

# 不确定轮式机器人动力学鲁棒路径跟踪控制

郭娜娜<sup>1</sup>, 李宗<sup>1</sup>, 廖小兵<sup>2</sup>

(1. 解放军电子工程学院, 安徽合肥 230037; 2. 解放军陆军军官学院一系, 安徽合肥 230031)

**摘要:** 使用预知期望几何路径函数描述跟踪误差, 将路径跟踪问题转化为输出调节问题, 基于机器人的动力学模型运用输入输出线性化方法得到运动学-动力学混合控制律, 再使用反步法得到动力学控制律; 基于类 Lyapunov 方法设计不确定参数自适应律, 保证在未知定常参数情况下跟踪误差仍能够渐近收敛. 最后给出了渐近稳定性的证明, 数字仿真证实了该控制方案的有效性.

**关键词:** 轮式移动机器人; 输入输出线性化; 反步; 自适应; 鲁棒; 路径跟踪

**中图分类号:** TP18      **文献标识码:** A      doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2014.04.012

**引用格式:** Guo Nana, Li Zong, Liao Xiaobing. Dynamic robust path following control of a wheeled mobile robot with uncertainties [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2014, 44(4): 339-344.

郭娜娜, 李宗, 廖小兵. 不确定轮式机器人动力学鲁棒路径跟踪控制 [J]. 中国科学技术大学学报, 2014, 44(4): 339-344.

## Dynamic robust path following control of a wheeled mobile robot with uncertainties

GUO Nana<sup>1</sup>, LI Zong<sup>1</sup>, LIAO Xiaobing<sup>2</sup>

(1. The Journal Editorial Department of Electronic and Engineering Institute, Hefei 230037, China;  
2. The First Department of Army Officer Academy, Hefei 230031, China)

**Abstract:** A geometric function of target path was used to model tracking error, turning the path following problem under study into one of output regulation which was solved by backstepping a kinematic-dynamic mixed control law derived from input-output linearization method based on the dynamic model of the system. A Lyapunov-like method was used to derive parameter adaptation laws that ensured the asymptotical tracking of the target path despite the unknown constant parameters. Asymptotical convergence of the robot to the target path was proved and the numerical simulation results show the effectiveness of the control scheme.

**Key words:** wheeled mobile robot; input-output linearization; backstepping; adaptive; robust; path following

## 0 引言

移动机器人的路径跟踪问题, 尤其是轮式移动

机器人的路径跟踪问题近年来得到了广泛深入的研究. 这些研究大都采用投影法<sup>[1-2]</sup>寻找实际路径在期望路径上的投影而建立固连于投影点的坐标系来构

收稿日期: 2013-06-05; 修回日期: 2013-11-20

作者简介: 郭娜娜(通讯作者), 女, 1980年生, 硕士. 研究方向: 移动机器人. E-mail: 272107847@qq.com

建误差组态向量,为保证投影坐标系的唯一性,要求小车距离期望路径的距离必须小于投影点的曲率半径<sup>[1]</sup>,否则就会出现控制器奇异现象;另外还需要根据期望几何路径确定虚拟小车的运动,设计过程比较复杂,不利于实际应用;使用期望几何路径函数作为描述所跟踪路径及跟踪误差的控制方法研究<sup>[3-6]</sup>有两个好处:第一,可以将跟踪问题转化为输出调节问题,从而可以使用输入输出线性化方法设计反馈控制器<sup>[3]</sup>;第二,几何意义明显,便于理解,也利于工程人员的应用.其中,文献[3-4]使用轮式机器人的运动学模型,用几何路径函数构建跟踪误差并利用输入输出线性化方法实现了对期望路径的半全局渐近跟踪;文献[5]利用几何路径函数建立了一种非时间参考的运动学模型路径跟踪控制策略;文献[6]利用几何路径函数建立了路径跟踪问题的一种直观表述方法,借助虚拟小车表示法得出一种易于精确线性化的系统模型,并实现了运动学模型下的全局路径跟踪;文献[7]采用反演控制的相关理论,设计了移动机器人轨迹跟踪策略;文献[8]提出双闭环的控制系统结构,对非完整轮式机器人的路径跟踪进行了研究.到目前为止,尚没有在这种误差描述框架下同时使用机器人动力学模型并考虑系统参数不确定性的相关研究.

