第45卷第6期 中国科学技术大学学报 Vol. 45,No. 6
2015年6月 JOURNAL OF UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY OF CHINA Jun. 2015

文章编号:0253-2778(2015)06-0507-10

基于消费者差异商品感知价值的企业最优定价

雷骏飞,刘 杰,蒋 宁

(中国科学技术大学管理学院,安徽合肥 230026)

摘要:不同消费者对同一商品的感知价值往往不同.基于此差异的商品感知价值和对企业供货率的理性估计,消费者选择一个企业购买商品.垄断市场下,企业的最优进货量和供货率随着最优价格的上升而增加.由于消费者对商品感知价值分布密度的非单调性,企业的局部最优定价不一定等于其全局最优定价.在含有 n 个企业的竞争市场下,求出了稳定状态下的纳什均衡解并且证明了其唯一性.当企业数量 n 为有限个时,企业有可能采取不同的最优定价,在除两处特殊区域以外,所有企业均获得相同的最优利润.当企业数量 n 无限大时,所有企业的最优利润相同.

关键词:理性期望;商品感知价值;价格;供货率

中图分类号:F274 **文献标识码**:A doi:10.3969/j.issn.0253-2778.2015.06.012

引用格式:Lei Junfei, Liu Jie, Jiang Ning. Optimal pricing based on customers' perceived values of products[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2015,45(6):507-516.
雷骏飞,刘杰,蒋宁. 基于消费者差异商品感知价值的企业最优定价[J]. 中国科学技术大学学报,2015,45(6):507-516.

Optimal pricing based on customers' perceived values of products

LEI Junfei, LIU Jie, JIANG Ning

(*School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026, *China*)

Abstract: Different customers attach different perceived values to the same products. And a customer chooses a firm based on such a difference in perceived values and his rational expectation of the firm's product availability. In a monopoly market, a firm's optimal quantity and product availability increase with its optimal price. Due to the non-monotonicity of distribution density from customers' perceived values, a firm's local optimal price is not necessarily equal to its global optimal price. In a competitive market with n firms, the pure Nash equilibrium result was solved and its uniqueness proved. When n is finite, firms may adopt different optimal prices, and all firms achieve the same optimal profit expect in two special conditions. However, when n is infinite, all firms share a same optimal profit in equilibrium.

Key words: rational expectation; goods perceived values; price; product availability

---

收稿日期:2015-03-31;**修回日期**:2015-05-27

基金项目:中国科学技术大学创新团队培育基金(WK2040160008),国家自然科学基金(71471168)资助.

作者简介:雷骏飞,男,1990年生,硕士. 研究方向:供应链管理与消费者行为. E-mail:afei1990@mail.ustc.edu.cn

通讯作者:刘杰,博士/副教授. E-mail:jiel@ustc.edu.cn

0 引言

消费者基于主观认知确定产品的消费价值，不同消费者对同一件商品的价值可能持不同态度. 我们将消费者对产品消费价值的总体评价称为消费者的感知价值. 在学术界，消费者的感知价值为基于行为理论的最优运作研究提供了理论依据. 在企业界，企业试图通过提升消费者对其商品的感知价值获得更多利润和市场份额. 例如，波特[1]认为企业竞争力的根本源于企业能为顾客创造的价值；王高[2]提出"顾客感知价值是下一个竞争优势的源泉".

在市场营销学和经济学研究中，差异商品价值是企业最优定价的重点考虑因素之一. 消费者认为相同商品拥有不同的消费价值可以从感知差异的角度理解. 这种现象在信息商品市场（比如书籍、CD/DVD、游戏或者软件商品）表现得尤为突出. 信息商品的物理价值相对稳定，但随着消费者对商品渴望程度的下降，其消费价值逐渐贬值[3]. 比如，青少年认为某一游戏软件的消费价值很高，但老年人持相反观点. 再比如，专业书籍对科研工作者的消费价值很高，而对非科研工作者而言价值相对较低. 在游戏软件市场，Shiller 等[4]通过实证研究表明，消费者在使用商品后会快速下调对商品原有的价值感知，在使用某游戏软件的 6 个月内，消费者对商品的价值感知由最初的 80 美元下降至仅几美元. 这是因为信息商品的价值往往是无形的，而消费者的价值感知却与消费者使用经验和购买态度息息相关[5].

在管理科学领域，消费者对商品价值的差异感知可以解释消费者的差异购买行为. 相关文献大都基于消费者的期望盈余模型展开[6-7]，从单个消费者层面解释了其购买动机和购买行为. 企业根据消费者对商品价值感知的分布确定其最优定价策略. 在垄断市场环境下，Liu 等[8]指出企业可以通过故意缺货手段来刺激消费者在当期购买商品，因为缺货信息降低了消费者在未来购买商品所获得的期望盈余. Su 等[9]证明了企业的供货承诺有助于提高其最优利润. 供货承诺信息提高了企业的实际供货率，进而刺激更多的消费者购买商品并最终实现企业利润的增长. 竞争市场环境下，Dana 等[10]分别研究了博川德时间下和古诺时间下 n 个企业的价格和库存竞争. 该模型中所有的企业和消费者均为同质，故企业和消费者在纯纳什均衡状态下表现出相同的行为. 不同于该模型，本文中消费者对商品持有不同的价值感知，故在纯纳什均衡状态下表现差异购买行为. 其他文献重点讨论消费者在不同时间段内对商品的差异价值感知，其中最早的是文献[11]. 基于文献[11]的研究，Conlisk[12]在期望盈余模型中考虑了每一期的新增消费者，并证明原有的企业最优定价策略依然可行. Cachon 等[13]研究了在流行市场中企业如何在销售之初设定一个初始进货量来吸引消费者. 随着时间的推移，产品的价值和期望供货率逐渐下降，消费者根据自身的期望盈余函数选择最优购买时间，企业依据消费者行为优化定价. 本文考虑多个企业在单期状态下的静态博弈而没有考虑时间因素. 不同于以上文献的研究背景，在信息商品市场下（例如，书籍、CD/DVD、游戏或者软件商品），即使不考虑时间因素，消费者对同一件商品的价值感知依然存在很大的不同. 基于信息商品市场下企业的最优定价研究在以往文献中很少出现.

本文采用基于随机市场需求的报童模型来分析企业的最优定价策略（类似于文献[14-16]）. Chen 等[17]和 Bernstein 等[18]研究了竞争市场下的报童模型. 其中不确定的市场需求通过价格竞争方式分配给各企业；消费者无法查知企业的库存信息但是被告知了价格信息. Mishra 等[19]分析了库存敏感需求下企业的最优定价、库存策略. 为了避免消费者在遇到缺货时转移到其他企业购买商品，企业更倾向于提高其库存水平. 当企业同时在价格和库存两方面竞争时，报童模型会变得非常复杂. Bernstein 等[20]研究了企业同时在价格和供货率两方面展开竞争. 该模型中消费者只能选择一个企业购买商品，且当该企业缺货时消费者不能转到其他企业购买. Zhao 等[21]引入新的方法来解决 n 个企业同时在价格和需求竞争的报童模型. 他们证明了该问题的类凸性并且指出了纯纳什均衡解的存在性. 本文同样证明了竞争环境下含有 n 个企业的报童模型的纯纳什均衡解. 不同于参考文献，消费者会根据企业已公布的价格信息理性估计企业的供货率. 通过这种方法，将 n 个企业同时在价格和供货率展开竞争的报童模型转化为只在价格展开竞争的报童模型，进而求出均衡状态下的纯纳什均衡解.

