

基于尾部指数回归的动态系统性尾部风险度量

叶五一^{1,2}, 李伊薇¹, 吴遵¹

(1. 中国科学技术大学管理学院统计与金融系, 安徽合肥 230026; 2. 中国科学技术大学国际金融研究院, 安徽合肥 230601)

摘要: 基于回归模型, 考虑市场波动率指数(volatility index, VIX)对尾部指数的影响, 研究了尾部指数与系统性尾部风险系数之间的关系, 并构造了时变动态系统性尾部风险系数模型. 基于该模型, 研究了八个国家的代表股指的 CVaR 和时变动态系统性尾部风险系数. 结果发现, 在金融危机期间, 全球市场的尾部风险显著增加; 中国、日本、俄罗斯、印度、法国和英国的代表股指的系统性尾部风险小于全球市场的, 而美国和德国的较高.

关键词: 波动率指数; 尾部指数回归; 条件在险价值; 系统性尾部风险

中图分类号: F831 **文献标识码:** A doi: 10.3969/j.issn.0253-2778.2020.02.013

引用格式: 叶五一, 李伊薇, 吴遵. 基于尾部指数回归的动态系统性尾部风险度量[J]. 中国科学技术大学学报, 2020, 50(2): 176-184.

YE Wuyi, LI Yiwei, WU Zun. Dynamic systematic tail risk measurement based on tail index regression[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2020, 50(2): 176-184.

Dynamic systematic tail risk measurement based on tail index regression

YE Wuyi^{1,2}, LI Yiwei¹, WU Zun¹

(1. Department of Statistics and Finance, School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China; 2. International Institute of Finance, University of Science and Technology of China, Hefei 230601, China)

Abstract: The impact of the (volatility index, VIX) on the tail index was considered based on the regression model. The relationship between the tail index and the systematic tail risk coefficient was studied and a time-varying dynamic systematic tail risk coefficient model was established. Based on the model, the CVaR and the time-varying tail systematic tail risk coefficient of typical stock indices of eight countries were studied. The results show that during the financial crisis, the tail risk of the global market had increased significantly. The systematic tail risks of typical stock indices of China, Japan, Russia, India, France, and England were less than those of the global market, while those of the United States and Germany were higher.

Key words: volatility index; tail index regression; CVaR; systematic tail risk

0 引言

随着金融市场的发展, 人们对于风险管理的研究逐渐重视与深入. 尾部风险的研究经历了多年发展, 越发深入细致. 系统性风险的传播速度、牵连范围、破坏力度均远远超过单个机构的个体性风险, 但

多数研究着重于分析单只股票对主要风险因素的静态敏感性, 而利用尾部指数估计系统性尾部风险系数的文献较少. 因此, 市场系统性尾部风险的度量是一个具有研究意义的课题. 而随着经济全球化的发展, 国家股票市场之间的联系越发紧密, 国家股票市场尾部风险指数对世界大盘敏感程度的研究, 对于

收稿日期: 2019-03-07; 修回日期: 2019-04-09

基金项目: 国家自然科学基金(71001095)资助.

作者简介: 叶五一(通讯作者), 男, 1979年生, 博士/副教授. 研究方向: 风险管理, 金融工程. E-mail: wyye@ustc.edu.cn

应对世界金融危机和维护金融稳定,都具有重要的现实意义。

对于尾部风险很多研究都是基于极值理论对其进行度量,其中一种重要的方法是尾部指数的估计和研究. Hill^[1]利用次序统计量,根据极大似然方法估计尾部指数. 此后 Hill 估计作为经典的尾部指数估计方法被广泛研究. 此外,学者们发展了多种重要的尾部指数估计方法,例如核估计、矩估计和加权最小二乘法估计,这些方法都要求样本分布相同. Beirlant 和 Goegebeur^[2]构建了尾部指数的参数估计, Wang 和 Tsai^[3]建造了尾部指数回归模型并利用极大似然来估计参数. 国内研究中,陈向红^[4]验证了 Crovella 估计方法在尾部指数估计上的实用性与准确性,孙美美^[5]提出了利用具有误差项单位根模型的参数估计方法估计尾部指数及置信区间. 庞素琳和吴曼琪^[6]基于 Hill 估计研究了沪深 300 股指期货保证金水平设置. 但众多的估计方法中, Hill 估计应用最为广泛,国内外学者在估计尾部系数时也大多数采用这一方法. Hill 估计中,尾部阈值的选取也是尾部指数估计的重要部分. Hill^[1]提出了 Hill-plot,利用作图来获得最优尾部阈值,但这不适用于所有的重尾分布. Hall^[7]提出 Bootstrap 方法,通过权衡方差和偏差最小化均方误差取得尾部阈值. 刘维奇等^[8]通过实证研究证明 Bootstrap 方法受异常值和样本容量的影响较大,提出了 M-Bootstrap 方法.