本文使用轮式机器人期望几何路径函数描述跟踪误差,将路径跟踪问题转化为输出调节问题,基于机器人的动力学模型应用输入输出线性化方法得到了一种形式简单、易于实现的运动学、动力学混合控制算法,继而使用反步法得到了动力学反馈控制律;基于类 Lyapunov 方法设计了不确定参数自适应律,保证了系统在动力学参数未知情况下所设计控制律仍可保证对参考路径的鲁棒渐近跟踪.

## 1 问题描述

本文研究的轮式机器人有两个完全相同、位置平行、永不变形的后轮,各受一个独立的电机驱动,前轮为转向轮.我们假设机器人各轮均与运动平面垂直,且轮子做纯滚动运动,即不发生侧滑;进一步假设轮子的质量和转动惯量可忽略并且机器人系统的质心位于后轮连轴的几何中心位置;设后轮电机产生的控制力矩为  $\tau_i, i=1,2$ . 设本文研究的小车具有以下动力学模型<sup>[2]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{v} &= (\tau_1 + \tau_2)/mr = p_1 u_1 \\ \dot{\omega} &= 2b(\tau_1 - \tau_2)/rI = p_2 u_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中,  $(x, y, \theta)$  是机器人质心在惯性坐标系下的位姿向量;  $(v, \omega)$  为机器人在运动平面向线速度和角速度.  $2b$  是两个后轮的间距,  $r$  是轮子的半径,  $I$  为机器人关于其质心的转动惯量,  $m$  为机器人的质量,并且有

$$p_1 = 1/mr, \quad p_2 = 2b/rI,$$

$$u_1 = \tau_1 + \tau_2, \quad u_2 = \tau_1 - \tau_2.$$

因此,所要研究的鲁棒路径跟踪控制问题可以描述如下:

设机器人要跟踪的几何路径为  $f(x, y) = 0$ , 已知期望前向速度为  $v_d$ , 并假设  $v_d$  有界且不变号. 系统参数  $r, m, I$  为未知常数, 则轮式机器人的几何路径跟踪问题为<sup>[7]</sup>: 设计反馈控制律  $(u_1, u_2)$  使得系统(1)在参数未知的情况下, 闭环轨迹  $(x(t), y(t), \theta(t), v(t), \omega(t))$  满足:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} f(x, y) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (v - v_d) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

记  $z_1 = f(x, y), z_2 = v - v_d$ , 将  $(z_1, z_2)$  看作是系统输出, 那么所要研究的鲁棒渐近路径跟踪问题就变成了系统输出的鲁棒渐近调节问题<sup>[8]</sup>, 即只要设计的控制律能保证

$$\left. \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} z_1 &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} z_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

就可实现对期望几何路径的渐近跟踪.

## 2 路径跟踪控制器设计

以下分别对  $z_1, z_2$  子系统进行设计.

### 2.1 线速度跟踪子系统鲁棒控制器设计

先对  $z_2$  求导如下:

$$\dot{z}_2 = p_1 u_1 - \dot{v}_d.$$

假设系统参数精确已知, 设  $k_1$  为可调正常数, 控制律  $u_1 = \frac{1}{p_1}(\dot{v}_d - k_1 z_2)$  可将  $z_2$  子系统输入输出线性化, 闭环方程变为

$$\dot{z}_2 = -k_1 z_2.$$

假设系统参数未知, 并设参数  $p_1$  估计值为  $\hat{p}_1, \bar{p} = p_1 - \hat{p}_1$ , 取类 Lyapunov 函数:

$$W = \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \bar{p}_1,$$

并有

$$\begin{aligned} \dot{W} &= z_2 \dot{z}_2 + \bar{p}_1 \dot{\bar{p}}_1 = \\ &-k_1 z_2^2 + \bar{p}_1 \left[ \frac{z_2}{\hat{p}_1} (\dot{v}_d - k_1 z_2) + \dot{\bar{p}}_1 \right]. \end{aligned}$$

将上式中参数误差项置零可得参数自适应律如下:

$$\dot{\hat{p}}_1 = -\dot{\bar{p}}_1 = (\dot{v}_d - k_1 z_2) \frac{z_2}{\hat{p}_1}.$$

若  $\hat{p}_1$  不过零,  $v_d, \dot{v}_d$  有界, 在控制律  $u_1 = \frac{1}{\hat{p}_1} (\dot{v}_d - k_1 z_2)$  和参数自适应律  $\dot{\hat{p}}_1 = (\dot{v}_d - k_1 z_2) \frac{z_2}{\hat{p}_1}$  作用下, 有  $\lim_{t \rightarrow \infty} z_1 = 0$  成立.