1 垄断市场模型

垄断市场下企业 R 的成本是 c，所售商品的价格是 p，进货量是 q. 整个市场的需求为 D 且服从分布 F（该分布的分布密度函数为 f）. 消费者对商品

的价值持两种差异态度 V_1 和 V_2（$V_1 > V_2$）（比如，当产品的颜色、气味和形状不同时，消费者对同质商品持有不同的价值感知）. 市场上 $d_1 D$ 消费者认为商品有高价值 V_1，$d_2 D$ 消费者认为商品有低价值 V_2（$d_1+d_2=1$）. 每个消费者最多购买 1 件商品，花费的搜索费用为 h. 其中企业的库存信息为非公开，未能销售的商品残值为零. 模型中企业的决策变量为价格 p 和进货量 q，消费者决定是否从企业购买商品.

对企业而言，低售价和高供货率能够吸引更多的消费者，因为单个消费者在购买商品后的期望效益会增加. 然而，过低的价格会降低企业单件商品的边际利润，过高的库存增加企业滞销所带来的风险. 对消费者而言，他们在决定购买之前持有相应的最高心理承受价格. 通过比较实际价格与最高心理承受价格再决定是否光顾该企业. 如果消费者认为光顾该企业会带来正的心理盈余，他们会光顾该企业，反之亦然. 接下来，本节分别从消费者和企业两个角度讨论理性预期模型.

1.1　消费者的角度

如果商品的零售价格 p 小于消费者的最高心理承受价格 r，消费者会选择光顾该企业，反之则不会. 由于消费者的最高心理承受价格 r 与企业的供货率密切相关，消费者会理性地预测供货率. 假设消费者预测需求 D 的分布密度函数为 $g(D)$. 那么，每个消费者在光顾企业后成功购买到商品的概率为 $\int_0^{+\infty}\frac{\min(D,q)}{D}g(D)\mathrm{d}D$. 根据文献[10]，每个消费者会根据自己对实际需求的感知得出供货率的条件概率密度 $g(D)$. $g(D)=\frac{Df(D)}{E(D)}$. 所以，企业的供货率 u 可以表示为

$$u=\frac{\int_0^{+\infty}\min(D,q)f(D)\mathrm{d}D}{E(D)}=\frac{E\{\min(D,q)\}}{E(D)}.$$

若该企业有货（概率为 u），消费者的消费盈余为 $V_i-p-h(i=1,2)$；若企业缺货（概率为 $1-u$），消费者的消费盈余为 $-h$. 因此消费者的期望盈余是 $(V_i-p)u-h$. 显然，消费者的最大心理承受价格 r 在其期望盈余为零时取得，即对商品的价值持看法 V_i 时，消费者的最大心理承受价格

$$r_i=V_i-\frac{h}{u},i=1,2.$$

1.2　企业的角度

企业会选择消费者的最大心理承受价格 r_i 为其最优定价. 因为该定价在不影响需求的前提下最大化了企业的边际利润. 企业可以通过市场观察的方式理性地发现消费者的最大承受价格 r_i. 进而，基于该定价方式最优化其利润函数

$$\pi(p,q)=pE\{\min(\widetilde{D},q)\}-cq.$$

考虑到消费者对商品价值持不同看法，若企业只希望吸引对商品持高价值 V_1 的消费者，其定价为

$$p=r_1,\widetilde{D}=d_1 D;$$

若企业希望吸引市场上所有的消费者，其定价为

$$p=r_2,\widetilde{D}=D.$$

企业的利润函数 $\pi(p,q)$ 关于进货量 q 的导数为

$$\frac{\mathrm{d}\pi(p,q)}{\mathrm{d}q}=p\left(1-F\left(\frac{D}{\widetilde{D}}q\right)\right)-c.$$

因此，当价格 p 确定时，企业一定会选取进货量 $q=F^{-1}\left(\frac{p-c}{p}\right)$ 为其最优进货量.

1.3　理性均衡

在理性预期下，消费者和企业双方的博弈行为可以分解为两方独立的决策问题. 每个独立决策问题都有自己的唯一最优解且不依赖于对方的决策. 比如，消费者的最大承受价格 r_i 仅依赖于理性预期 u；企业观察并选取 r_i 为其最优定价且最优订货量 q 仅依赖于该定价. 因此，所有的博弈方都可以凭借自身的理性预期和理性观察分别决定自己的最优方案. 在理性均衡中，所有的预期和观察都与最终结果保持一致，消费者的理性预期 u 最终会等于企业的实际供货率 θ，企业的定价 p 能够准确地取为消费者的最大心理承受价格 r_i. 总结前文的讨论，在理性均衡下企业有如下最优决策：

① $p=r_i,u=\theta,r_i=V_i-\frac{h}{u}$；

② $q=\frac{\widetilde{D}}{D}F^{-1}\left(\frac{p-c}{p}\right)$；

③ $\theta=\frac{E\{\min(\widetilde{D},q)\}}{E(\widetilde{D})}$.

如果企业取高定价策略（针对持商品价值 V_1 的消费者）$p_1=r_1$，那么其最优进货量为

$$q(r_1)=d_1\cdot F^{-1}\left(\frac{r_1-c}{r_1}\right),$$

其最优利润为 $\pi(r_1,q(r_1))$. 如果企业取低定价策略（针对持商品价值 V_2 的消费者）$p_2=r_2$，那么其最优进货量为

$$q(r_2)=F^{-1}\left(\frac{r_2-c}{r_2}\right),$$

其最优利润为$\pi(r_2,q(r_2))$. 比较两种情况下企业的利润,当$\pi(r_1,q(r_1))>\pi(r_2,q(r_2))$时,企业采取高定价策略$r_1$,否则采取低定价策略$r_2$.

