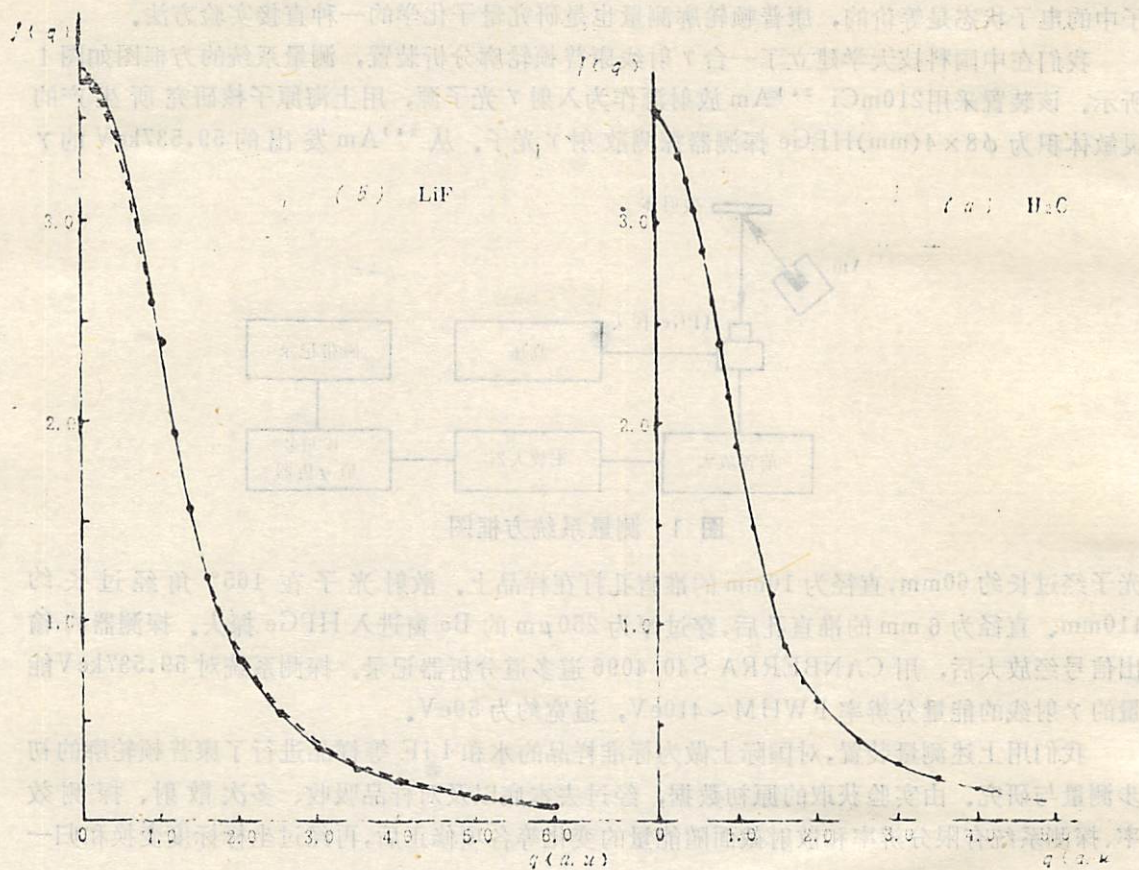


图 2 实验测量的水和 LiF 的康普顿轮廓

- a) H_2O : 本文的实验结果 (样品厚 10.0mm)
 —— 国外发表的实验结果 (样品厚 10.0mm)
- b) LiF: 本文的实验结果 (样品厚 3.1mm)
 —— 国外发表的实验结果 (样品厚 1.97mm)
 国外发表的实验结果 (样品厚 6.0mm)

本工作得到中国科技大学近代物理系粒子物理研究室许咨宗等同志的关心和帮助，北京高能物理所计安室殷志洁同志提供了反卷积程序，谨在此表示衷心感谢。

- [1] Williams, B. G., Compton Scattering, McGraw-Hill New York, 1977.
- [2] Williams, B. G., *Acta Cryst.*, A 32 (1976), 513.

An Analytic Set-up for γ -ray Compton Profile and the Primary Measurement of the Electron Momentum Distribution

Bian Zuhe, Wang Liejun, Tang Xiaowei, Yan Baozhong

Department of modern physics

1987

气球宇宙线核同位素观测实验*

周大庄

(地球与空间科学系)

1 引言

宇宙线天体物理研究来自宇宙深处的高能粒子, 初级宇宙线核成分观测是其中的一个重要课题. 初级核成分的观测之所以重要, 是因为宇宙线源通过核反应产生大量重核, 而在向外传播过程中要与星际物质碰撞产生各种轻核 (Li, Be, B 等), 测定地球附近的宇宙线核成分, 可以帮助人们弄清宇宙线在银河系中的传播机制, 弄清宇宙线源内部的核成分和产生机制. 芝加哥大学在这一研究领域目前处于领先地位, HEIDI (High Energy Isotope Detective Instrument) 是其中的高能核同位素探测实验. 作宇宙线核同位素准确测量, 需要复杂的观测仪器, 探测技术和数据系统, 起步较晚. 七十年代初期只有低能情形 (数百 MeV/核子) 少数几种元素的观测资料. 七十年代中期, 芝加哥大学获得较高能量 (\sim GeV/核子) 观测结果 (B \rightarrow Si). 八十年代初期, 为观测更高能量的低中电荷核同位素, 又研制了 HEIDI.

2 宇宙线核同位素丰度研究的意义

2.1 在天体上发生, 最终导致核心爆炸成为宇宙线源的物理过程包含各种复杂的核反应, 宇宙线是“核致产生”的, 相应的过程属于核物理而不是原子物理, 涉及的是同位素而不是元素, 因此同位素组成的研究才是问题的本质.

2.2 当宇宙线“注入”到银河系空间进行传播时, 重核将与银河系弥漫物质 (主要是氢) 发生核反应, 碎裂成轻核, 这一过程对不同的同位素有不同产物, 这又使同位素研究成为中心.

2.3 许多别的问题, 如研究宇宙线在银河系中的逗留时间, 需要测量的是放射性同位素 (如 ^{10}Be 等), 它们的半衰期可以标志逗留时间. 本问题的研究中心仍是同位素而不是元素.

因此, 宇宙线核同位素丰度的观测和研究具有重要的天体物理意义.

3 宇宙线核同位素测量原理

通过宇宙线的磁刚度和动量测量即可区分同位素.

带电粒子在磁场中运动的磁刚度定义为

1986年4月29日收到.

*作者于1983—1985年在美国芝加哥大学费米研究所工作期间参加了本文所述实验.

$$R = Br \quad (1)$$

其中 B 是磁感应强度, r 是运动轨道半径。

宇宙线核的磁刚度可以表示成

$$R = \frac{A}{Z} p \quad (2)$$

其中 A 是核的核子数, Z 是电荷 (以电子电荷为单位), p 是每个核子的动量。由于核子质量近似为单位标准质量, 因此 $p = \beta\gamma$, 其中 β 是核子速度 (以真空光速为单位), $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ 。

公式 (2) 是最重要的宇宙线核同位素测量公式, 它代表如下物理事实: 具有相同磁刚度的宇宙线核 (尽管它们的 A, Z, p 可能不同) 有相同的运动轨道, 即沿同一方向进入探测仪器。

从公式 (2) 可得分离核同位素的方法: 首先利用输出脉冲高度正比于 Z^2 这个事实, 对沿同一方向进入探测器的宇宙线核按 Z 的大小分类, 然后根据 p 的大小将核按 A 的大小分成小组 (R, Z 固定时, p 小的核 A 大, p 大的核 A 小), 就得到同位素谱。

动量测量可用切伦柯夫 (Cherenkov) 探测器完成, 其光输出近似为

$$L \propto Z^2 \left(1 - \frac{p_c^2}{p^2}\right) \quad (3)$$

式中 p_c 是探测器阈动量, 对折射系数为 n 的介质

$$p_c = 1/\sqrt{n^2 - 1} \quad (4)$$

故做高能测量时, 探测器介质应为液体或气体。

4 HEIDI 简介

HEIDI 是目前性能最好的宇宙线核同位素观测气球仪器, 可以准确测量 He—Si 的高能核同位素。除了这一直观观测结果人们还可通过, Li, Be, B 与 C 和 O 的比例去研究宇宙线核与星际物质碰撞碎裂的机制以及在银河系中的运动路径长度, 并可通过放射性同位素和稳定同位素的数量比 (如 $^{10}\text{Be}/^9\text{Be}$) 计算同位素的银河系逗留时间和运动路径长度。