随着金融危机的频繁发生,系统性尾部风险的度量受到了学者们的重视. Acharya 等^[9]构建了边际期望损失法(marginal expected shortfall, MES)与系统性损失预期法(systematic expected shortfall, SES)模型,认为金融市场处于低收益率条件下,期望损失较大的机构的系统性风险也更大. Adrian 和 Brunnermeie^[10]提出了 CoVaR,既能准确度量溢出风险价值,又能捕捉单个金融机构系统性风险的边际贡献度,该方法引起了业界的广泛关注. Adrian 和 Brunnermeie^[11]对原有模型进行了改进,通过引入状态变量构建了新的 CoVaR_t 模型,即考虑时间因素. 国内有较多学者采用 CoVaR 方法及相关方法进行研究,如高国华和潘英丽^[12]以条件 CoVaR 模型为基础,对我国 14 家上市商业银行的系统性风险贡献度及其影响因素进行测算分析. 陈国进等^[13]使用不对称 CoVaR 方法,对我国单个银

行与银行体系之间的系统性关联度和任意两个银行间的系统性关联度进行了测算.

此外,还有很多学者从尾部风险 β 系数的角度考察极端条件下资产收益率与市场的联动性及敏感度. Harlow 和 Rao^[14]提出并探究了当市场收益低于平均水平时的 β 系数. Van Oordt 和 Zhou^[15]则基于极值理论,建立了尾部风险系数与尾部指数及与在险价值的关系,估计了公司股票收益与极端条件下市场收益的相关程度,并证实当市场受到冲击时,系统性尾部风险系数高的股票相对于系数低的股票,可能会承受 2~3 倍的损失;同时研究未发现风险溢价与尾部 β 的关联性.

为了考虑外生变量对尾部系统性风险的影响,本文将 VIX 指数作为外生变量,建立尾部指数回归模型,并动态估计条件在险价值;参考叶五一等^[16]基于尾部指数回归对 CVaR 进行动态估计的方法,同时借鉴 Van Oordt 和 Zhou^[15]的估计方法,通过尾部指数估计系统性尾部风险系数,构造了动态系统性尾部风险系数;进而以全球市场作为研究对象,分析八个国家的主要股指的时变尾部 β 系数,即不同国家的股票市场对极端的全球市场变动的敏感程度.

1 基于尾部指数回归的系统性尾部风险 β 系数动态估计

1.1 尾部指数回归模型

考虑 Pareto 类型的极值分布,其尾部分布可以表示为

$$P(Y > y) = y^{-\alpha} \mathcal{L}(y) \quad (1)$$

式中, $\mathcal{L}(y)$ 为慢变函数,满足 $\lim_{y \rightarrow \infty} \mathcal{L}(yt) / \mathcal{L}(y) = 1$, $t > 0$, α 为尾部指数且满足 $\alpha > 0$. 尾部指数越小, $P(Y > y)$ 趋近于 0 的速度越慢, Y 产生极端值的概率越大. 因此,可以用尾部指数 α 来描述尾部分布的厚尾程度.

下面研究外生变量与尾部指数的关系. 假设 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 为外生变量矩阵, n 为观测数据个数,此矩阵的第一行全为 1,代表截距项向量,其余行代表外生变量向量,共 $p-1$ 个, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^n$ 为具有极端分布收益率变量向量, (\mathbf{X}_i, Y_i) 为第 i 项观测值,其中,

$$\mathbf{X}_i = (X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{pi})^T \quad (2)$$

根据文献[2]的假设,尾部指数 α 与外生变量 \mathbf{X} 具有如下关系:

$$\ln\{\alpha(\mathbf{X})\} = \mathbf{X}^T \boldsymbol{\theta} \quad (3)$$

式中, $\boldsymbol{\theta} = (\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{p-1})^T \in \mathbb{R}^p$ 为待估的回归系数向量.

为了估计 $\boldsymbol{\theta}$, 借鉴文献[3]给出的具体的对数似然函数, 具体表达式如下:

$$\mathcal{N}_n(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\theta}) \ln \frac{Y_i}{\omega_n} - \mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\theta} \right\} I(Y_i > \omega_n) \quad (4)$$

式中, ω_n 为阈值, $I(\cdot)$ 为指示函数, 当 $Y_i > \omega_n$ 时, 值取 1, 否则取 0. 通过最小化式(4), 得到回归系数 $\boldsymbol{\theta}$ 的近似极大似然估计.