**证明** 由  $\dot{\hat{p}}_1 = (\dot{v}_d - k_1 z_2) \frac{z_2}{\hat{p}_1}$  知,  $\dot{W} = -k_1 z_2^2$ , 因

此,  $W \geq 0, \dot{W} \leq 0$ , 因而  $W$  有界, 即  $z_2, \bar{p}_1$  有界, 且

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{W} d\tau &= W|_{t=\infty} - W|_{t=0} = \\ &\left. \left( \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \bar{p}_1 \right) \right|_{t=\infty} - \left. \left( \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \bar{p}_1 \right) \right|_{t=0} \end{aligned}$$

也有界.

又

$$\ddot{W} = -2k_1 z_2 \dot{z}_2 = -2k_1 z_2 \left[ \frac{\hat{p}_1}{\hat{p}_1} (\dot{v}_d - k_1 z_2) - \dot{v}_d \right],$$

若  $\hat{p}_1$  不过零,  $v_d, \dot{v}_d$  有界, 则  $\ddot{W}$  必有界, 从而  $\dot{W}$  一致连续, 根据 Barbalat 引理可知, 必有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (-k_1 z_2^2) = 0,$$

即  $\lim_{t \rightarrow \infty} z_2 = 0$ .

## 2.2 路径跟踪子系统鲁棒控制器设计

对  $z_1$  求导如下:

$$\dot{z}_1 \triangleq h_2 v;$$

$$\ddot{z}_1 \triangleq h_1 + h_2 p_1 u_1;$$

$$\ddot{\tilde{z}} \triangleq h_2 p_1 \dot{u}_1 + h_3 p_1 u_1 + h_4 p_2 u_2 + h_5.$$

如果仍然按照输入输出线性化的方法直接设计  $u_2$ , 在参数未知的情况下,  $\ddot{\tilde{z}}$  中的非线性项  $p_1 h_2 \dot{u}_1$  与其估计值的误差值中必然含有参数误差的平方项, 无法用 Laypunov 方法将其消去来得到参数自适应律, 因此这种分子系统设计方案在未知参数情况下, 只能采用其他方法对  $u_2$  和相关参数自适应律进行设计.

将对  $z_1$  求导的结果重新写为以下形式:

$$\ddot{z} = h_1 + h_2 p_1 u_1 + h_3 \omega,$$

式中,

$$h_1 = v^2 (f_{xx} \cos^2 \theta + f_{yy} \sin^2 \theta + 2f_{xy} \sin \theta \cos \theta);$$

$$h_2 = f_x \cos \theta + f_y \sin \theta;$$

$$h_3 = f_y \cos \theta - f_x \sin \theta.$$

将  $\omega$  视为控制, 则假设参数精确已知, 取

$$\omega = \omega_d = \frac{1}{h_3 v} (-h_1 - h_2 p_1 u_1 - k_2 z_1 - k_3 \dot{z}_1),$$

使得闭环系统变为  $\ddot{z} = -k_2 z_1 - k_3 \dot{z}_1$ .

假设参数  $p_1$  未知, 且其估计值为  $\hat{p}_1$ , 误差  $\check{p}_1 = p_1 - \hat{p}_1$ ; 在  $\omega_d$  中使用估计参数, 则此时系统闭环方程变为

$$\ddot{\tilde{z}} = -k_2 z_1 - k_3 \dot{z}_1 + h_2 \check{p}_1 u_1.$$

令  $z_1 = x_1; \dot{z}_1 = x_2$ , 有:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_2 & -k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h_2 u_1 \end{bmatrix} \check{p}_1;$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_2 & -k_3 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 \\ h_1 u_1 \end{bmatrix} = B.$$

选取  $k_2, k_3$ , 确保  $A$  为 Hurwitz 阵;  $Q$  为正定对称阵, 求解以下方程  $PA + A^T P = -Q$  可得正定对称解  $P$ , 设  $X = [x_1, x_2]^T$ , 取  $V = X^T P X + k_4 \check{p}_1^2$ , 则

$$\dot{V} = -X^T Q X + 2B^T P X \check{p}_1 + 2k_4 \hat{p}_1 \dot{\check{p}}_1.$$

令  $\dot{\hat{p}}_1 = -\dot{\check{p}}_1 = \frac{1}{k_4} B^T P X$ , 则  $\dot{V} = -X^T Q X$ .