HEIDI 的各探测器组成情况见图 1。HEIDI 由塑料闪烁探测器 T_1, T_2 , 切伦柯夫探测器 C_1, C_2 和 4 个多丝正比室 MWPC 联合组成, 它们的构造与性能综述如下。

4.1 T_1, T_2 由质量厚度为 $1\text{g}/\text{cm}^2$ 的 NE110 塑料闪烁体组成。NE110 装在内表面涂有白漆的盒子里, 盒子周围装有 14 个口径为 5 英寸的光电倍增管 RCA-4525 和 2 个专门用于飞行时间测量的光电倍增管 RCA-4522。光电管共分为 4 组, 故每个闪烁探测器可同时提供 4 组独立输出信号, 由它们的相符程度来挑选粒子事件和确定粒子电荷。

4.2 C_1, C_2 由总质量厚度为 $4.6\text{g}/\text{cm}^2$ 的高压乙烯组成, 乙烯折射率约为 1.021。乙烯的优点是不产生闪烁光且在高空低温下不凝固。24 个光电倍增管通过 3.2 cm 厚的石英窗口观测切伦柯夫光。石英窗口与光电管阴极之间以硅油耦合。每个探测器的输出信号也是 4 组, 可通过它们的相符程度选取粒子事件, 排除本底并通过总输出决定粒子电荷、速度、动量及能量。

4.3 MWPC 每个室有 108 根丝, 组成阳极丝平面, 上下两个阴极面为镀铝薄膜, 腐蚀成

彼此垂直的细条，故一个多丝室即可同时提供入射粒子的坐标。多丝室工作气体是 Ar (80%) + CO₂ (20%)。多丝室有以下功能：

a. 减少本底计数，消除不能同时触发 4 个室的以及非直线径迹粒子事件。

b. 测量仪器轴向与入射粒子方向间的夹角，用以修正 T_1, T_2 的脉冲高度，提高电荷分辨能力。

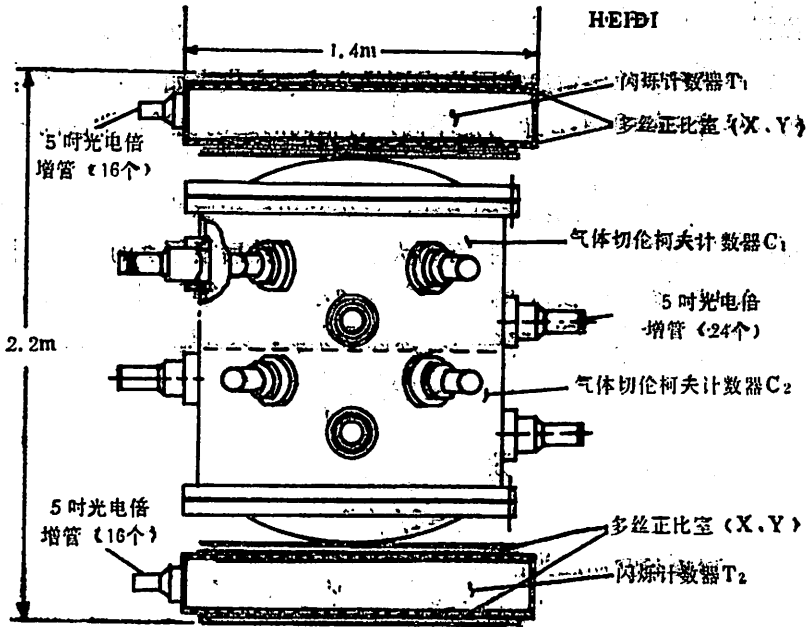


图 1 宇宙线核同位素探测仪 HEIDI 示意图

5 HEIDI 的夏威夷实验与部分天体物理结果

按 Störmer 理论，若把地磁场看成是磁偶极场，则地磁纬度 θ 处，能垂直进入的粒子所具有的阈刚度值为

$$R_c = 14.9 \cos^4 \theta \text{ (GV)} \quad (5)$$

因此作高能粒子测量应选择低磁纬基地，利用地磁场把低能粒子过滤掉，故位于美国最西南的夏威夷是一个理想基地。

对夏威夷的考爱岛，根据精确的地磁理论可得 $R_c = 12.8 \text{ GV}$ 。下面以宇宙线核同位素为例说明怎样利用地磁场巧妙地实现宇宙线核同位素分离。根据公式 (2)，对 ${}^4\text{He}$ ，相应于 12.8 GV 的阈动能是 5.5 GeV/核子 ，对 ${}^3\text{He}$ ，相应的阈动能是 7.6 GeV/核子 。切伦柯夫计数器阈动能 E_c 一般低于所测同位素阈动能，因此可按能量把氦的两种同位素分成三个区间。第一个区间动能是 $E_c - 5.5 \text{ GeV/核子}$ ，没有粒子记数；第二个区间动能是 $5.5 - 7.6 \text{ GeV/核子}$ ，只有 ${}^3\text{He}$ 粒子记数；第三个区间的动能高于 7.6 GeV/核子 ， ${}^3\text{He}$ 与 ${}^4\text{He}$ 同时并存，可通过 A 的狭小选步加以分辨。其它同位素的分辨与氦相似。

HEIDI 于 1981 年，1984 年数次顺利发射，获得许多重要天体物理结果，图 2 所示是宇宙线核同位素谱。

由图可知, HEIDI 以高精度测出了氦同位素, 把高能宇宙线核同位素观测研究推向了一个新阶段。

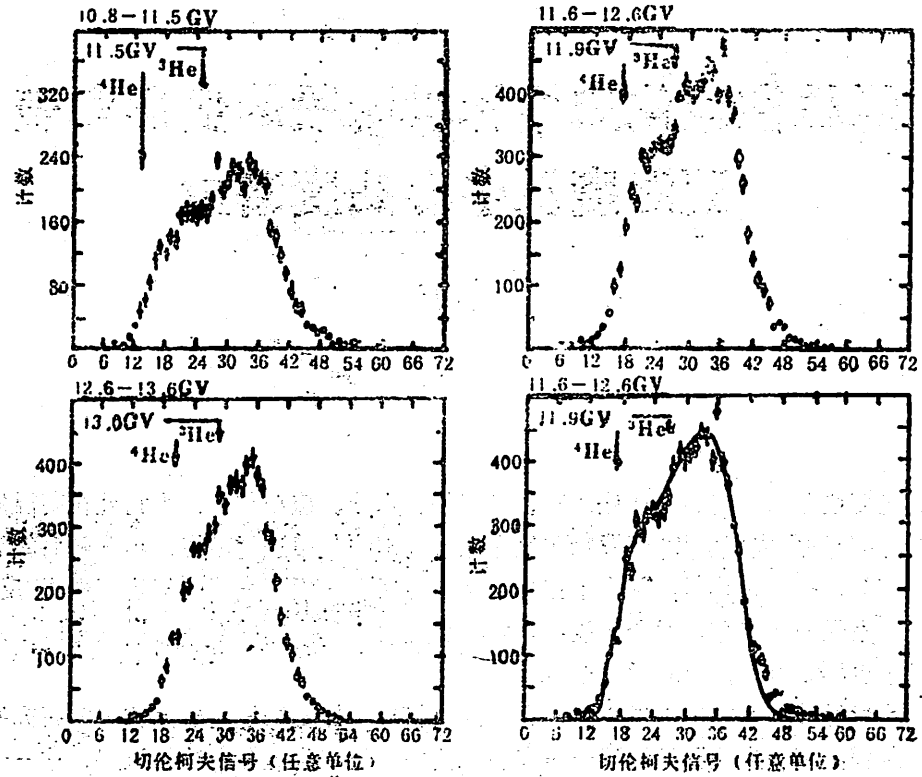


图 2 高能宇宙线氦同位素谱

Balloon-Borne Experiment for Cosmic-ray Isotopes

Zhou Dazhuang

(Department of Earth and Space Science)