在参数估计的过程中, 阈值决定了有效样本的大小. 阈值的选取是尾部指数估计的重要指标同时也是难点之一, 多数文献使用经验选取尾部样本的大小. 为了提高估计的精确程度, 本文将应用文献[3]的方法进行阈值的选择. 将 $\{\hat{U}_i; Y_i > \omega_n\}$ 的经验分布与均匀分布 $U(0, 1)$ 之间的偏差取最小化, 具体公式如下:

$$\hat{D}(\omega_n) = n_0^{-1} \sum_{i=1}^n \{\hat{U}_i - \hat{F}_n(U_i)\}^2 \times I(Y_i > \omega_n) \quad (5)$$

式中, $n_0 = \sum I(Y_i > \omega_n)$ 为有效样本的数量, $\hat{U}_i = \exp\{-\exp(\mathbf{X}_i^T \hat{\boldsymbol{\theta}}) \ln(Y_i / \omega_n)\}$, 在 $[0, 1]$ 范围内近似服从均匀分布, $\hat{F}_n(\cdot)$ 为 $\{\hat{U}_i\}$ 的经验分布. 对 $\hat{D}(\omega_n)$ 取最小值, 可以得到阈值 ω_n 的最优值.

1.2 基于尾部指数的 CVaR 动态估计

在险价值(value at risk, VaR)是目前最为重要的市场风险度量方法之一. 条件 VaR 是根据历史信息得到一种条件风险度量方法, 在给定的外生变量的条件下得到的在险价值. 在这里我们用 CVaR 表示条件在险价值. 参考文献[16]的做法, 基于尾部指数回归对 CVaR 进行动态估计. 在给定的置信水平 $1-p$ 下, t 时刻的条件在险价值记为 $\text{CVaR}(p, t)$, 则有 $1-p = F(\text{CVaR}(p, t) | \mathbf{X}_t)$. 选取 p' 为对应阈值的分位数, p' 可以表示为 $1-n_0/n$. 由简单的推导可知

$$\frac{p}{p'} = \frac{\text{CVaR}(p, t)^{-\alpha_t}}{y_{n_0+1}^{-\alpha(x_{n_0+1})}} \times \frac{\mathcal{L}(\text{CVaR}(p, t))}{\mathcal{L}(y_{n_0+1})} \quad (6)$$

将慢变化函数的比值近似为一个常数, 取常数值估计值为 1, 则可以得到 CVaR 的估计表达式:

$$\text{CVaR}(p, t) = \left(\frac{p'(y_{n_0+1})^{\alpha(x_{n_0+1})}}{p} \right)^{\frac{1}{\alpha(x_t)}} \quad (7)$$

由于尾部指数 $\alpha(\mathbf{X})$ 随着时间动态变化, 因此与传统的静态在险价值估计不同, 这里得到的 CVaR 为动态序列, 不同时间的条件在险价值随着外生变量的改变而发生变化, 可以达到市场风险动态监控的效果.

1.3 系统性尾部风险 β 系数的动态估计

极端的条件下的股票收益可以分为系统性与非系统性两个部分. 其中系统性收益与股票所处的市场有关, 非系统性收益与股票自身性质相关. 我们假设单只股票 s 和市场组合的收益率分别为 R_s 与 R_m , 无风险收益率为 R_f , 股票 s 与市场的超额收益率定义为: $R_s^e = R_s - R_f$, $R_m^e = R_m - R_f$. 极端市场情况时, 股票与市场超额收益率的关系如下:

$$R_s^e = \beta_s^T R_m^e + \epsilon_s, \quad R_m^e < -\text{CVaR}_m \quad (8)$$

式中, ϵ_s 表示非系统风险下的股票 s 的收益, 这取决于股票本身而与 R_m^e 无关. 参数 β_s^T 即为系统性尾部风险系数, 度量股票 s 对市场系统性尾部风险的敏感程度. 该线性尾部模型表示了极端市场条件下 ($R_m^e < -\text{CVaR}_m$) 股票与市场超额收益的联动.

