

基于 pair copula-LMSV-t 模型的投资组合风险研究

张 勳,程希骏,方 正,郭键鸿,刘 峰

(中国科学技术大学统计与金融系,安徽合肥 230026)

摘要:提出了 LMSV-t 模型并以其作为边缘分布的估计,来构建 pair copula-LMSV-t 多元投资组合模型.采用 LMSV-t 模型估计边缘分布能够更好地刻画资产收益率的波动性和长记忆性等非线性特征,从而更精确地估计投资组合的 VaR.同时通过对中国股市开放式基金的实证分析,证明该投资组合模型在描述单个资产的非线性特征和资产之间的相依性方面都有进步.

关键词:LMSV-t; pair copula; VaR; 马尔可夫链蒙特卡罗

中图分类号:F830.91;O212 **文献标识码:**A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2015.12.010

引用格式:Zhang Mian, Cheng Xijun, Fang Zheng, et al. Analysis of portfolio VaR by pair copula-LMSV-t[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2015,45(12):1024-1029.

张勳,程希骏,方正,等.基于 pair copula-LMSV-t 模型的投资组合风险研究[J].中国科学技术大学学报,2015,45(12):1024-1029.

Analysis of portfolio VaR by pair copula-LMSV-t

ZHANG Mian, CHENG Xijun, FANG Zheng, GUO Jianhong, LIU Feng

(Dept. of Statistics and Finance, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: The LMSV-t model was adopted to estimate the marginal distribution, instead of the GARCH model, which has been adopted before, and the pair copula-LMSV-t model was constructed. Furthermore, the method for parameter estimation of LMSV-t by MCMC was offered. An empirical example with the open-end fund's data demonstrates the superiority of the LMSV-t model in describing the volatility and long memory of asset's return. Using the LMSV-t model as the description of the marginal distribution, the pair copula-LMSV-t model has better performance in the analysis of portfolio VaR.

Key words: LMSV-t; pair copula; VaR; MCMC

0 引言

近年来,基于 pair copula 的多变量时间序列模型为研究金融时间序列的相依关系提供了一种新方法,如 Aas 等^[1]对 C 藤和 D 藤的 pair copula 分解方法的研究大大促进了其在实际中的应用.相比于众

多对 pair copula 藤结构的研究文献, pair copula 在金融风险管理方面的研究成果较少. Mendes 等^[2]讨论了 D 藤 pair copula 分解模型在投资组合管理上的应用, Hofmann 等^[3]利用 D 藤 copula 和 GARCH 模型对投资组合 VaR 进行了研究.黄恩喜等^[4]利用 C 藤和 GARCH 模型对中国股市投资组

收稿日期:2014-10-11;修回日期:2015-06-23

基金项目:国家自然科学基金(11371340)资助.

作者简介:张勳,男,1992年生,硕士.研究方向:投资组合. E-mail: mianzy@mail.ustc.edu.cn

通讯作者:程希骏,副教授. E-mail: xjc@ustc.edu.cn

合 VaR 进行了研究,陈清平等^[5]对混合 copula 模型及应用做了深入研究.所有这些研究在利用 pair copula 构建多元联合密度函数时,对单个资产收益的边缘分布估计都采用 GARCH 模型.

我们知道,一般来说金融资产收益率的时间序列数据具有高峰厚尾性、波动的聚集性和长记忆性等特征.和 GARCH 族模型一样,SV 族模型也是一种可以刻画这些特征的异方差模型,如 Durbin 和 Koopman^[6]提出的有效估计 SV 族模型的马尔科夫链蒙特卡罗模拟方法(MCMC),就极大地促进了 SV 族模型在实际中的应用.关于 GARCH 族和 SV 族模型在理论上的差异,国内外学者已经做了大量的比较研究, Kim 等^[7]的研究表明 GARCH 族模型对金融时间序列杠杆效应、高峰厚尾等非线性特征的精确刻画有所欠缺;余素红等^[8]比较了标准 SV 模型和 GARCH 模型对中国股市的数据拟合优度,表明 SV 模型更适合中国股市的特征.作为 SV 模型的进一步演化;Breidtet 等^[9]在标准 SV 模型的基础上,假定波动服从弱平稳分整过程,从而提出长记忆随机波动模型(LMSV),使其能够更好地描述资产收益波动的长记忆性.