煤粒在流化床中挥发阶段的变形和表面温度及中心温度测量

过明道

(工程热物理系)

1 前言

煤的主要成分为固定碳(或残碳)、挥发物、水分、硫和灰分。当它处在高温氧化环境中时,首先热分解生成挥发物,挥发物和氧在煤粒周围的气相进行燃烧;热分解后的剩余物为固定碳和灰分,是固相物质,基本上在挥发物燃烧后和周围环境中的氧进行燃烧反应。因此,一般说来煤的燃烧分成两个阶段:挥发物燃烧阶段和固定碳燃烧阶段(见图1),对挥发物含量极少的无烟煤,只有后一个阶段。

挥发物燃烧过程和固定碳燃烧过程有不同的机理。挥发物燃烧研究首先要研究的是挥发物的生成过程,即所谓热分解过程——在高温惰性介质中生成挥发物的过程。这一过程的研究有重要意义。首先热分解的产物即挥发物的主要成分为CO, CO₂, H₂O, H₂, CH₄以及多种碳氢化合物,大多数为可燃气体,他们燃烧释放的能量最高可达煤燃烧总释放能量的40%,弄清挥发物生成和燃烧规律,无疑有利于提高煤资源的利用率。同时,热分解过程的研究会促进煤气化过程认识的深化和对煤气化技术的改进。第三,燃煤产生的污染物——氮和硫的氧化物也主要在这一过程中形成。对热分解过程的研究还会对如何减少污染物的排放有实际意义。

先前的研究工作者已对直径小于200微米煤粒的挥发物释放规律做了大量的工作。这些

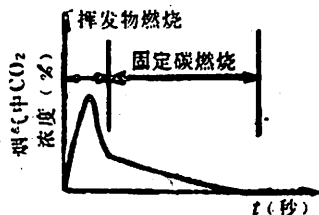


图1 煤粒燃烧的二个阶段

表 1

热解温度	热解产物的质量百分数
800K	38.3%
1390K	48%
1720K	60%
2170K	71%

颗粒的热解应属于快速热解,即对煤粒的加热速率大于10⁴Kcal/s,一般认为热解温度升高挥发物的生成量也升高(表1)。但在流化床燃烧室(即沸腾炉)中煤粒的大小在3~8毫米,

甚至为了减小碎煤装置的投资和电耗有燃烧更大煤粒的趋势，这种煤粒应属于慢速热解，其挥发物生成和释放规律应有不同，但研究甚少。本文报导了对煤粒热分解过程具有重大影响的二个因素——变形和温度变化的实验结果。

2 实验设备和方法

实验系统图如图 2 所示。流化床是一个由外部电加热，以 N_2 为流化介质的砂粒床，床温 T ，由外部电加热器保持在 1073K，室温为 293K，流化介质的速度 U 与初始流态化速度之比为 4.5。实验所用的煤为烟煤。其工业分析结果如表 2。实验所用的煤粒尺寸在 5~25 毫米之内。测温用 0.3 毫米镍铬—镍硅热电偶，测量表面温度的热电偶热接点嵌在所开的煤粒表面细槽内，然后用高温水泥固定。中心温度热电偶贯穿通过煤粒中心的细孔 ($\phi 0.5\text{mm}$)，在确保热接点与煤粒中心的偏差 $< \pm 0.5$ 毫米后用高温水泥固。安装好热电偶的煤粒靠电偶丝悬挂在流化层中，可以较自由地在其中运动。表面温度和中心温度随时间的变化由记录仪绘制成曲线。

3 实验结果和讨论

3.1 热解过程中煤粒的变形

小煤粒 (< 1 毫米) 在热解过程中的变形主要是膨胀，同时变软呈塑性状态，更接近于球形。大煤粒 (> 2 毫米) 在热解过程中首先膨胀，同时由于煤块是层状结构，在受热时层间

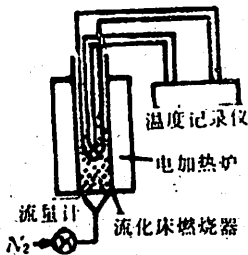


图 2 实验装置系统图

表 2

成分	水分	挥发物	固定碳	灰分	硫
含量	13.5%	32.8%	49.7%	40%	1.2%

缝隙从表面处开始开裂，并逐渐向中心部位伸展，在热解结束时成为松蕈形，质松而脆。煤粒的这种变形会产生两个主要的影响。一是这松脆的松蕈形煤粒在固定碳燃烧阶段由于床内惰性颗粒的强烈搅拌发生破碎，会对固定碳的燃烧产生重大影响 (图 3、详见参考文献 8)。另一是对热分解过程的影响。

根据对热分解过程的分析，它由以下几个基元过程所组成：1) 周围气体和惰性颗粒向煤粒表面的传热；2) 煤粒表面向煤粒中心的导热；3) 随着这些传热过程煤粒各部的温度由表及里逐渐迅速升高，生成挥发物的热分解反应迅速进行；4) 煤粒内部生成的挥发物通过内部微孔向表面扩散；5) 到达表面的挥发物向周围环境扩散，涉及到四个物理过程 (二个传热，二个传质) 和一个化学反应过程，是极为复杂的。如果煤粒的周围环境是氧化环境，则挥发物在向周围扩散过程中会燃烧，这时又增加一个物理过程 (周围氧气向煤粒表面的扩散) 和一个化学过程 (燃烧反应)，就更加复杂了。由上分析可知，热分解过程的研究是挥发物燃烧过程研究的基础，而分解过程的关键是决定热分解反应速率的煤粒温度。煤粒的温度

决定于二个传热过程和热分解反应的热效应。煤粒在热分解过程中的变形会改变传热过程的情况而影响到煤粒内部的温度分布进而影响到热分解的速率。同时也会影响到挥发物从颗粒内部向表面扩散,结果使挥发物从煤粒释放出的速率发生改变。因而,大颗粒煤的热分解模型应该考虑变形对挥发物释放速率的影响。

3.2 热分解过程中煤粒表面温度和中心温度的测量

图4表示的是在煤粒热分解期间所记录到的表面温度和中心温度随时间的变化曲线。煤

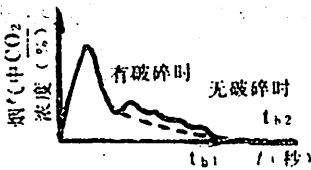


图3 煤粒破碎的影响

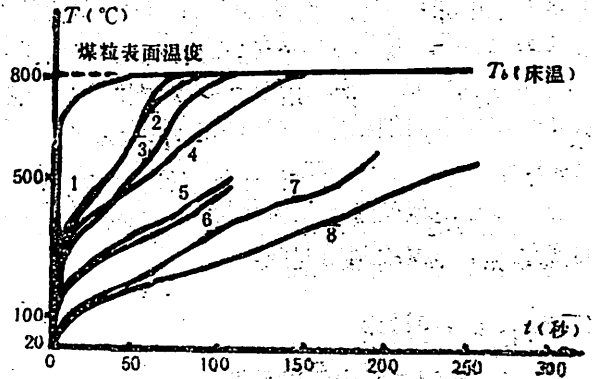


图4 挥发阶段煤粒表面温度和中心温度随时间的变化

粒进入流化床后,其表面温度迅速上升,在实验所用的煤粒尺寸范围内各表面温升曲线非常接近,随尺寸增大稍向右移。图4中列出尺寸为 $8 \times 10 \times 13 \text{mm}^3$ 煤粒的表面温升曲线作为代表,在初始5秒钟之内的温升速率为 $116^\circ\text{C}/\text{秒}$ 。从 20°C 上升至床温 $T_b = 800^\circ\text{C}$ 时间为55秒,而一颗露在床中的热电偶从 20°C 上升到床温的时间只需0.4秒左右。