对于系统性尾部风险 β 系数的估计, 本文借鉴文献[15]的估计方法, 并在其基础上进一步拓展, 假定尾部指数随着外生变量变化, 因此系统性尾部风险系数 β 随时间变化. 动态系统性尾部风险 β 系数表达式如下:

$$\hat{\beta}_{s,t}^T = \tau(p) \frac{\widehat{\text{CVaR}}_s(p, t)}{\widehat{\text{CVaR}}_m(p, t)} \quad (9)$$

式中, $\hat{\beta}_{s,t}^T$ 是股票 s 在 t 时刻的尾部 β 系数的估计值, $\alpha_{m,t}$ 为 t 时刻的市场尾部指数; $1-p$ 为置信水平, $\text{CVaR}_s(p, t)$ 与 $\text{CVaR}_m(p, t)$ 分别为股票与市场超额收益率在置信水平 $1-p$ 下 t 时刻的条件在险价值. 即 $P(R_{s,t}^e \leq -\text{CVaR}_s(p, t)) = p$ 和 $P(R_{m,t}^e \leq -\text{CVaR}_m(p, t)) = p$. $\tau(p)$ 表示市场与单个股票的尾部相关程度, 在观测到市场出现极端超额收益的条件下, 同时观测到股票出现极端超额收益的概率, 可以表示为

$$\tau(p) = P(R_{s,t}^e \leq -\text{CVaR}_s(p, t) | R_{m,t}^e \leq -\text{CVaR}_m(p, t)).$$

由于 $\tau(p)$ 为条件概率值, 其取值范围在 0 和 1 之间, $\tau(p)$ 为 0 意味着股票与市场尾部相互独立, $\tau(p)$ 为 1 则尾部完全相关.

以往研究一般以个股作为研究对象,考察以国家股指为市场环境的公司系统性风险.为了考虑全球股市之间的联动性以及全球性系统性尾部风险系数进行估计,本文与以往研究不同,以 MSCI 世界指数作为全球市场指数,分析国家股指与全球市场指数之间的联动性.本文的研究不集中于单个上市公司在的表现,而将范围拓展至国家整体层面,研究国家股票市场与全球市场间的动态系统性尾部风险.

2 实证分析

2.1 数据描述

本文以全球股票市场作为研究对象,基于系统性尾部风险 β 系数探究股指的系统性尾部风险的敏感度.选择 MSCI 世界指数(MSCI world index, MSCIWI)作为市场指数,其收益率记为 R_m , MSCI 世界指数是摩根士丹利资本国际公司所编纂以全球各主要国家的重点股票所组成的全球型指数.美国短期国库券日化收益率作为无风险利率 $R_{f,t}$.考虑股市的区域及影响力等因素,本文选取了中国、美国、日本、英国、德国、法国、俄罗斯和印度共八个国家的股指进行实证分析,其代表指数分别为上证指数(SZS),标准普尔 500 指数(SPX),日经 225 指数(N225),伦敦富时 100 指数(FTSE100),德国法兰克福 DAX 指数(DAX),法国 CAC40 指数(CAC40),俄罗斯莫斯科指数(RST),印度孟买敏感指数(SENSEX).时间跨度为 2000 年 1 月 3 日至 2017 年 12 月 29 日.选取上述股指的日收盘价,并将其转化为日收益率,世界指数及各个国家股指的日收益率 R_t 定义为

$$R_t = (\ln P_t - \ln P_{t-1}) \times 100.$$

其中, P_t 表示指数第 t 日的收盘价格, P_{t-1} 为前一日的收盘价格. t 时刻世界指数的日超额收益率为 $R_{m,t}^e = R_{m,t} - R_{f,t}$, 国家指数的日超额收益率为 $R_{s,t}^e = R_{s,t} - R_{f,t}$.

本文选用波动率指数(volatility index, VIX)作为外生变量,建立 MSCI 世界指数和各个国家代表股指收益率的尾部指数回归模型. VIX 由芝加哥期权交易所(CBOE)发布,是一系列 SPX 期权的价格加权指数,因此它往往被看作是领先市场的风向标.一个高 VIX 的市场往往意味着恐慌情绪的蔓延,投资者对于未来波动的预期随着该指数的升高

而加剧,因此 VIX 又被称为恐慌指数.

2.2 描述性统计

首先对无风险利率样本进行描述性统计以获得无风险利率在观测区间内直观的变化情况.我们获取了观测时间内美国三个月国库券的年化收益率,采用单利计算法得到日化收益率,作为无风险利率,图 1 是无风险利率 $R_{f,t}$ 随时间 t 变化的曲线.