性质1 当搜索费用h小于其相对应的上限$\bar{h}$时,企业存在最优解. 其中,当

$$d_1>(r_2\int_0^{F^{-1}\left(\frac{r_2-c}{r_2}\right)}Df(D)\mathrm{d}D)/(r_1\int_0^{F^{-1}\left(\frac{r_1-c}{r_1}\right)}Df(D)\mathrm{d}D)$$

时

$$p^a=r_1=V_1-\frac{hE(D)}{E\left\{\min\left(D,\frac{q^a}{d_1}\right)\right\}} \tag{1}$$

$$q^a=d_1F^{-1}\left(\frac{p^a-c}{p^a}\right) \tag{2}$$

反之,

$$p^a=r_2=V_2-\frac{hE(D)}{E\{\min(D,q^a)\}} \tag{3}$$

$$q^a=F^{-1}\left(\frac{p^a-c}{p^a}\right) \tag{4}$$

当搜索费用h大于其上界$\bar{h}$时,企业的目标函数为非凸函数或者其最优利润为负数,故没有最优值. 当市场上大部分消费者对商品持高价值看法时,企业选择高定价为最优决策并依靠较高的边际成本获得最优利润;当市场上对商品持低价值的消费者比例较高时,企业选择低定价为最优决策并依靠较高的市场需求获得最优利润. 由式(1)和式(4)可知,高价格意味着高供货率;由式(2)和式(5)可知,高价格意味着高进货量;由式(3)和式(6)可知,高进货量意味着高供货率. 因此,在任意一个最优定价区间内,最优价格p^a、最优进货量q^a和最优供货率θ^a这3者相互呈正相关关系.

如果市场中消费者对商品价值有n种看法V_1, V_2,…,$V_n(V_1>V_2>\cdots>V_n)$,每一价值V_i对应的消费者比例为$d_i(d_1+d_2+\cdots+d_n=1)$,企业的全局最优决策需要通过两步求解. 如果企业取价格$p_j=r_j(1\leqslant j\leqslant n)$,那么其最优进货量为

$$q(r_j)=\sum_{k=1}^{j}d_k\cdot F^{-1}\left(\frac{r^j-c}{r^j}\right),$$

其最优利润为$\pi(r_j,q(r_j))$. 首先,我们判断企业的局部最优解. 若$\pi(p_j,q(p_j))>\pi(p_{j-1},q(p_{j-1}))$且$\pi(p_j,q(p_j))>\pi(p_{j+1},q(p_{j+1}))$,那么$p^*=p_j$为局部最优解. 当$d_i$的分布函数为非单调递增时,企业有可能存在多个局部最优解,全局最优解需要在比较各局部最优解的利润后确定. 因为当n无限大时,$\sum_{k=1}^{j}d_k$可近似看作一连续函数. $d_1<d_2<\cdots<d_n$保证了$\frac{\mathrm{d}(\sum_{k=1}^{j}d_k)^2}{\mathrm{d}^2p_j}<0$进而保证$\frac{\mathrm{d}(\pi(p_j,q(r_j)))^2}{\mathrm{d}^2p_j}<0$,故目标函数的局部最优解等于全局最优解;反之,则无法保证

$$\frac{\mathrm{d}(\pi(p_j,q(r_j)))^2}{\mathrm{d}^2p_j}<0,$$

故需要通过扫描的方式寻找全局最优解.

性质2 当消费者对商品价值有n种看法V_1, V_2,…,V_n时,企业存在局部最优决策为$\{p_j^*,q_j^*\}$ $(j=1,2,\cdots)$. $\{p_j^*,q_j^*\}$满足条件

$$p_j^*=V_j-\frac{h}{\theta_j^*},\ \frac{q_j^*}{\sum_{k=1}^{j}d_k}=F^{-1}\left(\frac{p_j^*-c}{p_j^*}\right),$$

$$\pi(p_j^*)>\pi(p_{j-1}^*),\ \pi(p_j^*)>\pi(p_{j+1}^*).$$

全局最优解(p^a,q^a)满足如下条件:

$$p^a=\operatorname{argmax}(\pi(p_j^*,q_j^*)) \tag{5}$$

$$\frac{q^a}{\sum_{k=1}^{a}d_k}=F^{-1}\left(\frac{p^a-c}{p^a}\right) \tag{6}$$

$$\theta^a=\frac{E\left\{\min\left(D,\frac{q^a}{\sum_{k=1}^{a}d_k}\right)\right\}}{E(D)} \tag{7}$$

2 竞争市场模型

假设完全竞争市场下有n个相同的企业R_1, R_2,…,R_n销售同一件商品. 企业先决定商品的价格再确定最优进货量. 在印刷品和软件产品定价时,企业需要为商品设定一个长期价格,而每一期的进货量则在上一期期末确定. 因此,价格是一个长期决策变量而进货量是一个短期决策变量. 每个企业的价格和进货量分别记为p_i和$q_i(i=1,2,\cdots,n)$,所有企业的成本均为c. 消费者认为商品价值为两种:高价值V_1和低价值$V_2(V_1>V_2)$,每种商品价值所对应的消费者市场份额为$d_i(i=1,2,d_1+d_2=1)$. 类似于垄断市场下的模型,本节同样分别从消费者和企业讨论理性预期模型.

2.1 消费者的角度

竞争市场下,消费者选择能获得高期望盈余$(V_i-p_i)u_i-h$的企业购买商品. 如果所有企业提供

的期望盈余相同，消费者以相同的概率随机分配给各企业. 假设企业 R_i 的市场份额为 φ_i，R_i 的目标方程为 $\pi(p_i,q_i)=p_iE\{\min(\varphi_iD,q_i)\}-cq_i$. 求解该方程可得 $\frac{q_i}{\varphi_i}=F^{-1}\left(\frac{p_i-c}{p_i}\right)$. 因此，消费者预测企业的供货率

$$u_i=\frac{E\{\min(\varphi_iD,q_i)\}}{E(\varphi_iD)}=\frac{E\left\{\min\left(D,\frac{q_i}{\varphi_i}\right)\right\}}{E(D)}=\frac{E\left\{\min\left(D,F^{-1}\left(\frac{p_i-c}{p_i}\right)\right)\right\}}{E(D)}.$$

注意到，消费者可以通过企业公布的价格信息准确地判断企业的供货率. 令 $Q_i=\frac{q_i}{\varphi_i}$，企业在竞争市场下供货率的表达式与垄断市场下供货率的表达式一致. 因此，消费者的期望盈余为

$$U_i=(V_i-p_i)u\left(F^{-1}\left(\frac{p_i-c}{p_i}\right)\right)-h,$$

企业的利润函数为

$$\pi(p_i,\varphi_i)=\varphi_i(p_iE\{\min(D,Q_i(p_i))\}-cQ_i(p_i))=\varphi_i\Pi(p_i).$$

接下来，我们分析消费者的购买行为. 消费者的期望盈余函数 U_i 为凸函数，存在唯一价格 p_i^c 使得 $p_i^c=\operatorname{argmax} U_i$. 当其他企业的售价为 $\tilde{p}>p_i^c$ 时，企业 R_i 出价 $p_i=\tilde{p}-\varepsilon$ 可以吸引所有消费者(因为 $U(\tilde{p}-\varepsilon)>U(\tilde{p})$). 当其他企业售价为 $\tilde{p}\leqslant p_i^c$ 时，企业 R_i 出价 $p_i=\tilde{p}-\varepsilon$ 会流失已有的消费者(因为 $U(\tilde{p}-\varepsilon)<U(\tilde{p})$). 因此，企业的降价行为不一定带来更多的市场份额.