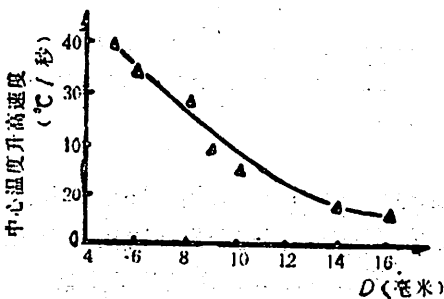


图5 快速温升阶段温升速率与颗粒尺寸之关系,

煤粒中心温度上升曲线,随着煤粒的增大有较大差异,但总的说来它们都有三个阶段:1)快速温升阶段;2)热解阶段;3)慢温升阶段。

3.2.1 快速温升阶段。这一阶段由于传热温差大,又无热分解吸收热量因而温升很快,其平均温升率与颗粒大小有关,大煤粒往往近于立方体或长方体,其中心温度升高速率实际上只与长宽高这三个尺寸中之最小的一个尺寸有关,它越小则温升速率越大(图5)。

3.2.2 热分解阶段。热分解阶段开始时中心温度升高速率明显变慢,曲线出现变平然后又变陡下凹。这种现象证明,热分解反应是吸热反应,此时,周围环境向煤粒表面的传热量等于该瞬间生成挥发物的分解反应所吸收的热量与煤粒各部分温度升高所吸收的热量之和,因此中心温度升高速率下降了。在后期由于挥发物的释放量逐渐减少,温升又逐渐加快。中心温度升高曲线下凹的程度和这一阶段延续的时间则决定于煤粒的体积也就是挥发物的含量。体积或挥发物含量越小,曲线下凹少,热分解阶段的时间越短。在很小煤粒时,由于传热量很大,热分解的吸热可以忽略,曲线可以不下凹,同时表面温度和中心温度升高曲线非常靠近,因而,对煤粉(<200 微米)来说,不

考虑热分解的热效应,假定煤粉内部温度均匀都可以认为是合理的。但是,对大煤粒来说,则必须考虑煤粒内部温度的不均匀性(即内部不稳定导热),同时必须考虑热分解反应热效应对导热过程的影响。

3.2.3 慢速温升阶段 在挥发物释放完后,这时,周围环境向煤粒表面的传热又等于煤粒表面向中心导热。但由于传热温差很小,所以传热量不大,温升逐渐减小,直至等于表面温度。当然,挥发物释放前后煤粒的导热系数应有不同的数值。

在这三个阶段中,第1、2二个阶段极为重要,他们的存在表明确实存在有一个热分解反应速率变得明显起来的温度——热分解起始温度,这个温度在小煤粒(煤粉)的热分解中是体现不出来的,因为它温升太快,而且温升曲线没有这么明显的转折,但是根据现在所做的实验还无法确定它的具体数值,它和哪些因素有关等等,而这一点应该是清楚的,即它对正确地用数学模型来描述热解过程是重要的。

以上的分析仅仅涉及到在热解过程中煤粒的变形和表面温度及中心温度的变化及其对热解过程的影响。事实上,热解过程还和扩散过程及挥发物的燃烧反应有关。在我们的实验中已经有迹象表明,在有挥发物燃烧时的热解速度要比无燃烧时快得多。

4 结论

(1) 大煤粒(> 2 毫米)和小煤粒(< 200 微米)的热解过程有二个重要不同:大颗粒有严重的开裂变形和内部温度的严重不均匀分布;小颗粒则没有,这二者都会对热解过程产生重大影响。

(2) 大颗粒煤在热解过程中热解反应的热效应会影响到煤粒内部的温度分布,反之又影响到热解反应本身,热解模型必须考虑这一点。

(3) 挥发物的燃烧对热解过程有重大影响。

总之,大颗粒的热解和挥发物燃烧研究还刚刚开始,比小颗粒煤的情况要复杂得多,有许多问题:变形,热解反应的热效应,微孔扩散,挥发物燃烧的影响等等需要作更深入的研究。

参 考 文 献

- [1] La Nauze, R. D., *Chem. Eng. Res. Des.*, 63 (1985).
- [2] Eion Turnbull, Davidson, J. F. *Fluidised Combustion of Char and Volatile from Coal.*, Cambridge University, U. K., 1983.
- [3] Alan Duff, *Devolatilization of Small Coal Particles in a Fluidised Bed*, Cambridge University, U. K., 1983.
- [4] Bannatyne, T., *The Devolatilization of Coal Particle in A Fluidised Bed*, Cambridge University, U. K., 1984.
- [5] Giorgio Borrghi et al., *A Model of Coal Devolatilization and Combustion in Fluidized Beds*, *Combustion and Flame*, July, 1985.
- [6] Jamaluddin, et al., *Modeling of Coal Devolatilization and Its Effect on Combustion Calculation*, Vol. 62, No. 1, *Combustion and Flame*, Oct., 1985.
- [7] 傅维标,煤粒挥发分析规律研究,中国工程热物理学会燃烧学学术会议,1986年

11月.

- [8] 过明道, 流态化燃烧期间煤粒的破碎及其燃烧速率的影响, 《中国工程热物理学学报》, 第八卷, 第三期, 1987.
- [9] 傅维标, 卫景彬, 燃烧物理学基础, 机械工业出版社, 1984年.

Deformation and Measurement of Surface and Central Temperature of Large Coal Particle during Its Devolatilization in a Small Fluidized Bed

Guo Mingdao

(Department of Engineering Thermophysics)

一类非对称域的二阶不变微分算子

陈志鹤

(中国纺织大学)

华罗庚和陆启铿以对称域的 Cauchy 核 $H(Z, U)^{-1}$ 定义了 Poisson 核

$$P(Z, U) = |H(Z, U)|^2 (H(Z, \bar{Z}))^{-1}$$

并证明：对于特征流形上固定的 U , $P(Z, U)$ 可被 Laplace-Beltrami 算子零化^[1, 2]。但对于非某些对称齐性 Siegel 域, 此形式 Poisson 核未必能被 Laplace-Beltrami 算子零化^[3]。而且如 G 是有界齐性 Siegel 域, 且其形式 Poisson 核能被 Laplace-Beltrami 算子零化, 则 G 必为对称域^[4]。问题是, 若 G 为非对称齐性 Siegel 域, 是否有其它在其解析自同胚群 $Aut(G)$ 下不变的微分算子 Δ , 使其形式 Poisson 核能被 Δ 零化? 这一问题在本文所讨论的域 D 的情况下, 已在文[7]中解决, 本文进一步证明使域 D 的形式 Poisson 核零化的二阶不变微分算子的维数为 2, 并证明文[7]中给出的两个变微分算子恰好是一组基。

考虑非对称第一类齐性 Siegel 域^[5]

$$D: \quad \frac{1}{2i}(Z, -\bar{Z}') > 0, \quad Z = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{12} & z_{22} & 0 \\ z_{13} & 0 & z_{33} \end{pmatrix}$$

域 D 的 Cauchy 核为 $H(Z, X) = C_0(z_{22} - x_{22})^{\frac{1}{2}}(z_{33} - x_{33})^{\frac{1}{2}} / \det(Z - X)^2$

其中, C_0 为常数, X 为实矩阵:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{12} & x_{22} & 0 \\ x_{13} & 0 & x_{33} \end{pmatrix}$$

属于 D 的特征流形。由此得 D 的形式 Poisson 核为

$$P(Z, X) = |H(Z, X)|^2 / H(Z, \bar{Z}) \\ = C \frac{\det(Z - \bar{Z}')^2 |z_{22} - x_{22}| |z_{33} - x_{33}|}{|\det(Z - X)|^4 [(z_{22} - \bar{z}_{22})(z_{33} - \bar{z}_{33})]^{\frac{1}{2}}}$$

已知 D 在 $Aut(D)$ 下不变的微分算子形成一个环, 其中二阶算子在 i 处的一组基由

$$\frac{\partial^2}{\partial z_{11} \partial \bar{z}_{11}}, \quad \frac{\partial^2}{\partial z_{12} \partial \bar{z}_{12}}, \quad \frac{\partial^2}{\partial z_{13} \partial \bar{z}_{13}}, \quad \frac{\partial^2}{\partial z_{22} \partial \bar{z}_{22}}, \quad \frac{\partial^2}{\partial z_{33} \partial \bar{z}_{33}}, \quad \frac{\partial^2}{\partial z_{11}^2}, \quad \frac{\partial^2}{\partial \bar{z}_{11}^2}$$

组成^[6]。

$$\text{令 } \Delta(z) \Big|_{z=iI} = iI \frac{\partial^2}{\partial z_{11} \partial \bar{z}_{11}} + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2}{\partial z_{12} \partial \bar{z}_{12}} + \frac{\partial^2}{\partial z_{13} \partial \bar{z}_{13}} \right)$$

则 $\Delta P(Z, X) \Big|_{z=iI} = 0$.