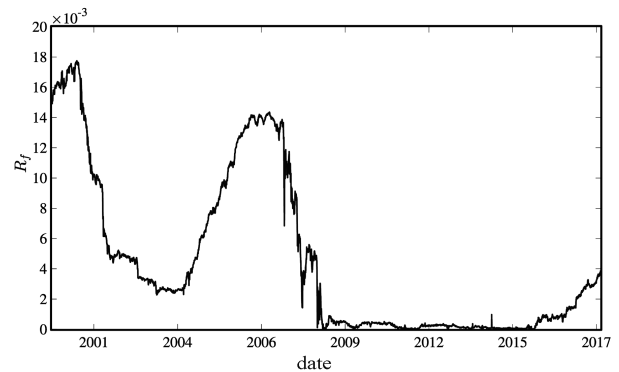


图 1 无风险利率随时间变化曲线图

Fig. 1 Risk-free interest rate over time

从图 1 中可以看出 2000~2017 年无风险利率经历了较大变动,尤其以 2008 年前后对比强烈.2001 年之前,无风险利率保持较高水平,达到了本文观测区间的最高值 0.017 75.2001~2004 年的无风险利率略有降低,期间日收率稳定在 0.003 附近;2004~2007 年利率增高,2007 年期间利率快速波动下降,在 2008 年达到最低.2008 年之后利率维持在非常低的水平,直至 2016 年开始缓步上升.我们选取 2008 年为分界点,2000 年 1 月 3 日~2007 年 12 月 31 日无风险利率日收益平均值约为 0.008 3,2008 年 1 月 1 日~2017 年 12 月 29 日的约为 0.000 722.

从无风险利率的变化可以明显地看出宏观经济环境的变化与市场风险的波动.2008 年之前国库券收益率高,说明市场经济走势好,稳定增长,投资回报稳定,投向国债的资金较少,所以通过增大利率吸引投资.之后利率降低说明经济开始波动,市场对经济前景不看好,金融资产的风险大大增加,投资者此时更信任国家信用发行的债券,大量资金涌向国库券,利率相应降低.所以从无风险利率的角度也可以简要验证 2008 年金融危机市场风险增加,股市收益下行.

随后给出了各国代表股指及世界指数超额收益率样本的描述性统计量,如表 1 所示.

由于不同国家股市的交易日不相同,所以选取的各国代表股指的观测数量也有所不同.从表 1

看出,各国代表股指的超额收益率均值都很小,其中 RST 的股票超额收益率波动最大.所有指数的偏度都小于 0,峰度大于 3,同时,JB 检验都具有显著性,因此各国代表股指和 MSCI 世界指数的超额

收益率均不符合正态分布,表现出明显的左偏厚尾的统计特征.因此,本文将对上述股指收益率的数据基于极值分布进行刻画,进而对其尾部风险的特征进行相应的分析.

表 1 各股指与世界指数超额收益率描述性统计

Tab. 1 Descriptive statistics of excess returns for each stock index and world index

	观测数	均值	标准差	中位数	最小值	最大值	偏度	峰度	JB	p 值
SZZS	4 192	0.015 7	1.59	0.06	-9.27	9.39	-0.32	4.89	4 257	0.000 0
SPX	4 507	0.007 6	1.2	0.05	-9.47	10.24	-0.37	7.56	10 847	0.000 0
CAC40	4 456	-0.007 1	1.45	0.02	-9.47	9.62	-0.04	4.37	3 559	0.000 0
DAX	4 434	0.006 4	1.49	0.07	-7.34	10.68	-0.03	3.72	2 559	0.000 0
FTSE100	4 423	-0.001 9	1.18	0.03	-9.27	9.38	-0.17	5.99	6 650	0.000 0
N225	4 253	-0.001 7	1.52	0.03	-12.11	13.23	-0.4	6.35	7 266	0.000 0
RTS	4 294	0.033 3	2.28	0.09	-20.66	25.22	-0.22	11.76	24 807	0.000 0
SENSEX	4 308	0.034 9	1.49	0.08	-11.81	15.99	-0.15	7.57	10 320	0.000 0
MSCIWI	4 507	0.003 4	1.01	0.05	-7.33	6.74	-0.52	6.76	8 791	0.000 0

2.3 尾部指数回归

由于每个国家交易日不同,观测数量略有差距,为了确保世界市场数据与各国代表股指的数据可以一一对应,我们剔除了不同交易日的数据,利用共同交易日的数据进行分析.本文选择 VIX 作为自变量,构建 MSCI 世界指数的超额收益率的尾部指数回归模型.可通过以下三个步骤估计尾部指数:

步骤一 根据前文介绍的尾部指数回归模型进行参数估计,以股指超额收益率作为具有极端分布表现的变量 Y ,通过最小化式(5)确定阈值 ω_n 的大小.

步骤二 根据步骤一中求得的阈值 ω_n ,通过最小化式(4)求得回归系数 θ 的近似极大似然估计,因为我们采用 VIX 作为变量,所以此处的 θ 为二分量向量,即 $\theta = (\theta_0, \theta_1)$.

步骤三 根据步骤二求得的 θ ,通过下式即可估计出尾部指数:

$$\ln(\alpha_t) = \theta_0 + \theta_1 X_t.$$

其中, α_t 为尾部指数, X_t 为 VIX.