本文在 LMSV 模型基础上,假定随机扰动项服从 t 分布,提出了 LMSV-t 模型,以 LMSV-t 模型为边缘分布的估计,来构建 pair copula-LMSV-t 多元投资组合模型,最后对投资组合的 VaR 结果进行回测检验.研究发现,该投资组合模型可以准确度量单个资产收益率的高峰厚尾、波动性和长记忆性等非线性特征,同时能很好地描述资产之间的相依关系,从而可以更准确地度量 VaR 等风险指标,为投资组合风险管理提供了新思路.

1 LMSV-t 模型及参数估计

普通的 LMSV 模型^[9]常假定随机扰动项服从正态分布,考虑到资产收益的厚尾特征,我们令随机扰动项 ϵ_t 服从自由度为 ω 的 t 分布,即 $\epsilon_t \sim t(\omega)$,则 LMSV-t 模型可以表述为

$$\left. \begin{aligned} y_t &= \sigma_* \exp\{h_t/2\} \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim t(\omega); \\ \varphi(B)(1-B)^d h_t &= \theta(B) \eta_t, \quad \eta_t \sim \text{iid } N(0, \tau^2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, y_t 是 t 时期的收益, $h_t = \ln \sigma_t^2$, σ_t 是波动率, σ_* 是比例系数, B 是滞后因子, $\varphi(B)$ 是自回归项, $\theta(B)$ 是滑动平均项,按照 LMSV(1, d , 0) 模型, $\varphi(B) = 1 - \varphi B$, $\theta(B) = 1$;有关 LMSV 模型中 y_t 的方差、峰

度等参数及其他性质,可以参见文献[10].

我们知道,LMSV 模型参数估计的方法有马尔可夫链蒙特卡罗(MCMC)方法、QML(伪极大似然估计)、GMM(广义矩估计)以及半参数方法等. Jacquier 等^[11]的研究表明采用 MCMC 方法的参数估计有很好的有限样本特性,参数估计更准确,故本文选用 MCMC 方法对 LMSV-t 模型进行参数估计.此外如何抽样是 MCMC 方法参数估计的关键,常用的抽样方法有 Metropolis-Hastings 和 Gibbs 抽样方法等,其中 Gibbs 抽样是最简单也是应用最广泛的.下面给出对 LMSV(1, d , 0)-t 模型的 $n+5$ 个待定参数 $d, \varphi, \tau, \omega, h_{0:n}$ 的 Gibbs 抽样步骤:

第一步:设定初始状态点

$$\Psi(0) = (h_{0:n}(0), d(0), \varphi(0), \tau(0), \omega(0));$$

第二步:从条件分布 $\pi(h_{0:n}(t) | h_{0:n}(0), d(0), \varphi(0), \tau(0), \omega(0))$ 中抽取 $h_{0:n}(1)$;

第三步:用 $h_{0:n}(1)$ 代替 $h_{0:n}(0)$,从 $\pi(d(t) | h_{0:n}(1), d(0), \varphi(0), \tau(0), \omega(0))$ 抽取 $d(1)$;

第四步:按照类似的方法,抽取其他未知量.重复进行若干次,直到收敛为止.