利用变换 $g \in \text{Aut}(D)$,

$$g: W = A(Z - X^0)A', \quad Z^0 = X^0 + iy^0 \in D,$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}, \quad AY^0A' = I$$

则 $g: Z^0 \rightarrow iI$, 记 $U = A(X - X^0)A'$ 可得 $\Delta(z)$ 的一般形式, 且有

$$\Delta(z)P(Z, X) \Big|_{z=z_0} = CP(Z^0, X^0)\Delta(W)P(W, U) \Big|_{W=iI} = 0^{[7]}$$

现在考虑域 D 上, 零化形式 Poisson 核的二阶不变微分算子的线性子空间。如上所述, 我们只须讨论 $Z = iI$ 的情形。

已知 $d(z) \det \equiv (Z - \bar{Z}')$

$$= (z_{11} - z_{11})(z_{22} - z_{22})(z_{33} - z_{33}) - (z_{12} - z_{12})^2(z_{33} - z_{33}) - (z_{13} - z_{13})^2(z_{22} - z_{22}),$$

$$f(z) = \det(Z - X)$$

$$= (z_{11} - x_{11})(z_{22} - x_{22})(z_{33} - x_{33}) - (z_{12} - x_{12})^2(z_{33} - x_{33}) - (z_{13} - x_{13})^2(z_{22} - x_{22})$$

$$d \equiv d(iI) = -8i$$

$$f \equiv f(iI) = (i - x_{11})(i - x_{22})(i - x_{33}) - (i_{12} - x_{12})^2(i - x_{33}) - (i - x_{13})^2(i - x_{22})^{[7]}$$

令

$$p_* = \frac{\det(Z - \bar{Z}')^2}{|\det(Z - X)|^4} = \frac{d^2}{f^2 f^2}$$

$$Q_* = \frac{|(z_{22} - x_{22})||z_{33} - x_{33}|}{[(z_{22} - \bar{z}_{22})(z_{33} - x_{33})]^{\frac{1}{2}}}$$

则

$$p(Z, X) = CP_*Q_*$$

设

$$T \Big|_{z=iI} = C_1 \frac{\partial^2}{\partial z_{11} \partial z_{11}} + c_2 \frac{\partial^2}{\partial z_{12} \partial \bar{z}_{12}} + c_3 \frac{\partial^2}{\partial z_{13} \partial \bar{z}_{13}} + c_4 \frac{\partial^2}{\partial z_{22} \partial \bar{z}_{22}} + c_5 \frac{\partial^2}{\partial z_{33} \partial z_{33}} + c_6 \frac{\partial^2}{\partial z_{11}^2} + c_7 \frac{\partial^2}{\partial z_{11}^2},$$

且

$$TP \Big|_{z=iI} = C[Q_*TP_* + P_*TQ_*] = 0$$

由于在

$$Z = iI \text{ 处:}$$

$$\frac{\partial^2 Q_*}{\partial z_{11} \partial \bar{z}_{11}} = \frac{\partial^2 Q_*}{\partial z_{12} \partial \bar{z}_{12}} = \frac{\partial^2 Q_*}{\partial z_{13} \partial \bar{z}_{13}} = \frac{\partial^2 Q_*}{\partial z_{11}^2} = \frac{\partial^2 Q_*}{\partial z_{11}^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 Q_*}{\partial z_{22} \partial \bar{z}_{22}} = \frac{\partial^2 Q_*}{\partial z_{33} \partial \bar{z}_{33}} = \frac{3}{2^5 i} |i - x_{22}| |i - x_{33}|$$

$$Q_* = \frac{|i-x_{22}||i-x_{33}|}{2i}$$

$$P_* = \frac{-2^6}{f^2 \bar{f}^2}$$

因此,若在 T 中, $c_4 = -c_5$, 则 $TQ_* = 0$. 从而有命题: 若在 T 中, $c_4 = -c_5$, 则 $Tp = 0$ iff $Tp_* = 0$. 经计算, 我们有

$$\left. \frac{\partial^2 p_*}{\partial z_{11}^2} \right|_{z=iI} = \frac{2^5 f^2 \bar{f}^2 - 2^8 i f \bar{f}^2 (i-x_{22})(i-x_{33}) - 3 \times 2^7 f^2 (i-x_{22})^2 (i-x_{33})}{f^4 \bar{f}^4}$$

$$\left. \frac{\partial^2 p_*}{\partial \bar{z}_{11}^2} \right|_{z=iI} = \frac{2^5 f^2 \bar{f}^2 + 2^8 i f^2 \bar{f} (i+x_{22})(i+x_{33}) - 3 \times 2^7 \bar{f}^2 (i+x_{22})^2 (i+x_{33})}{f^4 \bar{f}^4}$$

已知

$$\left. \frac{\partial^2 p_*}{\partial z_{11} \partial \bar{z}_{11}} \right|_{z=iI} = \frac{-2^5 f^2 \bar{f}^2 + 2^8 f \bar{f} (x_{11}^2 |i-x_{22}|^2 + x_{11}^2 |i-x_{33}|^2)}{f^4 \bar{f}^4}$$

$$\left. \frac{\partial^2 p_*}{\partial z_{12} \partial \bar{z}_{12}} \right|_{z=iI} = \frac{2^6 f^2 \bar{f}^2 - 2^{10} f \bar{f} (x_{12}^2 |i-x_{33}|^2)}{f^4 \bar{f}^4}$$

$$\left. \frac{\partial^2 p_*}{\partial z_{13} \partial \bar{z}_{13}} \right|_{z=iI} = \frac{2^6 f^2 \bar{f}^2 - 2^{10} f \bar{f} (x_{13}^2 |i-x_{22}|^2)}{f^4 \bar{f}^4}$$

$$\left. \frac{\partial^2 p_*}{\partial z_{22} \partial \bar{z}_{22}} \right|_{z=iI} = \frac{-2^5 f^2 \bar{f}^2 - 2^8 f \bar{f} (x_{12}^2 x_{13}^2 - x_{12} |i-x_{33}|^2)}{f^4 \bar{f}^4}$$

$$\left. \frac{\partial^2 p_*}{\partial z_{33} \partial \bar{z}_{33}} \right|_{z=iI} = \frac{-2^5 f^2 \bar{f}^2 - 2^8 f \bar{f} (x_{12}^2 x_{13}^2 - x_{13} |i-x_{22}|^2)}{f^4 \bar{f}^4}$$

由于 $Tp \equiv 0$, 等价于 Tp 的分子恒为零, 因此我们以下只考虑 Tp 的分子恒为零的情形, 且不计非恒为零的因子 $|i-x_{22}||i-x_{33}|$.

注意到, 仅 $f^2 \bar{f}^2$ 有 $x_{11}^4, x_{12}^4, x_{13}^4$ 项, 由该项在 Tp 的分子中的系数为零, 得

$$\frac{1}{2i} (-2^5 c_1 + 2^6 c_2 + 2^6 c_3 - 2^5 c_4 - 2^5 c_5 + 2^5 c_6 - 2^5 c_7 + \frac{6}{i} c_4 - \frac{6}{i} c_5) = 0 \quad (1)$$

这样, Tp 的分子中就没有 $f^2 \bar{f}^2$ 项.