分别对八国代表股指的超额收益率构建 VIX 为外生变量的尾部指数回归.尾部指数回归模型的参数估计结果如表 2 所示.从表 2 可以看出,世界指数超额收益率的尾部指数回归结果 p 值远小于 1%,说明外生变量 VIX 对世界指数超额收益率尾部指数 α 的影响是非常显著的. SZZS 与 VIX 的尾部指数回归系

数 p 值约为 0.17.除了 SZZS 以外,其他七种的尾部指数回归系数 p 值均小于 0.01,影响都非常显著.

表 2 世界指数与各股指超额收益率尾部指数回归

Tab. 2 World index and each stock index excess yield tail index return

		参数估计值	t 统计量	p 值
MSCIWI	θ_0	2.364 1	11.78	0
	θ_1	-0.037 5	6.79	0.000 0
SZZS	θ_0	0.938 9	7.17	0
	θ_1	-0.006 8	1.37	0.170 1
SPX	θ_0	2.119 1	13.23	0
	θ_1	-0.037 4	7.72	0.000 0
N225	θ_0	1.864 2	8.86	0
	θ_1	-0.022 2	3.63	0.000 3
FTSE100	θ_0	2.508 1	9.95	0
	θ_1	-0.033 6	5.18	0.000 0
DAX	θ_0	1.883 7	14.27	0
	θ_1	-0.033 9	7.76	0.000 0
CAC40	θ_0	2.334 1	11.38	0
	θ_1	-0.032 5	5.83	0.000 0
RTS	θ_0	1.468 6	8.22	0
	θ_1	-0.015 9	2.84	0.004 5
SENSEX	θ_0	1.191 9	9.20	0
	θ_1	-0.012 4	2.88	0.004 0

由表 2 还可以看出所分析股指尾部指数回归模型中 θ_1 都为负值,因此 VIX 越高,则尾部指数越

小,更有可能产生收益率的极值.这与现实情况相同,股票市场大多做空受限,投资者往往喜牛厌熊,市场收益率高时乐观者居多,收益率低时一般恐慌上升,因此 VIX 与股指之间存在负相关性,这也体现出了股市的“杠杆效应”.由式(1)尾部指数定义可以得知,尾部指数越小,发生极端收益率的可能性越大,市场风险就越大.因此,在尾部指数回归模型中,基于 VIX 可以判断未来尾部指数的变化趋势,两者呈现负相关关系.

得到尾部指数回归的参数估计后,可以将参数估计值与变量 VIX 值带入回归模型对 α_t 进行预测,得到尾部指数随时间的变化趋势图,具体如图 2 所示.

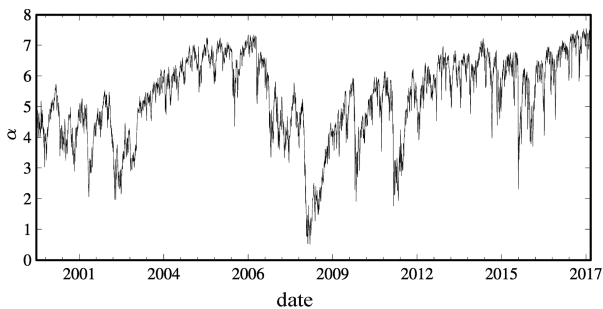


图 2 MSCI 世界指数的尾部指数变化趋势图

Fig. 2 MSCI world index tail index change trend

从图 2 可以看出,MSCI 超额收益率尾部指数 α

在 2008 年金融危机期间明显减小且达到接近于 0 的水平,之后逐渐恢复至正常波动水平.这与尾部指数的定义一致:尾部指数越小, $P(Y < -y)$ 趋近于 0 的速度越慢,产生极端值的概率越大,越有可能产生极端的尾部损失或者收益.

八种国家代表股指的尾部指数的变化趋势与 MSCI 世界指数的相同,限于篇幅没有具体给出.根据尾部指数的取值数据,各个国家代表股指尾部指数均在 2008 年达到最小值,此时尾部指数最小,尾部风险最大,最有可能产生尾部收益.各国金融危机期间尾部指数最小值如表 3 所示.通过表 3 可以看出,金融危机期间,SZZS,N225,RST,SENSEX 的尾部指数相比世界指数的较大,这说明金融危机期间,中日俄印这四个国家股市面临的尾部风险相比世界市场较小,国家市场更加稳健,产生尾部极端收益的可能性更低.FTSE100 和 CAC40 的尾部指数极值略大于世界指数,小于之前的四种,说明英国与法国的股市在金融危机时尾部风险小于全球市场的,但大于中日俄印的.而 SPX 和 DAX 的尾部指数极值小于 MSCI,说明金融危机时美国与德国股市的尾部风险大于全球市场的,更有可能产生较大损失.