在上述参数的抽样估计之后,我们可用 DIC 准则(即方差信息准则)来检验 LMSV-t 模型的拟合效果.事实上由 Spiegelhalter^[12]在 2002 年提出的 DIC 准则,其本质是提供了模型复杂度与拟合优度之间的一个权衡. DIC 准则中的 Bayesian 偏离为

$$D(a, \theta_T^*) = -2 \ln L(a, \theta_T^*) \quad (2)$$

式中, (a, θ_T^*) 是参数;模型复杂程度的惩罚因子 P_D 为

$$P_D = E_{a, \theta_T^* | \gamma} D(a, \theta_T^*) - D(E_{a | \gamma}(a) - E_{\theta_T^* | \gamma}(\theta_T^*)) = \bar{D} - (\bar{a}, \bar{\theta}_T) \quad (3)$$

则

$$DIC = \bar{D} + P_D = D(\bar{a}, \bar{\theta}_T) + 2P_D,$$

其值越小说明拟合结果越好.在 WinBUGS 软件中,不断更新 (a, θ_T^*) 后由 D 的样本均值作为 \bar{D} 的估计值,将 (a, θ_T^*) 通过模拟得到的后验样本均值带入式(2)则得到 $D(\bar{a}, \bar{\theta}_T)$;经过 MCMC 之后的 DIC 值就可以直接由 WinBUGS 程序包得到.

2 pair copula-LMSV-t 模型

在获得边缘分布的估计之后,可以利用 pair copula 方法构建多元联合分布. pair copula 对高维相依结构的分解有 C 藤和 D 藤两种常见形式^[1].对

藤结构的各种讨论及下面的相应各参数的估计详见文献[1-5],这里不再赘述.在估计出藤结构参数后,可以采用对数似然函数值、AIC 准则、BIC 准则等来检验 pair copula 的拟合优度^[13],从而决定是采用 C 藤还是 D 藤.

我们使用下面的步骤来构建 pair copula-LMSV-t 模型:

第一步:利用 LMSV-t 模型对单个资产收益进行建模,根据样本数据和 MCMC 方法估计模型的参数;

第二步:在得出 LMSV-t 模型中的对数平方波动的估计 \hat{h}_t 后,就得到残差序列的估计 $\hat{\epsilon}_t = \sigma_* y_t \cdot \exp(-\hat{h}_t/2)$.对残差估计进行概率积分变换,转换成 0~1 均匀分布,即使其满足 copula 函数边缘分布的要求;

第三步:对第二步中得出的序列计算各相关系数,按相关系数的大小确定藤结构中各结点位置^[14];

第四步:选用 student's t copula^[1] 作为二元 copula 函数,依据对数极大似然估计方法估计相应藤结构各参数.

至此,我们就可以构建出具有 LMSV-t 边缘分布的高维投资组合模型.

3 该模型下的 VaR 运算及检测

在构建了 pair copula-LMSV-t 模型后,可以利用 VaR 方法检验模型的有效性^[3-4].鉴于用解析方法计算投资组合的 VaR 有困难,故常用蒙特卡罗模拟的方法来得到其 VaR 值.我们的仿真过程如下:

第一步:由高维藤结构模型随机生成 n 个独立服从 $[0,1]$ 均匀分布序列 $u_{1,t}, \dots, u_{n,t}$;

第二步:根据边缘分布 LMSV-t 中扰动项服从 t 分布的假设,用 t 分布的逆函数求出模拟序列的扰动项 $\epsilon_{u_{1,t}}, \dots, \epsilon_{u_{n,t}}$;

第三步:根据 LMSV-t 模型,模拟出未来时期的对数平方波动 h_t ,并由 $r_t = \sigma_* \exp\{h_t/2\} \epsilon_{n,t}$ 计算出单只资产的仿真收益率 $r_{1,t}, \dots, r_{n,t}$;

第四步:由 $r_{i,t} = \ln(P_{i,t}/P_{i,t-1})$ 求出 t 时期的价格 $P_{i,t} = P_{i,t-1} \cdot \exp\{r_{i,t}\}$,则可以得到单只资产的损失率 $L_{i,t} = (P_{i,t-1} - P_{i,t})/P_{i,t-1} = 1 - \exp\{r_{i,t}\}$;

第五步:结合给定的投资组合权重,加权计算出

投资组合在 t 时期的损失率 L_t ;

第六步:重复模拟若干次,得到投资组合的损失率仿真序列,由此拟合出经验分布.在给定的置信水平 $1 - \alpha$ 下,可以由 $P\{L_t \leq \text{VaR}_t(\alpha)\} = \alpha$ 计算出 t 时期的 VaR 值.