2.2　企业的角度

首先，我们分析企业为争夺某一特定类型消费者的最优定价策略. 假设市场上所有企业的价格为 $\tilde{p}(p_i^c<\tilde{p}<r_i)$. 若企业 R_i 提高售价至 $\tilde{p}+\varepsilon$，没有消费者愿意从该企业购买商品，因为 $U(\tilde{p}+\varepsilon)<U(\tilde{p})$；若此时企业 R_i 降低售价至 $\tilde{p}-\varepsilon$，所有消费者愿意从该企业购买商品，因为 $U(\tilde{p}+\varepsilon)>U(\tilde{p})$. 当价格降为 p_i^c，没有企业愿意继续降价，因为更低的价格只会造成已有消费者流失. 因此，在竞争市场环境下，企业最终定价 p_i^c 吸引相应的消费者.

当市场中消费者对商品价值持有两种认知 V_1 和 V_2 时，我们分析企业的定价策略.

①当其他企业定价 p_1^c，企业 R_i 有 2 种定价策略. 如果企业 R_i 定价 p_1^c，该企业和其他企业平分已有的市场份额；如果企业 R_i 定价 $\max(p_1^c-\varepsilon,r_2)$（当 V_1 与 V_2 的差值过大时，$p_1^c-\varepsilon>r_2$，即所有对商品持 V_2 价值的消费者在此处的期望盈余为负），可以获得所有对商品持 V_2 价值消费者的市场份额 d_2.

②当已有 $m(m>1)$ 个企业定价 p_1^c，$n-m-1$ 个企业定价 p_2^c 时，企业 R_i 有 2 种定价策略. 如果企业 R_i 选择定价 p_1^c，那么其市场份额为 $d_1/(m+1)$；如果企业 R_i 选择定价 p_2^c，那么其市场份额为 $d_2/(n-m)$.

③当其他企业定价为 p_2^c，企业 R_i 同样有两种定价策略. 企业 R_i 定价 p_2^c 可以分得 $1/n$ 的市场份额；企业 R_i 定价 $p_2^c+\varepsilon$ 则可以获得 d_1 的市场份额. 当只有一个企业针对某类消费定价时，其定价策略类似于垄断市场下的最优定价策略，即能够吸引消费者的最大价格. 当有 2 个或 2 个以上的企业竞争同一类消费者时，其最优定价策略只有 p_i^c.

2.3　理性均衡

类似于垄断模型的理性均衡结果，消费者和企业的博弈可以分解为两方独立的决策问题. 每个独立决策问题都有自己的唯一最优解且不依赖于对方的决策，所有的预期和观察都与最终结果保持一致. 因此，消费者的理性预期 u 最终会等于企业的实际供货率 θ. 企业在竞争市场下的最优定价分析比垄断市场的要复杂的多. 5 种最优定价策略可能出现在理性均衡结果中. ①所有企业均要价 $p_i=p_1^c$；②所有企业均要价 $p_i=p_2^c$；③$m(m>1)$ 个企业要价 $p_i=p_1^c$，$n-m$ 个企业要价 $p_i=p_2^c$；④一个企业要价 $p_i=p^n-\varepsilon$（p^n 为方程 $U_1=U_1(p_2^c)$ 的较大根），其余 $n-1$ 个企业要价 $p_i=p_2^c$；⑤$n-1$ 个企业要价 $p_i=p_1^c$，剩余的 1 个企业要价 $p_i=\max(p_1^c-\varepsilon,r_2)$.

性质 3　均衡状态下，企业存在唯一的纳什均衡解.

（Ⅰ）　当 $p_1^c>r_2$ 时，存在 4 个临界点 k_1,k_2,k_3 和 $k_4(k_1<k_2<k_3<k_4)$. 其中，

$$k_1=\frac{\Pi(p_2^c)}{n\Pi(p_n)},k_2=\frac{\Pi(p_2^c)}{(n-1)\Pi(p^n)+\Pi(p_2^c)},$$

$$k_3=\frac{(n-1)\Pi(r_2)}{(n-1)\Pi(r_2)+\Pi(p_1^c)},k_4=\frac{n\Pi(r_2)}{n\Pi(r_2)+\Pi(p_1^c)}.$$

① 如果 $d_1<k_1$，所有企业的最优定价 $p_i^c=p_2^c$，最优进货量 $q_i^c=\frac{1}{n}F^{-1}\left(\frac{p_2^c-c}{p_2^c}\right)$；

② 如果 $k_1\leqslant d_1<k_2$，$n-1$ 个企业的最优定价 $p_i^c=p_2^c$，最优进货量 $q_i^c=\frac{1-d_1}{n-1}F^{-1}\left(\frac{p_2^c-c}{p_2^c}\right)$，剩余的

1 个企业的最优定价 $p_i^c=p^n-\varepsilon$，最优进货量

$$q_i^c=d_1F^{-1}\left(\frac{p^n-c}{p^n}\right);$$

③ 如果 $k_2\leqslant d_1<k_3$，$m(m>1)$个企业的最优定价 $p_i^c=p_1^c$，最优进货量 $q_i^c=\frac{d_1}{m}F^{-1}\left(\frac{p_1^c-c}{p_1^c}\right)$，剩余$(n-m)$个企业的最优定价 $p_i^c=p_2^c$，最优进货量

$$q_i^c=\frac{1-d_1}{n-m}F^{-1}\left(\frac{p_2^c-c}{p_2^c}\right).$$

其中，$m=\frac{d_1\Pi(p_1^c)}{d_1\Pi(p_1^c)+d_2\Pi(p_2^c)}n$；

④ 如果 $k_3\leqslant d_1<k_4$，$n-1$ 个企业的最优定价 $p_i^c=p_1^c$，最优进货量 $q_i^c=\frac{d_1}{n-1}F^{-1}\left(\frac{p_1^c-c}{p_1^c}\right)$，剩余的 1 个企业的最优定价 $p_i^c=r_2$，最优进货量

$$q_i^c=(1-d_1)F^{-1}\left(\frac{r_2-c}{r_2}\right);$$

⑤ 如果 $d_1\geqslant k_4$，所有企业的最优定价 $p_i^c=p_1^c$，最优进货量 $q_i^c=\frac{d_1}{n}F^{-1}\left(\frac{p_1^c-c}{p_1^c}\right)$.