表 3 金融危机时八种股指尾部指数最小值

Tab. 3 Minimal tail index of stock indices during the financial crisis

	MSCIWI	SZZS	SPX	CAC40	DAX	FTSE100	N225	RTS	SENSEX
α	0.510 9	1.469 9	0.403 4	0.742 9	0.425 9	0.810 9	1.068 5	1.196 0	1.208 5

2.4 CVaR 动态估计结果

根据表 2 与表 3 中世界指数与国家指数收益率尾部指数回归结果,可以对 CVaR 进行估计.取置信水平为 95%,通过式(7),可以对观测区间内 CVaR 动态估计.世界指数与八种国家代表股指的 CVaR 随时间变化的结果如图 3 所示.从图 3 可以看出,世界指数与各股指 CVaR 在 1.5 左右波动,在 2008 年金融危机期间发生突变,CVaR 出现明显增加,但不同股指的变化幅度不同.置信水平为 95% 下,MSCI 世界指数 CVaR 在金融危机期间增加至 3.5 左右.SZZS,N225,RST 和 SENSEX 在 2008 年 CVaR 略小于世界指数的,而 SPX 和 DAX 变化明显强于世界指数变化,CAC40 和 FTSE100 的

CVaR 变化强度与趋势与世界指数相似.

2.5 系统性尾部风险 β 系数动态估计结果

系统性尾部风险 β 系数的度量模型中包含尾部依赖性度量变量 $\tau(p)$:

$$\tau(p) = P(R_t^e \leq -CVaR_t(p) \mid R_m^e \leq -CVaR_m(p)) \quad (10)$$

$\tau(p)$ 表示在观测到市场尾部收益的情况下,出现国家指数极端收益的条件概率.因此, $\tau(p)$ 的取值范围为 $[0, 1]$, $\tau(\hat{p}) = 0$ 的情况视为尾部独立, $\tau(\hat{p}) = 1$ 则对应完全尾部依赖. $\tau(p)$ 度量的这些特征表明,除了 $\tau(p)$ 重点关注的是尾部的依赖性外,它在本文方法中的作用类似于相关系数.对研究的八种国家代表股指分别度量 τ ,结果如表 4 所示.

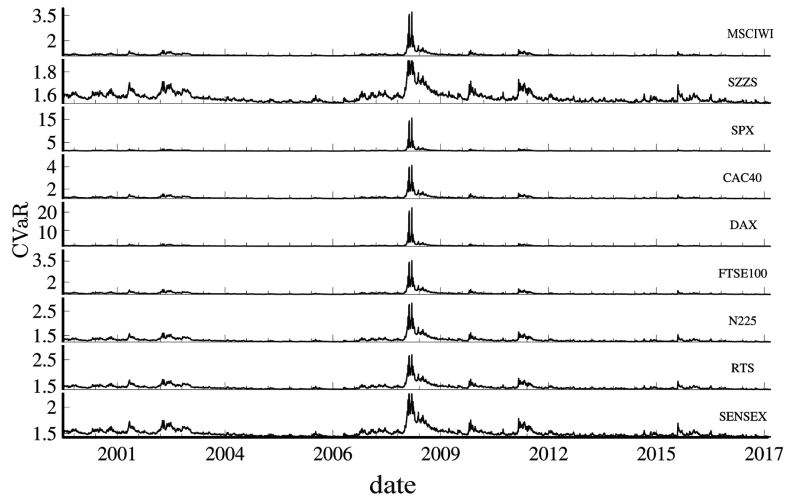


图 3 MSCI 与各股指的 CVaR 变化趋势图

Fig. 3 MSCI and CVaR trends of stock indexes

表 4 各股指尾部依赖变量 $\tau(p)$

Tab. 4 Tail dependent variable for each stock index

	SZZS	SPX	CAC40	DAX	FTSE100	N225	RTS	SENSEX
$\tau(p)$	0.1733	0.7416	0.7660	0.6231	0.6444	0.3647	0.5380	0.3040

由表 4 可以看出,在度量的八种国家代表股指中,SZZS 与 MSCI 世界指数尾部收益的相关程度最弱,世界指数收益率出现大于 CVaR 的损失条件下,SZZS 产生尾部收益的概率为 0.1733. 综合来看,SZZS,SENSEX 和 N225 的尾部依赖变量 $\tau(p)$ 值相对较小,不超过 0.37,可以视为亚洲地区与全球市场尾部相关性较小. 而 CAC40 与世界指数尾部依赖程度最强,世界指数收益率出现极值时,CAC40 出现尾部收益的概率为 0.7660,收益率有大概率小于 $-CVaR_p(p)$. SPX, RST, DAX 和 FTSE100 与全球市场尾部依赖变量大小则处于较

高水平.