在获得多个时期的 VaR 的值之后,可以采用 Kupeic 和 Christoffersen 给出的检验方法来回测检验模型的预测效果,操作步骤详见文献[15-16].

4 实证分析

我们不妨取含有 5 个资产的投资组合来进行研究,则 5 维联合分布函数按 C 藤和 D 藤^[1]可分别分解为:

$$f(x_1, \dots, x_5) = \left[\prod_{i=1}^5 f_i(x_i) \right] \cdot c_{12} \cdot c_{13} \cdot c_{14} \cdot c_{15} \cdot c_{23|1} \cdot c_{24|1} \cdot c_{25|1} \cdot c_{34|12} \cdot c_{35|12} \cdot c_{45|123} \quad (4)$$

$$f(x_1, \dots, x_5) = \left[\prod_{i=1}^5 f_i(x_i) \right] \cdot c_{12} \cdot c_{23} \cdot c_{34} \cdot c_{45} \cdot c_{13|2} \cdot c_{24|3} \cdot c_{35|4} \cdot c_{14|23} \cdot c_{25|34} \cdot c_{15|234} \quad (5)$$

本文所选取的投资组合为契约型开放式基金华夏成长基金(000001)在 2013 年第一季度的前 5 个持仓股,并按照持仓比例调整投资组合系数,如伊利股份、长城汽车、万科 A、格力电器、保利地产所占比例分别为 0.261 8, 0.252 9, 0.167 7, 0.164 2, 0.153 4;样本数据来源于国泰安 CSMAR 数据库,区间为 2013 年 3 月 4 日到 2014 年 9 月 30 日,剔除节假日后每组样本数据 381 个,样本外数据 24 个,这段时间是该基金持股开始到沪港通正式开始前,涵盖了市场一个熊市走向牛市的过程,具有一定的代表性;记第 i 只股票每日收盘价为 $P_{i,t}$,则相应的样本收益率定义为 $r_{i,t} = \ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1}$.把样本中各个收益率序列的统计特性和相应的 Jarque-Bera 检验排起来形成表 1.

从表 1 可知,投资组合各收益率序列的偏度明显不为 0,且 Jarque-Bera 检验的 h 值都为 1, $h=1$ 时拒绝检验数据符合正态分布的原假设,即每组收益率序列都拒绝正态性假设,故不能用正态分布来拟合.我们选用 LMSV(1, $d, 0$)-t 模型来拟合每组资产收益 $f(x_i)$ 的边缘分布,并以 SV(1, $d, 0$)-t 模型为比较项;参数估计采用 MCMC 常用的软件 WinBUGS 程序包^[11]来实现;依照 Kim 和 sherphard 的建议^[7],各个参数可设置为

表 1 收益率序列的统计特征

Tab. 1 Statistical characteristics of return series

资 产	均值	方差	偏度	峰度	JB 统计量	prob	<i>h</i>
伊利股份	0.002 234	0.000 629	0.421 243	3.192 173	126.167 11	<0.001	1
长城汽车	0.004 561	0.000 124	-0.016 512	5.881 925	9.252 12	0.02	1
万 科 A	0.001 035	0.000 375	-0.228 712	7.110 320	231.921 24	<0.001	1
格力电器	0.001 302	0.000 578	1.094 932	8.127 293	55.523 86	<0.001	1
保利地产	0.001 682	0.000 981	-0.349 471	11.213 89	500.015 3	<0.001	1