(Ⅱ)当 $p_1^c\leqslant r_2$ 时，企业存在 4 个临界点 k_1，k_2，s_1 和 $s_2(k_1<k_2<s_1<s_2)$. 其中，

$$s_1=1-\frac{1}{n-1},s_2=1-\frac{1}{n}.$$

① 参见(Ⅰ)中结果①；

② 参见(Ⅰ)中结果②；

③ 如果 $k_2\leqslant d_1<s_1$，参见(Ⅰ)中结果③；

④ 如果 $s_1\leqslant d_1<s_2$，$n-1$ 个企业的最优定价 $p_i^c=p_1^c$，最优进货量 $q_i^c=\frac{d_1}{n-1}F^{-1}\left(\frac{p_1^c-c}{p_1^c}\right)$，剩余的 1 个企业的最优定价 $p_i^c=p_1^c-\varepsilon$，最优进货量

$$q_i^c=(1-d_1)F^{-1}\left(\frac{p_1^c-\varepsilon-c}{p_1^c-\varepsilon}\right);$$

⑤ 如果 $d_1\geqslant s_2$，所有企业的最优定价 $p_i^c=p_1^c$，最优进货量 $q_i^c=\frac{1}{n}F^{-1}\left(\frac{p_1^c-c}{p_1^c}\right)$.

当 $p_1^c>r_2$ 时，企业的 4 个临界点分别为 k_1，k_2，k_3 和 k_4，而当 $p_1^c\leqslant r_2$ 时，企业的 4 个临界点变为了 k_1，k_2，s_1 和 s_2. 该差异是由消费者对商品价值 V_1 和 V_2 差异较大造成的. 如果 $p_1^c>r_2$，当企业以价格 p_1^c 竞争 V_1 价值的消费者时，此价格超出了 V_2 价值消费者的最大心理承受价格 r_2. 因此，企业平分价值 V_1 的消费者时不能吸引 V_2 价值消费者. 企业为吸引 V_2 价值消费者至少需要将价格降至 r_2. 如果 $p_1^c\leqslant r_2$，企业以价格 p_1^c 竞争 V_1 价值消费者时会同时吸引 V_2 价值消费者. 为吸引全部 V_2 价值消费者，企业只需要降价任一无限小量 ε.

当 n 逐渐增大时，k_1 和 k_2 趋近于零且 k_3，k_4，s_1 和 s_2 趋近于 1. 这意味着当存在数量足够多的企业时，市场上同时存在 2 种均衡价格 p_1^c 和 p_2^c. 该结果不同于一般的研究结论，即同质企业在均衡状态下的最优策略相同. 事实上，我们的结论是传统研究结论的变式，因为市场中每个企业的最优利润是近似相等的(性质 4 将具体指明在何处企业的最优利润可能不等). 市场需求 D 在传统研究中没有被细分，因而企业在均衡状态下会以相同的价格吸引消费者. 在本文的模型中，市场需求被分为两部分 d_1D 和 d_2D. 为合理分配两部分需求，企业会自动产生 2 种均衡价格分别吸引对应的消费者. 例如，当 d_1 变大时，③情况下企业取最优定价 p_1^c 的数量 m 也会增加. 所以，同质企业在完全竞争市场的均衡状态下也会出现不同的最优定价策略.

性质 4 相较于其他企业，当 $k_1\leqslant d_1<k_2$ 时，最优定价为 $p_i^b=p^n-\varepsilon$ 的企业可能获得较高的利润；当 $k_3\leqslant d_1<k_4$ 时(当 $s_1\leqslant d_1<s_2$ 时)，最优定价为 $p_i^b=r_2$(最优定价为 $p_i^b=p_1^c-\varepsilon$)的企业可能获得较高的利润.

当只有一个企业针对某一类消费者定价时，其最优定价策略与垄断市场下的最优定价策略相同，即能够成功吸引消费者的最大价格 $p_{\max}$($p_{\max}$可能等于 $p^n-\varepsilon$，r_2 或者 $p_1^c-\varepsilon$). 当有两个或者两个以上的企业同时竞争同一类型的消费者时，其最优定价一定为 p_i^c. 由于 $p_{\max}$与 p_i^c 之间的差值，在已有一个企业垄断某一类消费者时，第二个企业在决定是否参与竞争该类消费者时会变得异常谨慎，进而留给垄断企业获得较高利润的空间. 当 n 足够大时，此种垄断现象不会出现. 因为企业为争夺市场份额的价格战会随着企业数量的增加而会变得激烈，因而没有企业能够垄断某一类消费者.

下面，我们分析更一般的情况. 市场中消费者对商品价值有 n 种看法 V_1，V_2，…，$V_n(V_1>V_2>\cdots>V_n)$，每一价值 V_i 对应的消费者比例为 $d_i(d_1+d_2+\cdots+d_n=1)$，此时均衡状态下企业的最优定价策略将会变得异常复杂. 依据上文的结论，当企业数量 n 足够大时，我们可以将 n 个企业的均衡定价策略表示为$\{(w_1,p_1^c),(w_2,p_2^c)\cdots(w_j,p_j^c)\cdots(w_n,p_n^c)\}$，其中，$w_j$ 表示取到价格 p_j^c 企业的数量，且$\sum_{i=1}^{n}w_i\leqslant n$.

若某一企业的定价为 p_j^c，其市场份额为$\frac{d_j}{w_j}$. 当 n 变大时，持低商品价值消费者的需求容易得到满足. 因为如果所有企业定同一价格，其市场份额$\frac{\sum_{i=1}^{j} d_j}{n}$很小，难以实现企业的最大利润. 当 n 趋于无穷时，每个企业的最优利润等于零. 因此，企业趋于采取不同的定价吸引相应的市场需求.

3　结论

传统的理性期望模型假设消费者对商品持有相同的价值 V，而本文讨论消费者对商品持有差异价值. 文章从两个维度（企业数量和差异价值数量）分别分析了理性期望模型：垄断市场双商品价值模型、垄断市场多商品价值模型、竞争市场双商品价值模型和竞争市场多商品价值模型. 垄断市场下，企业的最优进货量和最优供货率正相关于最优定价. 当商品价值数量为 n 时，本文给出了企业全局最优解的求解方法，并明确指出消费者比例 d_i 的非单调性是导致局部最优解不等于全局最优解的根本原因. 竞争市场下，本文求解了 n 个企业在均衡状态下的唯一纳什均衡解. 不同于传统研究结论，同质企业在完全竞争市场的均衡状态下会出现不同的最优定价，且企业的最优利润可能不等. 随着市场中企业数量和商品价值数量的增大，所有企业的最优定价趋于不同，最优利润趋于相等且低商品价值消费者的需求趋于得到满足.

本文假设所有的企业有相同的成本，然而在现实市场中该假设不一定满足. 当企业的成本不同时，每个企业的 $p_i^c=\mathrm{argmax}\,U_i$ 也不相同. 此时，多个企业在竞争环境下是否能得到纯纳什均衡解需要进一步研究. 其次，在本文竞争模型中企业先决定价格再依据价格确定最优进货量. 该场景虽然符合部分行业的实际情况，却与其他场景不符. 例如，许多饭店在确定其座位数量后再确定售价，部分零售业同时确定价格和进货数量，部分企业需要提前预定货物等. 因此，企业先决定库存量后决定价格的情况需要单独研究. 最后，本研究仅讨论一期情况下的静态博弈问题. 在多期问题中，消费者对商品价值 V 的认知会根据往期的购买经验更新. 将此单期静态模型扩展为多期动态模型是我们今后研究的重点.