因为 Tp 的分子中的常数项也为零, 故有

$$\begin{aligned} \frac{1}{2i} [-2^5 c_1 + 2^6 c_2 + 2^6 c_3 - 2^5 c_4 - 2^5 c_5 + (2^5 - 2^8 + 3 \times 2^7 c_6 + (2^5 - 2^8 + 3 \times 2^7) c_7) \\ - \frac{6}{i} c_4 - \frac{6}{i} c_5] = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

比较(1), (2)得

$$c_6 = -c_7$$

又仅在 $\frac{\partial^2 p_*}{\partial z_{11}^2}$ 以及 $\frac{\partial^2 p_*}{\partial \bar{z}_{11}^2}$ 的分子中, 含有 $x_{11}^4, x_{12}^4, x_{13}^4$ 项, 容易算出:

$$c_6 = c_7$$

$$c_6 = c_7 = 0$$

从而

由前知, Tp 的分子中没有 $f^2\bar{f}^2$, 所以 $x_{1,2}, x_{1,3}$ 只可能出现在 $\frac{\partial^2 p_*}{\partial z_{2,2}\partial\bar{z}_{2,2}}$ 及 $\frac{\partial^2 p_*}{\partial z_{3,3}\partial\bar{z}_{3,3}}$ 的分子

中, 因此有

$$c_4 = -c_5$$

综上所述, 得:

引理 1 设 T 为在 $Aut(D)$ 下不变的二阶微分算子,

且

$$Tp \equiv 0$$

则

$$c_6 = c_7 = 0, \quad c_4 = -c_5$$

也即

$$T = c_1 \frac{\partial^2}{\partial z_{1,1}\partial\bar{z}_{1,1}} + c_2 \frac{\partial^2}{\partial z_{1,2}\partial\bar{z}_{1,2}} + c_3 \frac{\partial^2}{\partial z_{1,3}\partial\bar{z}_{1,3}} + c_4 \left(\frac{\partial^2}{\partial z_{2,2}\partial\bar{z}_{2,2}} - \frac{\partial^2}{\partial z_{3,3}\partial\bar{z}_{3,3}} \right)$$

类似地, 有

设 $TP_* \equiv 0$, 则

$$c_6 = c_7 = 0, \quad c_4 = -c_5$$

联系前述的问题得

引理 2 对于 D , $Tp = 0$ iff $TP_* = 0$

因此, 我们只须考虑 $TP_* \equiv 0$, 令

$$\alpha = \frac{2^5}{f^2\bar{f}^2}, \quad \beta = \frac{2^8 x_{1,2} |i - x_{3,3}|}{f^3\bar{f}^3}, \quad \gamma = \frac{2^8 x_{1,3}^2 |i - x_{2,2}|}{f^3\bar{f}^3}$$

据 TP_* 中 α, β, γ 的系数应为零, 得方程组:

$$\begin{cases} -C_1 + 2C_2 + 2C_3 & = 0 \\ C_1 - 4C_2 & + C_4 = 0 \\ C_1 & - 4C_3 & - C_4 = 0 \end{cases}$$

其解空间的一组基为:

$$(C_1, C_2, C_3, C_4) = \left(1, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 0 \right)$$

$$(C_1, C_2, C_3, C_4) = \left(0, \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, 1 \right)$$

最后, 我们得到

定理 对于 D , 为零化形式 Poisson 核的二阶不变微分算子的子空间的维数为 2, 它在 $Z = iI$ 处的一组基为:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial z_{1,1}\partial\bar{z}_{1,1}} + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2}{\partial z_{1,2}\partial\bar{z}_{1,2}} + \frac{\partial^2}{\partial z_{1,3}\partial\bar{z}_{1,3}} \right) \\ & \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2}{\partial z_{1,2}\partial\bar{z}_{1,2}} - \frac{\partial^2}{\partial z_{1,3}\partial\bar{z}_{1,3}} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z_{2,2}\partial\bar{z}_{2,2}} - \frac{\partial^2}{\partial z_{3,3}\partial\bar{z}_{3,3}} \right) \end{aligned}$$

作者感谢业师陆启铿教授的鼓励与殷慰萍副教授的有益的建议。

参 考 文 献

- [1] 华罗庚, 多复变函数论中的典型域的调和分析, 科学出版社, 北京, 1958, 79—82.
- [2] 华罗庚, 陆启铿, 数学学报, 8(1958), 9(1959).
- [3] 陆汝铃, 数学学报, 15(1965), 5, 614—650.
- [4] Xu Yichao, Scientia Sinica, Special Issue(II) On Math., 1979, 89—90.
- [5] 钟家庆, 殷慰萍, 数学学报, 24 (1981), 587—613.
- [6] 钟家庆, 数学年刊, 1 (1980), 261—272.
- [7] 殷慰萍, 科学通报, 10 (1983), 581—583.

The Invariant Differential Operators of Order Two for Certain Nonsymmetric Domains

Chen Zhihe

(China University of Textile Science and Technology)

中国科学技术大学学报

第17卷 1987年

总 目 录

非对称第一类齐性 Siegel 域的曲率.....	殷慰萍 (1)
某些凸紧空间的平均距离常数.....	杨 路 张景中 (17)
非对称第一类齐性 Siegel 域的截曲率.....	陈万喜 (25)
低温下氧在硫酸水溶液中铝电极上的还原反应.....	杭 翔 (33)
恶噪—9 激光染料的合成.....	汪月生 张国尝 秦汉盈 (39)
用无焰原子吸收法直接测定植物中的 Co 和 Ni	齐文启 林淑欽 陈树榆 合志阳一 (44)
甲基丙烯酸三丁基锡酯自由基溶液聚合反应动力学的研究	韩哲文 张其锦 陈昆松 沈红娇 (51)
新稀土显色剂 DBC—偶氮氯磷导数分光光度法测定矿石中稀土总量	尹香莲 赵贵文 张平辉 (59)
关于色谱柱效能评价的讨论.....	吴宁生 邱爱民 (65)
通过“单体检验”的中厚板单元体及其在动力特征值问题中的应用	王秀喜 兰 冬 (69)
镜像抑制混频器中镜像回收效应的分析.....	谈 江 (77)
集成电路的电路模拟程序.....	赵蕃民 庄镇泉 (86)
一般三次循环数域的类数同余公式.....	张贤科 (141)
消除宇宙真空畴壁的一个可能的模型.....	高怡泓 莫厚俊 (146)
碱金属原子和 OH 三级反应速率常数研究.....	陈从香 (153)
高分子催化剂的配位体和金属络合物对催化 α -烯烃进行醛化反应的影响	潘才元 赵玉龙 陈 毅 (160)
碳纤维电极制作与电化学反应的研究.....	赵叔晞 胡器浩 (166)
镧离子与5-磺基水杨酸络合物的核磁共振研究.....	刘清亮 张清辉 (173)
载流等离子体中的修正双流不稳定性.....	陈银华 (179)
一个非保守的柱稳定问题.....	陈 笃 (185)
后掠型平板机翼模型的实验模态分析.....	张培强 冯文琴 (192)
利用扩频通信的无线局部数据网.....	朱近康 (203)
恢复图象真实色彩的理论及方法.....	谢虎臣 张 尧 (212)

线性循环细胞自动机的动态分析	孙淑玲	(219)
北太平洋卫星测高大地水准面异常和海底测深的模型拟合	许天铭	(228)
[2- ³ H ₁]卅烷醇-1的合成及其提高蚕叶丝转化率的研究	黄雨初 陈长庚等	(238)
固态高聚物的固体高分辨 ¹³ C核磁共振研究	朱清仁 堀井文敬 北丸竜三	(245)
对称典型域的解析自同胚最大群	殷慰萍	(291)
激波数值模拟的一个简单有效的方法	刘儒勋 魏勇	(303)
Einstein 引力作为高维时空中物质场的量子效应	莫厚俊 高怡泓	(317)
用光电化学方法研究硫酸溶液内铅电极上钝化膜的一些性质	杭瑚 D. S. Nadezhdin, R.G. Barradas	(330)
原白头翁素的提取、合成及保存研究	朱甯远 杨云等	(336)
锡和锌复合氧化物的合成及其缺陷结构	陈祖耀 贾瑛等	(343)
相互作用体系的极化率	刘凡钺 辛厚文	(352)
关于 Morison 方程中耦合项的研究	卢耘耘 王秀喜	(359)
114 微机自动查号系统	周勇 王仁华 刘必成	(369)
特征轨迹—交互控制器设计方法	庞国仲 濮洪钧	(375)
分析湍流间歇性的双流模型	范维澄 郑丽丽	(385)
二次函数域的理想类群的2-秩与其自共轭类	张贤科	(425)
海岸淤积问题解的存在性唯一性和单调性	王树禾	(432)
每点都与3度点相邻的最大邻界3棱连通图的结构	徐俊明	(441)
Bi ₁₂ SiO ₂₀ 实时全息的剪切效应和无偏置电压时衍射特性	明海	(448)
高 Reynolds 数流动的时均能量方程及熵增表达式	吕盘明	(453)
显微图象的计算机粒度分析	吴健康 孙勇	(461)
环己六醇在茶树儿茶素生物合成中的作用	王传友 黄雨初	(469)
CDCRM降低材料消耗保证体系	侯定丕 白勤虎 周铭铸	(475)
模型算法控制的状态空间形式及算法改进	李嗣福	(485)
钙酸钨晶体晶格振动的群论分析和喇曼光谱	许存义 左健 潘峻	
	姚连增 陈立高	(495)
第四纪早期丽蚌的ESR年龄测定	金嗣焯 梁任又 黄培华 彭子成 王兆荣	(501)
储存环弯转磁铁的铸造成型研制	张国栋 张武	(507)