在  $\hat{p}$  不过零且  $v_d, \dot{v}_d$  有界的情况下, 系统在控制律

$$\hat{\omega}_d = \frac{-h_1 - h_2 \hat{p}_1 u_1 - k_2 z_1 - k_3 \dot{z}_1}{h_3 v}$$

及参数自适应律  $\dot{\hat{p}}_1 = \frac{1}{k_4} B^T P X$  作用下  $z_1$  有渐近收敛到零.

**证明** 在上述控制律和参数自适应律作用下, 有:  $V \geq 0, \dot{V} \leq 0$  成立, 因此  $V$  有界, 即  $X$  的元素有界,  $\check{p}$  有界且  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{V} |_{t=\infty} - V |_{t=0}$  存在且有界; 又

$$\ddot{V} = -X^T (A^T Q + Q A) X + 2B^T P X \check{p}_1,$$

若  $\hat{p}$  不过零且  $v_d, \dot{v}_d$  有界, 则  $\ddot{V}$  必有界, 从而  $\dot{V}$  一致连续, 由 Barbalat 引理知:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = -X^T Q X = 0,$$

即  $\lim_{t \rightarrow \infty} X = 0$ , 从而  $\lim_{t \rightarrow \infty} z_1 = 0$ .

令  $\alpha = \omega - \hat{\omega}_d$ , 则  $\dot{\alpha} = p_2 u_2 - \dot{\hat{\omega}}_d$ , 再假设系统参数精确已知, 则令  $u_2 = \frac{1}{p_2} (\dot{\hat{\omega}}_d - \alpha)$  可使  $\omega$  指数收敛到

$\omega_d$ ; 记  $u_2 = \frac{1}{p_2}(\chi + p_1 \delta)$ . 其中,

$$\begin{aligned} \chi &= -\alpha + \frac{\dot{h}_3(h_1 + h_2 \hat{p}_1 u_1 + k_2 z_1 + k_3 \dot{z}_1)}{h_3^2 v} - \frac{\dot{v} \Delta'}{h_3 v} - \\ &\frac{\dot{h}_2 \hat{p}_1 u_1 + h_2 \dot{\hat{p}}_1 u_1 + h_2 \hat{p}_1 \nabla + k_2 \dot{z}_1 + k_3 h_1 + k_3 h_3 \omega}{h_3 v}; \\ \delta &= \frac{h_3 u_1 (h_1 + h_2 \hat{p}_1 u_1 + k_2 z_1 + k_3 \dot{z}_1)}{h_3^2 v^2} + \\ &\frac{k_3 h_2 u_1 - 2 v u_1 \Delta}{h_3 v} - \frac{k_1 u_1}{h_3 v \hat{p}_1}; \\ \Delta &= f_{xx} \cos^2 \theta + f_{yy} \sin^2 \theta + 2 f_{xy} \sin \theta \cos \theta; \\ \Delta' &= (f_{xxx} \dot{x} + f_{xyy} \dot{y}) \cos^2 \theta + (f_{yyx} \dot{x} + f_{yyy} \dot{y}) \sin^2 \theta + \\ &2(f_{xyx} \dot{x} + f_{xyy} \dot{y}) \sin \theta \cos \theta - 2 f_{xx} \sin \theta \cos \theta \omega + \\ &2 f_{yy} \sin \theta \cos \theta \omega + 2 f_{xy} \omega (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta); \\ \nabla &= \frac{\ddot{v}_d + k_1 \dot{v}_d - z_2 \dot{u}_1^2}{\dot{p}_1}. \end{aligned}$$

若参数未知, 且参数估计值为  $p_1^*, p_2^*$ , 则  $\hat{u} = \frac{1}{p_2^*}(\chi + p_1^* \delta)$ , 设类 Lyapunov 函数形式如下式:

$$V_1 = \frac{1}{2} \alpha^2 + k_5 \bar{p}_1^2 + k_6 \bar{p}_2^2.$$

这里, 仍用  $\bar{p}_i$  表示  $p_i - p_i^*, i=1, 2$ , 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\alpha} + 2k_5 \bar{p}_1 \dot{\bar{p}}_1 + 2k_6 \bar{p}_2 \dot{\bar{p}}_2 = \\ &\alpha(p_2 \dot{\hat{u}} - \dot{\omega}_d) + 2k_5 \bar{p}_1 \dot{\bar{p}}_1 + 2k_6 \bar{p}_2 \dot{\bar{p}}_2 = \\ &-\alpha^2 + \frac{\bar{p}_2}{p_2^*} \alpha \chi - \alpha \delta \bar{p}_1 + p_1^* \frac{\bar{p}_2}{p_2^*} \alpha \delta + \\ &2k_5 \bar{p}_1 \dot{\bar{p}}_1 + 2k_6 \bar{p}_2 \dot{\bar{p}}_2. \end{aligned}$$