附录

性质 1 证明

根据企业和消费者的理性预期模型，式(1)至(3)和式(4)至(6)的表达式可以被推导. 下面我们证明搜索费用 h 需要小于上限 $\bar{h}$. 将目标方程

$$\pi(p,q)=pE\{\min(\widetilde{D},q)\}-cq$$

关于 q 求导可得

$$q=\frac{\widetilde{D}}{D}F^{-1}\left(\frac{p-c}{p}\right).$$

当企业吸引 V_i 价值消费者时，将 $p^a=V_i-\frac{h}{\theta^a}$代入上式，得到

$$\left(V_i-\frac{h}{\theta^a}\right)(1-F(q))-c=0 \tag{A1}$$

若目标函数有最优解，则式(A1)有解. 将式(A1)改写为

$$\left(V_i-\frac{c}{1-F(q)}\right)\theta^a=h \tag{A2}$$

定义 $J_1=\left(V_i-\frac{c}{1-F(q)}\right)\theta^a$，对 J_1 求导可得

$$\frac{\mathrm{d}J_1}{\mathrm{d}q}=-\frac{cf\theta^a}{(1-F(q))^2}+(V(1-F(q))-c)\frac{1}{E(\widetilde{D})} \tag{A3}$$

显然，式(A3)是一个凸函数. 考虑到当

$$\lim_{q\to 0}\left(V_i-\frac{c}{1-F(q)}\right)\theta^a=0,$$

$$\lim_{q\to+\infty}\left(V_i-\frac{c}{1-F(q)}\right)\theta^a=-\infty.$$

因此目标方程 $\pi(p,q)=pE\{\min(\widetilde{D},q)\}-cq$ 存在最优解的条件是搜索费用 $h<\max(J_1)$. 接下来我们验证最优利润是否为正.

根据文献[9]可知式(A2)存在 2 个根，且较大的根为最优解. 因为目标方程的最优解正相关于最优进货量 q^a 且最优进货量 q^a 负相关于搜索费用 h，为了保证企业的最优利润为正必须有 $h<\widetilde{h}$（其中 $\pi(\widetilde{h})=0$）. 因此当 $h<\min(\widetilde{h},\max(J_1))$时目标方程存在最优解. 定义 $\bar{h}=\min(\widetilde{h},\max(J_1))$.

最后，证明企业的最优定价. 当企业针对 V_1 价值消费者定价时，其最优利润($r_1=V_1-\frac{h}{\theta^a}$)为

$$\pi(V_1)=d_1(r_1\int_0^{F^{-1}\left(\frac{r_1-c}{r_1}\right)}Df(D)\mathrm{d}D) \tag{A4}$$

当企业针对 V_1 和 V_2 价值消费者定价时，其最优利

润($r_2=V_2-\frac{h}{\theta^a}$)为

$$\pi(V_2)=r_2\int_0^{F^{-1}\left(\frac{r_2-c}{r_2}\right)}Df(D)\mathrm{d}D \qquad (\mathrm{A5})$$

显然，当 $\pi(V_1)>\pi(V_2)$ 时(即 $d_1>\frac{r_2\int_0^{F^{-1}\left(\frac{r_2-c}{r_2}\right)}Df(D)\mathrm{d}D}{r_1\int_0^{F^{-1}\left(\frac{r_1-c}{r_1}\right)}Df(D)\mathrm{d}D}$)，企业取价格 r_1 吸引 V_1 价值消费者；当 $\pi(V_1)\leqslant\pi(V_2)$ 时(即 $d_1\leqslant\frac{r_2\int_0^{F^{-1}\left(\frac{r_2-c}{r_2}\right)}Df(D)\mathrm{d}D}{r_1\int_0^{F^{-1}\left(\frac{r_1-c}{r_1}\right)}Df(D)\mathrm{d}D}$)，企业吸引所有的消费者. 故性质 1 得证. □

性质 2 证明参见性质 1.

性质 3 证明

(Ⅰ) $p_1^c>r_2$

如果多个企业针对 V_i 价值消费者定价，首先证明均衡状态下企业均要价 p_i^c. 如果其他企业定价 p_i^c，某个企业定低价 $\tilde{p}(\tilde{p}<p_i^c)$ 且消费者依然愿意从该企业购买商品，那么从消费者角度来看

$$(V-\tilde{p})\theta_i\left(\frac{\tilde{p}}{\varphi_i}\right)=(V-p_i^c)\theta_i\left(F^{-1}\left(\frac{p_i^c-c}{p_i^c}\right)\right).$$

根据 p_i^c 的定义，我们已经有

$$(V-\tilde{p})\theta_i\left(F^{-1}\left(\frac{\tilde{p}-c}{\tilde{p}}\right)\right)<$$
$$(V-p_i^c)\theta_i\left(F^{-1}\left(\frac{p_i^c-c}{p_i^c}\right)\right).$$

所以得到 $q(\tilde{p},\varphi_i)=\varphi_iF^{-1}\left(\frac{\tilde{p}-c}{\tilde{p}}\right)<\tilde{p}$，这意味着没有消费者愿意光顾该降价企业. 如果某个企业定高价 $\tilde{p}(\tilde{p}>p_i^c)$，显然消费者会选择低价企业购买商品. 综上所述，当多个企业针对 V_i 价值消费者定价时，其均衡要价为 p_i^c.

假设均衡状态下所有企业均针对 V_2 价值消费者定价 p_2^c，每个企业的市场份额为$\frac{1}{n}$(因为 $p_2^c<r_1$)，最优利润为 $\pi\left(p_2^c,\frac{1}{n}\right)$. 若某一企业 R_i 降低价格至 $p_2^c-\varepsilon$，没有消费者愿意光顾该企业. 因为对拥有任意价值 V_i 消费者而言，$p_2^c-\varepsilon$ 意味着较低的期望效益($U_i(p_2^c-\varepsilon)<U_i(p_2^c)$). 若某一企业 R_i 升高价格来吸引 V_1 价值消费者 d_1D，那么其最优定价为 $\max\limits_p(U_1(p)>U_1(p_2^c))$. 故企业 R_i 的最优定价为 $p^n-\varepsilon$，其中，p^n 为方程 $U_1(p)=U_1(p_2^c)$的较大根. 比较两种情况下企业的最优利润，若 $\pi\left(p_2^c,\frac{1}{n}\right)>\pi(p^n-\varepsilon,d_1)$，即

$$d_1<\lim_{\varepsilon\to0}\frac{\Pi(p_2^c)}{n\Pi(p^n-\varepsilon)}=\frac{\Pi(p_2^c)}{n\Pi(p^n)}=k_1,$$

所有的企业只愿意吸引 V_2 价值消费者；反之，有企业愿意通过升高价格获得更高的利润. 综上，当 $d_1<k_1$时，所有企业定价 p_2^c.