研 究 简 报

关于 $v(n)$ 及 $\varphi(n)$ 的两个渐近公式	刘泓泉	(98)
一个丢番图不等式	余红兵	(105)
锈规作图论	侯晓荣 源远	(110)
非晶硅碳(氢)中的光致亚稳效应及表面水气吸附的影响	王军 赵世富 韩大星	(116)
掺杂三氧化二铁多晶压片电极的光电化学特性	赵叔晞	(120)

符离集烧鸡的辐射保鲜研究.....	章吉详 施晨阳 刘隆基杨承宗	
	郭仁荣 江淑云 张信仁	(124)
四水合丁烯二酸镍的晶体和分子结构.....	周平 李健民 石磊	
	姚家星 千金子 范海福	(130)
$\text{Na}_2\text{Eu}(\text{WO}_4)_2$ 发光晶体的生长与光谱特性.....	潘峻 姚连增 陈立高	
	周贵恩 赵贵文	(134)
数论方法在密码通讯技术中的两个应用.....	康继鼎	(137)
素除子在三次可分代数函数域中的分解.....	余解台	(257)
全固态 Mg/I_2 电池.....	朱斌 王大志等	(261)
用正交设计和单纯形最优化法研究石墨炉原子吸收测定铜的条件	李彬贤 张巽 徐松	(265)
用软件实现多道分析器与微型计算机的数据通信.....	段晓渝 吴咏华等	(270)
晶格氧和气相 $^{18}\text{O}_2$ 同位素交换反应.....	林培琰 于敏等	(274)
EVA-VC和EVA-PVC形态的研究.....	陈顺喜 刘景汉 赵劲松	(278)
悬浮聚氯乙烯颗粒形态研究.....	范成高 赵劲松	(283)
一点说明.....	苏淳	(288)
在X射线剂量测量中的电离室有效中心.....	李启明 冯正永等	(391)
等离子体拍波加速器中的激光束自聚焦.....	王秉宏 G. Schmidt	(395)
Hill 变分原理的推广.....	何竹修	(399)
安徽铜陵铜官山矿田火成岩的同位素地质年龄.....	周泰禧 李学明等	(403)
马山金矿的同位素组成.....	李学明 李彬贤等	(408)
用 μ 子探测高楼重量.....	程纯杰	(414)
用X射线荧光滤纸片法同时分析七种单一元素.....	赵贵文 唐子奇 毛振伟	(419)
$\text{Bi}_2\text{O}_3-\text{Na}_2\text{WO}_4$ 体系氧离子导体.....	林枫凉 惠腾恩	(514)
嘉山凸凹棒矿土及其棒石含量的定量分析.....	惠腾恩 王亚军	(519)
稀土元素与偶氮氯磷—mK显色反应的研究.....	朱玉瑞 尹香连	
	张国平 赵贵文	(523)
γ 射线康普顿轮廓分析装置的建立和电子动量分布的初步测量	卞祖和 吴铁军 唐孝威 杨保忠	(528)
气球宇宙线核同位素观测实验.....	周大庄	(532)
煤粒在流化床中挥发阶段的变形和表面温度及中心温度测量	过明道	(536)
一类非对称域的二阶不变微分算子.....	陈志鹤	(541)

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Vol.17

1987

CONTENTS

- The Curvature of Nonsymmetric Homogeneous Siegel Domains
of the First Type.....Yin Weiping (1)
- Average Distance Constants of Some Compact Convex Spaces
.....Yang Lu, Zhang Jingzhong (17)
- The Sectional Curvatures of the Nonsymmetric Homogeneous Siegel
Domains of the First Type Chen Wanxi (25)
- Reduction of Oxygen on Lead Electrode in Aqueous Solution
of H_2SO_4 at Low Temperature Hang Hu (33)
- Synthesis of Oxazine-9 Laser Dyes
.....Wang Yuesheng, Zhang Guoshang, Qin Hanying (39)
- Direct Determination of Trace Co and Ni in Plants by Flamless
Atomic Absorption Spectrophotometry
.....Qi Wenqi, Lin Shuqin, Chen Shuyu, Y. Gobshi (44)
- Study on the Kinetics of Radical Polymerization of Tributyltin Methacrylate
in Solution.....Han Zhewen, Zhang gijin, Chen Kunsong,
Shen Hongjiao (51)
- A New Developer DBC-chlorophosphinazo for the Derivative
Spectrophotometric Determination of the Total Amount of Rare Earths
in Mineral.....Yin Xianlian, Zhao Guiwen, Zhang Pinghui (59)
- A Discussion on the Evaluation of Chromatographic Column Efficiency
.....Wu Ningsheng, Qiu Aimin (65)
- A Thin and Moderately Thick Plate Element Satisfying the
IE Test and Its Application in Dynamic Eigenvalue Problems
.....Wang Xiuxi, Lan Dong (69)
- An Analysis on Image Recovery Effect in Mixers with Image

Rejection	Tan Jiang (77)
An IC Simulation Program.....	Zhao Ruimin, Zhuang Zhenquan (86)
Congruences of Class Number of General Cyclic Cubic Number Field	Zhang Xianke (141)
A Possible Model for Exclusion of Cosmic Vacuum Domain Wall	Gao Yihong, Mo Houjun (146)
Rate Constants of Termolecular Reactions of Alkali Atoms with OH	Chen Congxiang (153)
The Effect of Polymer Ligands and Coordinative Complexes on the α -Olefin Hydroformylation Catalyzed by Polymer-Supported Transition Metal Complexes	Pan Caiyuan, Zhao Yulong, Chen Yi (160)
Preparation of Carbon Fiber Microelectrodes and Study on the Behaviour of Voltammetry.....	Zhao Shuxi, Hu Qihao (166)
A NMR Spectroscopic Study of Lanthanum Complex with 5-Sulfosalicylic Acid.....	Liu Qingliang, Zhang Qinghui (173)
Modified Two-Stream Instability in Current-carrying Plasma	Chen Yinghua (179)
A Nonconservative Problem of Column Stability.....	Chen Du (185)
Experimental Modal Analysis on the Swept-Winged Plate Model	Zhang Peiqiang, Feng Wenqin (192)
Radio Data Local Arsa Network by Spread Spectrum Communication	Zhu Jinkang (203)
The Theory and Method of Real Colour Restoration	Xie Huchen, Zhang Yao (212)
Dynamic Analysis of Linear Cyclic Cellular Automata	Sun Shuling (219)
Modelling between Altimetric Geoid Anomaly and Bathymetry of the North Pacific.....	Xu Tianming (228)
Studies on the Synthesis of $^3\text{H}_1$ -Triacontanol and Its Effect on the Dietary Efficiency of Silkworm Larvae (<i>Bombyxmori</i> , L)	Huang Yuchu, Chen Changgeng, et al. (238)
Study on High-Resolution Solid-State ^{13}C NMR of Solid Polymers	Zhu Qingren, Fumitaka Horii, Ryoza Kitamaru (245)
On the Groups of Analytic Automorphisms of Cartan Domains	Yin Weiping (291)
A Simple and Convenient Approach Simulation of Shock Waves	Liu Ruxun, Wei Yong (303)