上式中, 将误差项置零, 可得参数自适应律

$$\dot{p}_1^* = -\dot{\bar{p}}_1 = \frac{-\alpha \delta}{2k_5}; \dot{p}_2^* = -\dot{\bar{p}}_2 = \frac{\alpha(\chi + p_1^* \delta)}{2k_6 p_2^*}.$$

在  $\hat{p}, p_2^*, h_3 v$  不过零的情况下, 若  $v_d, \dot{v}_d, \ddot{v}_d, f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}, f_{xxx}, f_{xxy}, f_{yyx}, f_{yyy}, f_{xyx}, f_{xyy}$  均有界, 则在控制律  $\hat{u}_2$  和上述参数自适应律  $\dot{p}_1^*, \dot{p}_2^*$  作用下, 有  $\lim_{t \rightarrow \infty} z_1 = 0$ .

**证明** 参数自适应律  $\dot{p}_1^*, \dot{p}_2^*$  保证了  $\dot{V}_1 = -\alpha^2$ . 由  $V_1 \geq 0, \dot{V} \leq 0$  可知,  $V_1$  有界, 即  $\alpha, \bar{p}_i, i=1, 2$  有界且  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{V} d\tau = V_1|_{t=\infty} - V_1|_{t=0}$  存在有限; 又

$$\begin{aligned} \ddot{V}_1 &= -2\alpha \dot{\alpha} = -2\alpha(p_2 \dot{\hat{u}}_2 - \dot{\omega}_d) = \\ &-2\alpha \left[ \frac{p_2}{p_2^*} (\chi + p_1^* \delta) - (\chi + p_1^* \delta - \alpha) \right], \end{aligned}$$

若  $v_d, \dot{v}_d, \ddot{v}_d, f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}, f_{xxx}, f_{xxy}, f_{yyx}, f_{yyy}, f_{xyx},$

$f_{xyy}$  均有界, 则  $\chi, \delta$  有界, 即  $\bar{V}_1$  有界,  $\dot{\bar{V}}_1$  一致连续, 由 Barbalat 引理知,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha^2 = 0$ , 因此  $\lim_{t \rightarrow \infty} z_1 = 0$ .

综上所述, 在动力学控制律

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{\hat{p}}(\dot{v}_d - k_1 z_2) \\ \hat{u}_2 &= \frac{1}{p_2^*}(\chi + p_1^* \delta) \end{aligned} \right\}$$

和参数自适应律

$$\left. \begin{aligned} \dot{p}_1 &= \frac{z_2(\dot{v}_d - k_1 z_2)}{\hat{p}_1} \\ \dot{\hat{p}}_1 &= \frac{1}{k_4} B^T P X \\ \dot{p}_1^* &= \frac{-\alpha \delta}{2k_5} \\ \dot{p}_2^* &= \frac{\alpha(\chi + p_1^* \delta)}{2k_6 p_2^*} \end{aligned} \right\}$$

的作用下, 若  $\hat{p}_1, p_2^*, h_3 v$  不过零, 并假设  $v_d, \dot{v}_d, \ddot{v}_d, f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}$  和  $f_{xxx}, f_{xxy}, f_{yyx}, f_{yyy}, f_{xyx}, f_{xyy}$  均有界, 则轮式机器人线速度渐近收敛到期望速度  $v_d$ , 且真实轨路径近收敛到期望路径  $f(x, y) = 0$ .