假设市场中已经有一个企业 R_i 定价 $p^n-\varepsilon$ 而其他企业定价 p_2^c，我们分析该情况是否是均衡状态. 定价 $p^n-\varepsilon$ 的企业其市场份额为 d_1，利润为 $d_1\Pi(p^n-\varepsilon)$；定价为 p_2^c 的企业其市场份额为 $\frac{1-d_1}{n-1}$，利润为$(1-d_1)\frac{\Pi(p_2^c)}{n-1}$. 若$(1-d_1)\frac{\Pi(p_2^c)}{n-1}>\lim\limits_{\varepsilon\to0}d_1\Pi(p^n-\varepsilon)$，第二个企业将加入竞争 V_2 价值消费者，并且与企业 R_i 相互升高价格直至 p_1^c. 所以，当 $k_1<d_1<\frac{\Pi(p_2^c)}{(n-1)\Pi(p^n)+\Pi(p_2^c)}=k_2$ 时，有且仅有一个企业定价 $p^n-\varepsilon$，其他企业均定价 p_2^c.

假设市场中有 $m(m>1)$个企业针对 V_1 价值消费者定价，$n-m$ 个企业针对 V_2 价值的消费者定价，且该状态是均衡的. 那么所有企业的利润应该相同，否则会有企业通过改变价格来增加自身的利润. m 个企业的定价 p_1^c，市场份额为$\frac{1}{m}d_1$，最优利润为 $\pi\left(p_1^c,\frac{1}{m}d_1\right)$. $n-m$ 个企业定价为 p_2^c，市场份额为 $\frac{1}{n-m}d_2$，最优利润为 $\pi\left(p_2^c,\frac{1}{n-m}d_2\right)$. 若企业利润相等，我们得到

$$m=\frac{d_1\Pi(p_1^c)}{d_1\Pi(p_1^c)+d_2\Pi(p_2^c)}n.$$

类似的，假设市场中只有一个企业 R_i 针对 V_2 价值消费者定价 r_2 而其他企业定价 p_1^c，验证该情况是否均衡. 定价为 r_2 的企业其市场份额为 d_2，利润为 $d_2\Pi(r_2)$；定价为 p_1^c 的企业其市场份额为$\frac{1}{n-1}d_1$，利润为 $d_1\frac{\Pi(p_1^c)}{n-1}>d_2\Pi(r_2)$. 若，没有企业愿意与企业 R_i 竞争 V_2 价值消费者. 所以，当 $k_1<d_1<\frac{(n-1)\Pi(r_2)}{(n-1)\Pi(r_2)+\Pi(p_1^c)}=k_3$ 时，有且仅有一个企业定价 $p^n-\varepsilon$，其他企业均定价 r_2.

同样，假设均衡状态下所有企业均针对 V_1 价值消费者定价 p_1^c，那么每个企业的市场份额为 $\frac{1}{n}d_1$，最优利润为 $\pi\left(p_1^c,\frac{1}{n}d_1\right)$. 如果某一企业 R_i 主

动降低价格 r_2 至来吸引 V_2 价值的消费者，其最优利润为 $\pi(r_2, d_2)=\pi(r_2, 1-d_1)$. 比较两个最优利润，若 $\pi\left(p_1^c, \frac{1}{n}d_1\right)>\pi(r_2, d_2)$，即

$$d_1 > \frac{n\Pi(r_2)}{n\Pi(r_2)+\Pi(p_1^c)} = k_4,$$

所有的企业只愿意吸引 V_1 价值消费者；反之，有企业愿意通过降低价格获得更高的利润. 如果某个企业 R_i 主动升高价格至 $p_1^c+\varepsilon$，没有消费者愿意光顾该企业，故其利润为零. 综上，当 $d_1>k_4$ 时，所有企业定价 p_1^c.

综上所述，当 $p_1^c>r_2$ 市场的唯一纳什均衡解得证.

（Ⅱ）$p_1^c\leqslant r_2$

当 $p_1^c\leqslant r_2$ 时，如果其他企业均定价 p_1^c，某一企业 R_i 为吸引 V_2 价值的消费仅需要将价格由 p_1^c 降至 $p_1^c-\varepsilon$ 而非 r_2. 因此，纳什均衡解的证明可参照 $p_1^c>r_2$ 情况下的证明. □

性质 4 证明

当 $k_1\leqslant d_1\leqslant k_2$ 时，定价 $p^n-\varepsilon$ 企业的利润为 $d_1\Pi(p^n-\varepsilon)$；定价 p_2^c 企业的利润为 $(1-d_1)\frac{\Pi(p_2^c)}{n-1}$. 定价 $p^n-\varepsilon$ 企业的利润为 d_1 的增函数，故

$$d_1\Pi(p^n-\varepsilon)_{\max} = \frac{\Pi(p_2^c)\Pi(p^n-\varepsilon)}{(n-1)\Pi(p_n)+\Pi(p_2^c)},$$

$$d_1\Pi(p^n-\varepsilon)_{\min} = \frac{\Pi(p_2^c)\Pi(p^n-\varepsilon)}{n\Pi(p^n)}.$$

定价 p_2^c 企业的利润为 d_1 的减函数，故

$$(1-d_1)\left.\frac{\Pi(p_2^c)}{n-1}\right._{\max} = \frac{(n\Pi(p^n)-\Pi(p_2^c))\Pi(p_2^c)}{n(n-1)\Pi(p^n)},$$

$$(1-d_1)\left.\frac{\Pi(p_2^c)}{n-1}\right._{\min} = \frac{n-1}{n}\,\frac{\Pi(p^n)\Pi(p_2^c)}{(n-1)\Pi(p^n)+\Pi(p_2^c)}.$$

显然，当 $k_1=d_1$ 时，

$$d_1\Pi(p^n-\varepsilon)_{\min} < (1-d_1)\left.\frac{\Pi(p_2^c)}{n-1}\right._{\max};$$

当 $k_1=d_2$ 时，

$$d_1\Pi(p^n-\varepsilon)_{\min} > (1-d_1)\left.\frac{\Pi(p_2^c)}{n-1}\right._{\max}.$$

因此，均衡状态下企业可能获得不同的最优利润.

当 $k_3\leqslant d_1<k_4$ 时或者当 $s_1\leqslant d_1<s_2$ 时，证明方法同上. □

参考文献（References）

[1] 武永红，范秀成. 基于顾客价值的企业竞争力理论的整合[J]. 经济科学，2005(1)：100-108.

[2] Wang Gao. Customers' value and enterprises' competitive advantage：Taking mobile industry as an example[J]. Management World，2004(10)：97-98.
王高. 顾客价值与企业竞争优势：以手机行业为例[J]. 管理世界，2004(10)：97-98.