Einstein Gravitation as Quantum Effect of Matter Fields in High Dimensional Space-Time.....	Mo Houjun, Gao Yihong (317)
Photoelectrochemical Study on Some Properties of Passive Films on the Lead Electrode in H_2SO_4 Solution	Fong Hu, D. S. Nadezhdin, R. G. Barradas (330)
Studies on the Extraction, Synthesis and Preservation for Protoanemonin.....	Zhu Zhouyuan, Yang Yun, et al. (336)
The Preparation and Its Defect Structure of Tin and Zinc Complex Oxide.....	Chen Zuyao, Jia Ying, et al. (343)
Polarizabilities of Interacting Systems	Liu Fanchen, Xin Houwin (352)
On the Coupling Terms Between the Motion of Structure and Fluid in Morison Equation.....	Lu Yunyun, Wang Xiuxi (359)
A 114 Microcomputer Directory Assistance System	Zhou Yong, Wang Renhua, Liu Bicheng (369)
The Characteristic Loci-Commutative Controller Method	Pang Guozhong, Pu Hongjun (375)
A Two-Fluid Model of Turbulence Applied to Intermittency of Turbulent Free Jets.....	Fan Weicheng, Zheng Lili (385)
Ambiguous Classes and 2-rank of Class Group of Quadratic Function Field.....	Zhang Xianke (425)
The Existence and Uniqueness and Monotonicity of the Solution for the Seacoast Deposit Problem.....	Wang Shuhe (432)
The Constructions of Maximum Critically 3-Edge-Connected Graphs with Every Vertex Adjoining the Vertex of Degree Three	Xu Junming (441)
The Shearing Effect of $Bi_{12}SiO_{20}$ Real Time Hologram and Its Diffraction Character of Zero Voltage.....	Ming Hai (448)
The Ensemble-Averaged Energy and Entropy Equations	Lu Panming (453)
Computer Analysis of Particles in Microscopic Images	Wu Jiankang, Sun Yong (461)
Action of Myo-Inositol in Biosynthesis of Catchins in the Tea Plant (<i>Camellia Sinensis</i> , L.).....	Wang Chuanyou, Huang Yuchu (469)
A Guarantee System for Cutting Down the Consumption of Raw Materials.....	Hou Dingpi, Bai Qinhu, Zhou Minzhu (475)
A State Space Form of Model Algorithmic Control and Algorithm Improvement.....	Li Sifu (485)

- Group Theory Analysis of Lattice Vibrations and Raman Spectrum of the $\text{Na}_2\text{Eu}(\text{WO}_4)_2$ Crystal
 Xu Gunyi, Zuo Jian, Pan Jun, Yao Lianzeng, Chen Ligao (495)
- Determination of ESR Age of Early Quaternary *Lamprotula* and the Age of the Nihewan Fauna Jin Sizhao, Liang Renyou, Huang Peihua
 Peng Zicheng, Wang Zhaorong (501)
- Development of Cast form of Bending Magnet for a Storage Ring
 Zhang Goudong, Zhang Wu (507)

Research Notes

- Two Asymptotic Formula on $\nu(n)$ and $\varphi(n)$ Liu Hongquan (98)
- On a Diophantine Inequality Yu Hongbing (105)
- Theory of Construction with Rusty Compass
 Hou Xiaorong, Yuan Yuan (110)
- Influence of Surface Absorption of Water Vapour and Metastable State Induced by Light in a-SiC:H
 Wang Jun, Zhao Shifu, Han Daxing (117)
- Photoeffects in Ferric Oxide Sintered Electrodes with Titanium Dioxide Impurities Zhao Shuxi (120)
- Research of Preservation Method of Fuliji Roast Chicken Using Irradiation Technique Zhang Jixiang, Shi Chenyang, Liu Longji
 Yang Jengtsong, Guo Renrong, Jiang Shuyun, Zhang Xinren (124)
- Crystal and Molecular Structure of 4-hydrated 2-(COO-C₂H₅-COO) · Ni(II)
 Zhou Ping, Li Jiahmin, Shi Lei, Yao Jiaxin,
 Qian Jinzi, Fan Haifu (130)
- Growth of Luminescent Crystal $\text{Na}_2\text{Eu}(\text{WO}_4)_2$ and Their Spectra Property Pan Jun, Yao Lianzeng, Chen Ligao,
 Zhou Guien, Zhao Guiwen (134)
- Two Applications of Number Theory Methods in Cryptography
 Kang Jiding (137)
- Decomposition of the Primes Divisors in a Cubic Separable Algebraic Function Field Yu Jietai (257)
- All Solid State Mg/I₂ Batteries Zhu Bin, Wang Dazhi, et al. (261)
- Investigation on Copper Determination with Graphite Furnace Atomic Absorption Using Orthogonal Design and Simple Optimization Methods Li Binxan, Zhang Xun, Xu Song (265)
- The Realization of Data Communication between Multichannel Analyzer and Microcomputer by Software

.....	Duan Xiaoyu, Wu Yonghua, et al.	(270)
Isotopic Exchange Reaction between Lattice Oxygen and $^{18}\text{O}_2$ in Gas		
Phase	Lin Peiyan, Yu Min, et al.	(274)
Study on the Morphology of EVA-VC and EVA-PVC		
.....	Chen Shunxi, Liu Jingjiang, Zhao Jinsong	(278)
Studies of Suspension PVC Particlls Morphology		
.....	Fan Chenggao, Zhao Jinsong	(283)
An Explanation	Su chun	(288)
The Effective Center of Ionization Chamber in Measurement		
of X-Ray Dosage.....	Li Qimin, Feng Zhengyong, et al.	(391)
Self Focusitg of Laser Beams in the Plasma Beat-Wave		
Accelerator.....	Wang Binghong, G Schmidt	(395)
Generlization of Hill's Variational Principle		
.....	Her Jurshiou	(399)
Geochronology of Ignecus Rocks from the Tongguanshan Ore Area of		
Anhui Province.....	Zhou Taixi, Li Xueming, et al.	(403)
Isotopic Compositions of Mashan Gold Deposits		
.....	Li Xueming, Li Binxian, et al.	(408)
The Estimation of the Weight of High Building Using μ		
.....	Chen Chunjie	(414)
Determiration of 7 Rare Earth Elements Simultaneously by X-Ray		
Fluorescence with an Improved Filter Paper Tecnique		
.....	Zhao Guiwen, Tang Yuqi, Mao Zhenwei	(419)
Oxygen-ion Conductor of the Bi_2O_3 - Na_2WO_4 System		
.....	Lin Fengliang, Hui Tengen	(514)
The Attapulgitg of Gia Shan and Its Contents Quality		
.....	Hui Tengen, Wang Yajun	(519)
A Study on the Colour Ractions of Rare Earths Flements with		
Chlorophosphonazo—mk	Zhu Yurui, Yin Xianglian,	
	Zhang Guoping, Zhao Guiwen	(523)
An Analytic Set-up for γ -ray Compton Profile and the Primary Measurement		
of Electron Momentum Distribution		
.....	Bian Zuhe, Wu Tiejun, Tang Xiaowei, Yang Baozhong	(528)
Balloon-Borne Experiment for Cosmic-Ray Isotopes		
.....	Zhou Dazhuang,	(532)
Deformation and Measurement of Surface and Central Temperature of		
Large Coal Particle During Its Devolatilization in a Small		
Fluidized Bed	Guo Mingdao	(536)
The Invariant Differential Operators of Order Two for Certain		
Nonsymmetric Domains.....	Chen Zhihe	(541)

JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

(Quarterly)

Vol. 17 No. 4 1987

Hefei, Anhui
The People's Republic of China

中国科学技术大学学报

(季刊)

第17卷 第4期(总第56期)

编辑出版:《中国科学技术大学学报》编辑部
(安徽省合肥市金寨路24号)

印刷:中国科学技术大学印刷厂

国内总发行:合肥市邮局

订购处:全国各地邮局

国外总发行:中国国际图书贸易总公司
(中国国际书店,北京2820信箱)

安徽省报刊登证:055 1987年12月出版

邮政代号:26—31

国外代号:Q 527