**注 2.1** 已有研究表明<sup>[8]</sup>, 在  $\|z_{10}\|, \|\dot{z}_{10}\|$  足够小的情况下,  $h_3 v$  不会过零;

**注 2.2**  $k_1, k_2, m_1, m_2, c_1, c_2, c_3$  及系统的初始状态为可调参数, 可以根据所要解决路径跟踪实际问题灵活调整参数来实现各种控制指标.

### 3 仿真

仿真实例中, 真实系统动力学参数选为  $p_1 = 1$  ( $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ ),  $p_2 = 1$  ( $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ ) 并设定期望线速度为  $v_d = 0.1$  m/s. 其余参数为  $c_1 = 0.5556, c_2 = 1.8889, c_3 = 2.3333, k_1 = 1, k_2 = 0.5, k_3 = 1, k_4 = k_5 = k_6 = 100$ . 其中, 图 1 是跟踪直线  $x + 2y - 1 = 0$  的仿真结果, 初始条件取  $(x, y, \theta, v, \omega, u_1, \hat{p}_1, \hat{p}_2)|_0 = (0.25, 0.8, -\pi/4, 0.05, 0.2, 2, 2, 2)$ .

图 2 是跟踪正弦路径  $y = \sin x$  仿真曲线, 初始条件取  $(x, y, \theta, v, \omega, u_1, \hat{p}_1, \hat{p}_2)|_0 = (1.9, 0.6, 0, 0.05, 0.2, 2, 2, 2)$ . 图 3 是跟踪圆  $x^2 + y^2 = 1$  仿真曲线, 初始条件取  $(x, y, \theta, v, \omega, u_1, \hat{p}_1, \hat{p}_2)|_0 = (0.5, 0.5, 0, 0.05, 0.2, 2, 2, 2)$ .

从仿真结果可以看出, 在初始参数误差达到 100% 的情况下, 所设计控制方案仍然可以实现路径跟踪误差的快速收敛, 充分体现了所设计控制方案的快速性和对系统参数的鲁棒性.