[3] Ishihara Y，Kuwada H，Fujiwara T. The absolute consistency problem of xml schema mappings with data values between restricted DTDs[J]. Database and Expert Systems Applications Lecture Notes in Computer Science，2014，8644：317-327.

[4] Shiller B，Waldfogel J. The challenge of revenue sharing with bundled pricing：An application to music [J]. Economic Inquiry，2013，51：1 155-1 165.

[5] Shapiro C，Varian H R，Becker W. Information rules：A strategic guide to the network economy[J]. Journal of Economic Education，1999，30：189-190.

[6] Huang Y S，Chang W C，Li W H，et al. Aggregation of utility-based individual preferences for group decision-making[J]. European Journal of Operational Research，2013，229：462-469.

[7] Zhang J，Seidmann A. Perpetual versus subscription licensing under quality uncertainty and network externality effects [J]. Journal of Management Information Systems，2010，27：39-68.

[8] Liu Q，van Ryzin G J. Strategic capacity rationing to induce early purchases [J]. Management Science，2008，54：1 115-1 131.

[9] Su X，Zhang F. On the value of commitment and availability guarantees when selling to strategic consumers [J]. Management Science，2009，55：713-726.

[10] Dana Jr J D. Competition in price and availability when availability is unobservable [J]. Rand Journal of Economics，2001，32：497-513.

[11] Stokey N L. Intertemporal price discrimination[J]. The Quarterly Journal of Economics，1979，93：355-371.

[12] Conlisk J，Gerstner E，Sobel J. Cyclic pricing by a durable goods monopolist[J]. The Quarterly Journal of Economics，1984，99：489-505.

[13] Cachon G P，Swinney R. Purchasing，pricing，and quick response in the presence of strategic consumers [J]. Management Science，2009，55：497-511.

[14] Sayın F，Karaesmen F，Özekici S. Newsvendor model with random supply and financial hedging：Utility-based approach[J]. International Journal of Production Economics，2014，154：178-189.

[15] Wang C X，Webster S，Zhang S. Robust price-setting newsvendor model with interval market size and consumer willingness-to-pay[J]. International Journal

of Production Economics, 2014, 154: 100-112.

[16] Alwan L, Xu M, Yao D Q, et al. The dynamic newsvendor model with correlated demand [R]. Rochester, NY: SSRN, 2015: 2547424.

[17] Chen F Y, Yan H, Yao L. A newsvendor pricing game [J]. Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions on, 2004, 34: 450-456.

[18] Bernstein F, Federgruen A. Coordination mechanisms for supply chains under price and service competition [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2007, 9: 242-262.

[19] Mishra B K, Raghunathan S. Retailer-vs. vendor-managed inventory and brand competition [J]. Management Science, 2004, 50: 445-457.

[20] Bernstein F, Federgruen A. Dynamic inventory and pricing models for competing retailers [J]. Naval Research Logistics (NRL), 2004, 51: 258-274.

[21] Zhao X, Atkins D R. Newsvendors under simultaneous price and inventory competition[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2008, 10: 539-546.

(上接第 469 页)

参考文献(References)

[1] Hammons A R, Kumar P V, Calderbank A R, et al. The Z_4-linearity of Kerdock, Preparata, Goethals, and related codes[J]. IEEE Trans Inform Theory, 1994, 40(2): 301-319.

[2] Bonnecaze A, Udaya P. Cyclic codes and self-dual codes over F_2+uF_2[J]. IEEE Trans Inform Theory, 1999, 45(4): 1 250-1 255.

[3] Qian J F, Zhang L N, Zhu S X. Cyclic codes over $F_p+uF_p+\cdots+u^{k-1}F_p$[J]. IEICE Transaction on Foundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2005, 88(3): 795-797.

[4] Abualrub T, Siap I. Cyclic codes over the rings Z_2+uZ_2 and $Z_2+uZ_2+u^2Z_2$[J]. Des Codes Cryptogr, 2007, 42: 273-287.

[5] Qian J F, Zhang L N, Zhu S X. $(1+u)$-constacyclic and cyclic codes over F_2+uF_2[J]. Appl Math Lett, 2006, 19: 820-823.

[6] Abualrub T, Siap I. Constayclic codes over F_2+uF_2 [J]. J Franklin Inst, 2009, 346: 520-529.

[7] Kai X S, Zhu S X, Li P. $(1+\lambda u)$-constacyclic codes over $F_p[u]/\langle u^k\rangle$[J]. J Franklin Inst, 2010, 347: 751-762.

[8] Dinh H Q, Nguyen H D T. On some classes of constacyclic codes over polynomial residue rings[J]. Advances in Mathematics of Communications, 2012, 6(2):175-191.

[9] Shi Minjia, Zhu Shixin. Constacyclic codes over ring $F_p+uF_p+\cdots+u^{s-1}F_p$[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2009,39(6):583-587.
施敏加,朱士信. 环 $F_p+uF_p+\cdots+u^{s-1}F_p$ 上的常循环码[J]. 中国科学技术大学学报, 2009,39(6):583-587.

[10] Guenda K, Gulliver T A. Repeated root constacyclic codes of length mp^s over $F_{p^r}+uF_{p^r}+\cdots+u^{e-1}F_{p^r}$[J]. J Algebra Appl, 2015, 14(1):1450081.

[11] Dinh H Q, Wang L Q, Zhu S X. Negacyclic codes of length $2p^s$ over $F_{p^m}+uF_{p^m}$[J]. Finite Fields Appl, 2015, 31:178-201.

[12] Shi Minjia, Yang Shanlin, Zhu Shixin. The distributions of distances of $(1+u)$-constacyclic codes of length 2^s over ring $F_2+uF_2+\cdots+u^{k-1}F_2$[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(1):112-116.
施敏加, 杨善林, 朱士信. 环 $F_2+uF_2+\cdots+u^{k-1}F_2$ 上长为 2^s 的$(1+u)$常循环码的距离分布[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(1):112-116.

[13] Shi Minjia, Yang Shanlin, Zhu Shixin. The distance of cyclic codes of length 2^s over ring F_2+uF_2[J]. Acta Electronic Sinica, 2011, 39(1):29-34.
施敏加, 杨善林, 朱士信. 环 F_2+uF_2 上长度为 2^s 的循环码的距离[J]. 电子学报, 2011, 39(1):29-34.

[14] Huang Lei, Zhu Shixin. Negacyclic codes of arbitrary lengths over the ring $F_q+uF_q+u^2F_q$[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2014, 44(12):991-995.
黄磊,朱士信. 环 $F_q+uF_q+u^2F_q$ 上任意长度的负循环码[J]. 中国科学技术大学学报, 2014,44(12):991-995.

[15] Abhay K S, Pramod K K. On cyclic codes over the ring $Z_p[u]/\langle u^k\rangle$[J]. Des Codes Cryptogr, 2015, 74(1): 1-13.