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= 2\varphi^* - 1, \\ \varphi^* &\sim \text{beta}(20, 1.5); \\ \tau^2 &\sim \text{gamma}(2.5, 0.025); \\ d &\sim \text{unif}(-0.5, 0.5); \\ \omega &\sim \text{chisqr}(8) I(4, 40) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Smirnov 检验的 *P* 值显著大于 0.05, 更充分地说明了原假设的成立; 再比较 LMSV-t 和 SV-t 模型的 DIC 检验值, 前者明显小于后者, 说明综合考虑拟合优度和模型复杂度之后, LMSV-t 模型更适合描述它们的边缘分布。

分别在模拟退火 4 000 次, 待参数值平稳后, 再模拟 4 000 次, 得到各资产边缘分布的参数和 DIC 值, 同时还可以得到对数平方波动的估计 \hat{h}_t , 进而得到残差序列的估计 $\hat{\epsilon}_t$. 对残差序列进行 Kolmogorov-Smirnov 检验, 结果如表 2 中所示。

然后我们对残差项 $\hat{\epsilon}_t$ 进行概率积分变换, 转换成服从 0~1 均匀分布的序列, 以便应用于藤结构的参数估计. 在估计 C 藤和 D 藤的参数之前, 我们用计算 kendall- τ 秩相关系数的方法对 C 藤进行结点选择^[14]. 投资组合 kendall- τ 秩相关系数计算如表 3 所示。

由表 2 可知, 各收益率序列的分整阶数 *d* 约为 0.3 左右, 说明有长记忆特性, 也可以看出 t 分布的自由度 ω 在 9 左右, 说明随机扰动项服从 t 分布的假设可以接受, 而 95% 置信度下残差项的 Kolmogorov-

方便起见, D 藤中各结点也采用上述编号。

表 2 边缘分布的参数估计和检验结果

Tab. 2 Parameter estimation and test results of marginal distribution

资 产	<i>d</i>	φ	τ	ω	<i>P</i> ***	DIC(LMSV-t)	DIC(SV-t)
伊利股份	0.310 (0.121)* [0.024]**	0.917 2 (0.023) [0.012]	0.378 (0.091) [0.010]	8.001 (3.125) [0.254]	0.325	-877.121	-812.627
长城汽车	0.324 (0.105) [0.012]*	0.924 (0.030) [0.002]	0.331 (0.072) [0.009]	7.239 (2.728) [0.322]	0.085	-974.124	-853.226
万 科 A	0.317 (0.101)* [0.007]**	0.917 (0.032) [0.002]	0.510 2 (0.214 3) [0.023]	8.138 (3.616) [0.175]	0.394	-874.172	-935.192
格力电器	0.310 (0.124)* [0.013]*	0.9239 (0.029) [0.002]	0.402 (0.123) [0.012]	8.989 (3.312) [0.243]	0.451	-981.581	-978.321

【注】(·)表示标准误差; [·]表示蒙特卡罗误差; *P* 表示 ϵ_t 的 Kolmogorov-Smirnov 检验的 *P* 值; *, ** 表示显著水平程度。

表 3 投资组合 kendall- τ 相关系数

Tab. 3 Kendall- τ correlation coefficient of portfolio

资 产	伊利股份	长城汽车	万 科 A	格力电器	保利地产	各行总和	编号
伊利股份	1.000 000	0.178 021	0.128 129	0.246 291	0.321 921	1.827 442	4
长城汽车	0.178 021	1.000 000	0.127 182	0.219 235	0.129 381	1.653 809	5
万 科 A	0.128 129	0.127 182	1.000 000	0.219 232	0.591 281	2.065 814	2
格力电器	0.246 291	0.219 235	0.219 232	1.000 000	0.301 568	1.986 306	3
保利地产	0.321 921	0.129 381	0.591 281	0.301 568	1.000 000	3.344 151	1