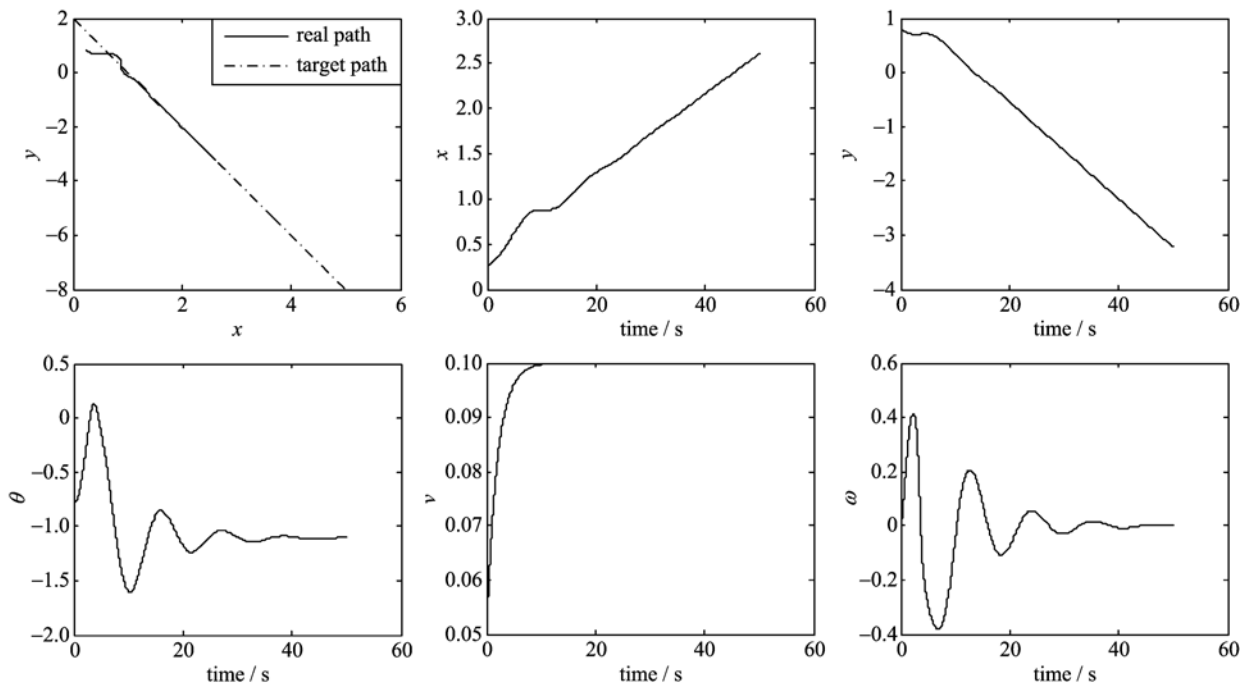


图 1 跟踪直线路径仿真曲线

Fig. 1 The simulation curve tracking linear path

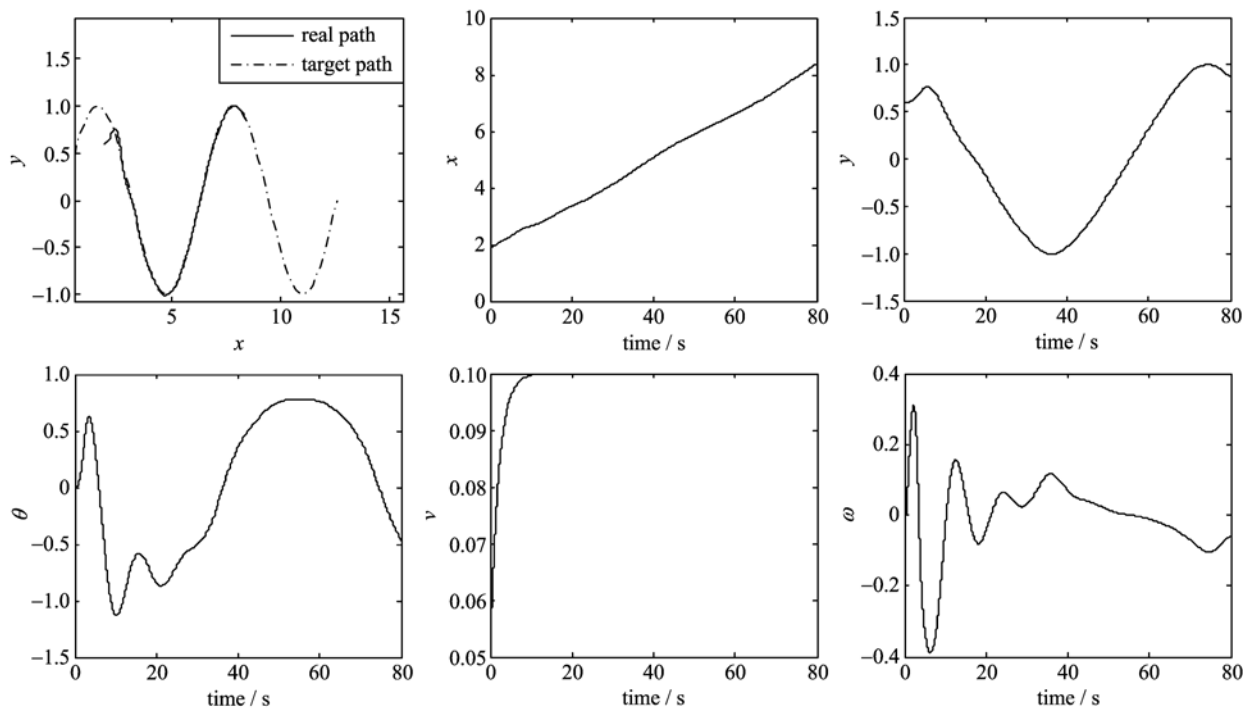


图 2 跟踪正弦路径仿真曲线

Fig. 2 The simulation curve tracking a sinusoidal path

## 4 结论

本文研究了不确定轮式机器人系统路径跟踪问题,得到以下结果:

(I) 将路径跟踪问题转化为输出调节问题,用输入输出线性化方法得到了路径跟踪运动学-动力学混合反馈控制律;利用反步法得到了动力学路径跟踪控制律.

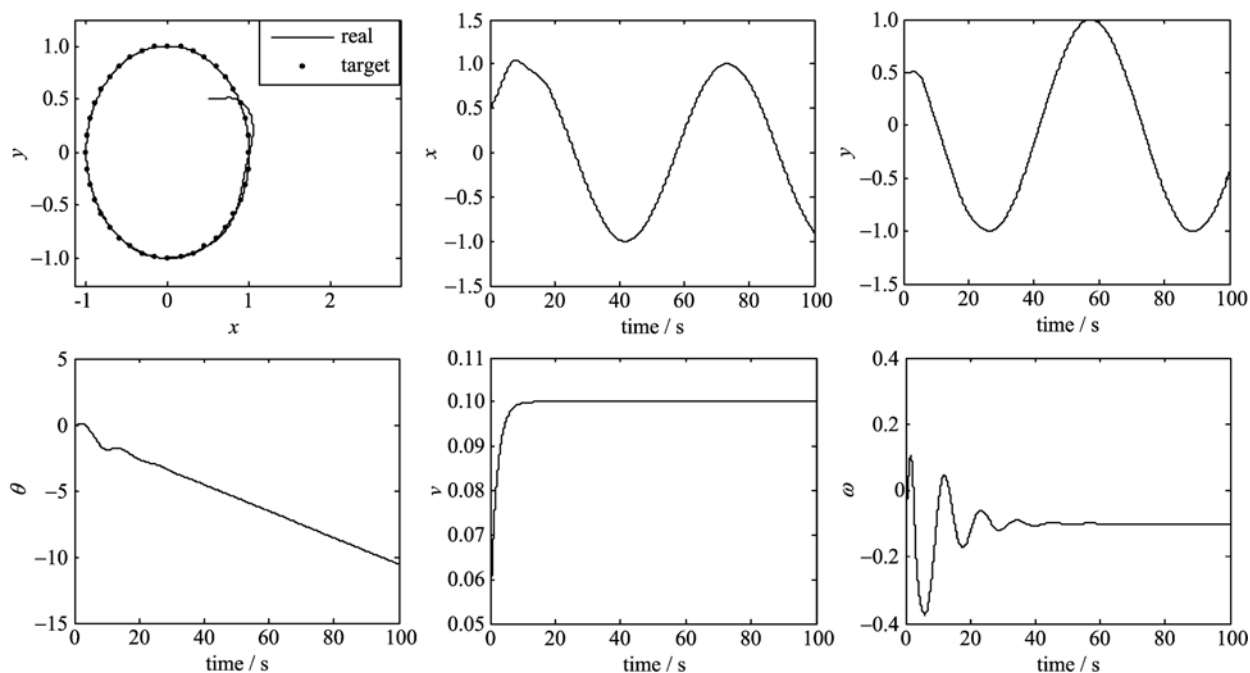


图 3 跟踪圆路径仿真曲线

Fig. 3 The simulation curve tracking circular path

(II) 基于类 Lyapunov 方法设计参数自适应律,保证了控制律在参数不确定条件下仍可实现跟踪误差的渐近收敛。

文中的控制方案及参数自适应律仅仅实现了轮式机器人的局部渐近路径跟踪,且要求一些估计参数不能过零,小车行进过程中速度不能过零,下一步的研究将考虑放松或去掉这些限制条件下轮式机器人的路径跟踪鲁棒控制器的设计问题。

#### 参考文献 (References)

- [1] Diaz del Río F, Jiménez G, Sevillano J L, et al. A generalization of path following for mobile robots[C]// Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation. Detroit, USA: IEEE Press, 1999, 1: 7-12.
- [1] Diaz del Río F, Jiménez G, Sevillano J L, et al. A Path following control for unicycle robots[J]. Journal of Robotic System, 2001, 18(7): 325-342.
- [2] Lapierre L, Soetanto D, Pascoal A. Nonsingular path following control of a unicycle in the presence of parametric modeling uncertainties [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2006, 16(10): 485-503.
- [3] 马保离, 霍伟. 移动小车的路径跟踪与镇定[J]. 机器人, 1995, 17(6): 358-362.
- [4] 马保离. 基于观测器的轮式移动机器人路径跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(5): 757-760.
- [5] 王耀栋, 马旭东, 戴先中. 非时间参考的移动机器人路径跟踪控制[J]. 机器人, 2004, 26(3): 198-203.
- [6] Han Da-peng, Wei Qing, Li Ze-xiang. Path following of mobile robots using a virtual vehicle approach[C]// Proceedings of the 25th Chinese Control Conference. Harbin, China: IEEE Press, 2006:1 533-1 537.
- [7] 席雷平, 段连飞, 江涛. 非完整四轮式移动机器人反演轨迹跟踪控制[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(8): 2 143-2 145.
- [8] Yue Ming, Wang Shuang, Zhang Yong-shun. Adaptive robust motion/force coordinated control of nonholonomic wheeled mobile robot via a double closed-loop strategy [J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(7): 801-807.
- 岳明, 王爽, 张永顺. 双闭环策略下非完整轮式机器人鲁棒性自适应运动/力协调控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(7): 801-807.