在选定结点之后,用极大似然方法估计 C 藤和 D 藤中的参数^[1],并计算出对数似然值和 AIC 准则、BIC 准则的检验值,如表 4 所示。

从表 4 可知,D 藤的 AIC 和 BIC 值均略小于 C 藤的,说明 D 藤在描述这组投资组合时稍显优势,故我们将选用 D 藤来描述高维相依结构。至此,我们可以运用估计出来的参数构建出 pair copula-LMSV-t 多元投资组合模型。

最后对投资组合的风险进行研究。利用第 3 节中指出的蒙特卡罗方法计算 VaR 的步骤,预测出后面 24 个交易日不同置信度下的收益率 VaR;再以投资组合实际收益率的 VaR 为基础,分别对两模型下的 VaR 进行 Kupiec 和 Christoffersen 检验,检验结果如表 5 所示。

从表 5 可见,pair copula LMSV-t 模型在不同置信水平和不同检验方法下都具有显著性;而 pair copula SV-t 模型在 95%置信水平下 Christoffersen 检验的 P 值接近 0.05,说明显著性已不明显。由此可见,pair copula LMSV-t 模型在投资组合 VaR 的预测上有较大优势。

5 结论

本文在 pair copula 理论、LMSV 模型和 student's t 分布的基础上首次提出了 pair copula-LMSV-t 模型,并结合蒙特卡罗模拟给出了计算投资组合 VaR 的方法。与常用的 GARCH 模型、SV 模型不同,我们采用 LMSV-t 的边缘分布能够更充分考虑资产收益的高峰厚尾、波动性和长记忆性等的影响,从而使得我们对于投资组合的风险的控制更为有效。

本文没有对高频数据的收益率特性进行实证分析。从理论上讲,高频数据收益率的高峰厚尾、波动性和长记忆性等特征更明显,更适合采用 pair copula-LMSV-t 模型。但是鉴于在参数估计上的繁杂,我们认为此模型尚不具备高频交易中要求快速反应的能力,仅可以应用于投资周期较长的投资组合。并且对于出现不存在尾部相依情况的两个具有相依性结构的资产,如果采用 regular vine copula,则可大大地推广它的应用范围。后续的研究可以着重在通过不同的 copula 模型以及不同的藤结构,对

表 4 C 藤和 D 藤参数估计

Tab. 4 Parameters estimation of C-vines and D-vines

C 藤	ρ_c	ω_c	D 藤	ρ_D	ω_D
1,2	0.912 407	3.520 918	1,2	0.912 407	3.520 918
1,3	0.585 291	10.769 181	2,3	0.489 075	10.240 18
1,4	0.379 812	5.198 661	3,4	0.389 058	4.035 427
1,5	0.179 876	5.125 978	4,5	0.312 089	10.189 871
2,3 1	0.089 098	30.000 00	1,3 2	0.198 251	22.687 512
2,4 1	0.037 125	26.191 72	2,4 3	0.156 712	5.125 981
2,5 1	0.015 812	9.120 821	3,5 4	0.239 181	6.871 256
3,4 1,2	0.258 761	5.891 251	1,4 2,3	0.078 621	30.000 00
3,5 1,2	0.367 659	7.375 460	2,5 3,4	0.047 681	30.000 00
4,5 1,2,3	0.197 242	30.000 00	1,5 2,3,4	0.043 251	3.798 711
log-likelihood	201.765 8		log-likelihood	210.871 9	
AIC	-321.788 9		AIC	-335.128 7	
BIC	-265.901 8		BIC	-267.987 1	

【注】二元 pair copula 函数选用 student's t copula^[1];当 student's t copula 的自由度大于 30 时,可近似认为是 Gaussian copula,所以表 4 中 student's t copula 的自由度凡是大于 30 的,均以 30 代替。其中, ρ, ω 是 pair copula 高维分解中 C 藤, D 藤结构中的参数。

表 5 pair copula LMSV-t 模型与 pair copula SV-t 模型下 VaR 的回测检验

Tab. 5 Back testing of VAR in pair copula LMSV-t model and pair copula SV-t model

投资组合模型	90%置信水平		95%置信水平	
	LRuc(P)	LRcc(P)	LRuc(P)	LRcc(P)
pair copula LMSV-t	1.138(0.286)	2.138(0.343)	0.037(0.847)	1.037(0.595)
pair copula SV-t	0.078(0.780)	5.532(0.063)	0.472(0.492)	5.962(0.052)

【注】括号内为 LRuc(Kupiec 检验)和 LRcc(Christoffersen 检验)统计量对应的 P 值。

模型的适用范围进行拓展,使得模型可以更好地应用于实际市场当中。

参考文献(References)

- [1] Aas K, Czado C, Frigessi A, et al. Pair-copula constructions of multiple dependence [J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2009, 44(2): 182-198.
- [2] de Melo Mendes B V, Semeraro M M, Leal R P C. Pair-copulas modeling in finance [J]. *Financial Markets and Portfolio Management*, 2010, 2(24):193-213.
- [3] Hofmann M, Czado C. Assessing the VaR of a portfolio using D-vine copula based multivariate GARCH models[R/OL]. doi: 10.1.1.176.6447.
- [4] Huang Enxi, Cheng Xijun. Analysis of portfolio VaR by pair copula-GARCH[J]. *Journal of the Graduate School of the Chinese Academy of Sciences*, 2010, 27(4): 440-447.
黄恩喜,程希骏. 基于 pair copula-GARCH 模型的多资产组合 VaR 分析[J]. *中国科学院研究生院学报*, 2010, 27(4): 440-447.
- [5] Chen Qiping, Chen Xijun. A study on pair-copula constructions of multiple dependence [J]. *Journal of Applied Statistics and Management*, 2013, 32(2): 232-239.
陈清平,程希骏. 一个基于 pair-copula 法构建高维相依结构的研究[J]. *数理统计与管理*, 2013, 32(2):232-239.
- [6] Durbin J, Koopman S J. Monte Carlo maximum likelihood estimation for non-Gaussian state space models [J]. *Biometrika*, 1997, 84(3): 669-684.
- [7] Kim S, Shephard N, Chib S. Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models [J]. *The Review of Economic Studies*, 1998(65):361-393.
- [8] Yu Suhong, Zhang Shiyong. The Comparative research between the SV and GARCH models on their abilities to describe financial time series [J]. *Systems Engineering*, 2002, 20(5): 28-33.
- 余素红,张世英. SV 与 GARCH 模型对金融时间序列刻画能力的比较研究[J]. *系统工程*, 2002, 20(5): 28-33.
- [9] Breidt F J, Crato N, de Lima P. The detection and estimation of long memory in stochastic volatility[J]. *Econometrics*, 1998(83): 325-348.
- [10] Ghysels E, Harvey, Renault E. Stochastic volatility [M]// *Handbook of Statistics*, Vol. 14. Berlin: Elsevier Science BV, 1996:119-191.
- [11] Jacquier E, Polson N G, Rossi P E. Bayesian analysis of stochastic volatility models[J]. *Journal of Business & Economic Statistics*, 2002, 20(1): 69-87.
- [12] Spiegelhalter D J, Best N G, Carlin B P, et al. Bayesian measures of model complexity and fit [J]. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 2002(64):583-639.
- [13] Wang Yue, Cheng Xijun, Ma Lijun. Dependence analysis of SZI & HSI based on the two-parameter Copula [J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2011, 41(17): 1-7.
王玥,程希骏,马利军. 基于双参数 Copula 沪港股市的相关性分析[J]. *数学的实践与认识*, 2011, 41(17): 1-7.
- [14] Czado C, Schepsmeier U, Min A. Maximum likelihood estimation of mixed C-vines with application to exchange rates [J]. *Statistical Modelling*, 2012, 12(3): 229-255.
- [15] Kupiec P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [J]. *The Journal of Derivatives*, 1995, 3(2):73-84.
- [16] Christoffersen P F. Evaluating interval forecasts[J]. *International Economic Review*, 1998; 39(4):841-862.