通过式(9)建立系统性尾部风险系数 β_t 与尾部指数 α_t 的联系,可以得到动态系统性尾部风险 β_t 系数的估计. 本文给出了八种国家代表股指的系统性尾部风险系数随着时间的变化趋势,如图 4 所示. 从 SZZS 的 β_t 的变动我们可以看出, β_t 在一定范围内浮动,在 2008 年下半年金融危机期间达到极小值,金融危机后 β_t 逐渐增加,达到与金融危机前相似水平波动. N225, RST, SENSEX 与 SZZS 的 β_t 在观测的时间范围内变化趋势相似,尾部 β_t 均存在波动性,且在金融危机期间达到最小值.

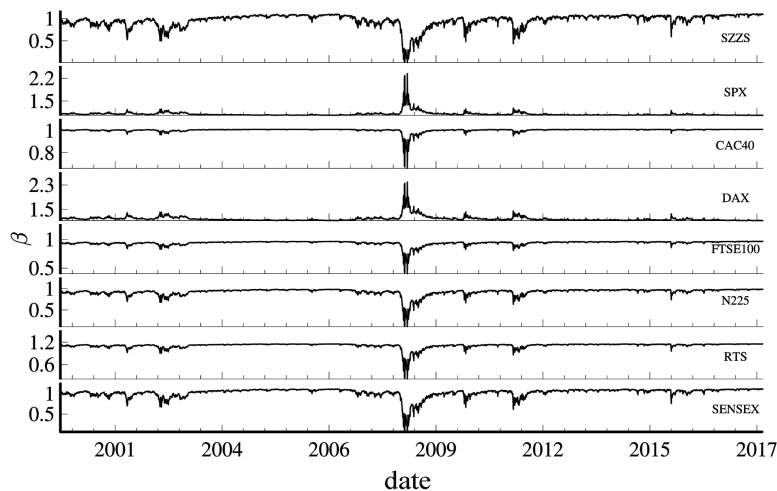


图 4 各个股指系统性尾部风险系数变化趋势图

Fig. 4 Trends of systematic tail risk coefficients for each stock index

CAC40 与 FTSE100 在观测时间内的系统性尾部风险系数 β 变化趋势相似： β_i 在金融危机出现了短期的剧烈波动，期间 β_i 减小至最小值 0.5 左右，之后快速增加。在非金融危机的期间， β_i 基本保持水平，且波动性较小。

SPX 与 DAX 变化相似。观测期间内系统性尾部风险系数 β_i 略大于 1，2008 年 β_i 急剧增大至 2.5 左右，并在金融危机结束后回到正常水平。

综合表 3 金融危机时尾部系数最小值及图 4 中 CVaR 变化趋势我们可以得出，金融危机期间，不同国家股指在尾部风险及系数 β_i 间存在不同。SZZS, N225, RST 和 SENSEX 在金融危机期间尾部指数 α 减小，CVaR 增大，尾部风险增加，但尾部指数仍大于世界指数的，且 CVaR 相对较小，说明金融危机期间，这四种股指尾部风险小于全球市场的，所以系统性尾部风险 β_i 系数在金融危机期间较小，但由于此时全球市场面临的尾部风险极大（尾部指数 α 趋于 0），即使国家代表股指系统性尾部风险系数 β_i 减小，但国家股票市场仍面临高于非危机期间的系统性尾部风险，也证明了全球性风险的存在。CAC40 和 FTSE100 与亚洲国家趋势相似，金融危机期间尾部指数 α 减小，尾部风险增加，系统性尾部风险系数 β 显示出下降趋势但下降程度小于亚洲国家股指的，说明面临的尾部风险略小于全球市场的，大于亚洲市场的，同时大于非金融危机时的风险。而 SPX 与 DAX 在金融危机期间显示出了高于世界指数的尾部风险，主要表现为尾部指数 α 减小且小于世界指数的尾部指数，因此系统性尾部风险系数 β_i 明显增加。

为了对全部时间的系统性尾部指数有一个整体的了解，给出了各股指的系统性尾部风险系数 β_i 的描述性统计，以便进行比较和分析，具体结果如表 5 所示。从表 5 看出，各股指系统性尾部风险系数 β_i 的平均值、标准差及中位数较为接近，平均值的范围从 N225 的 0.926 3 至 DAX 的 1.191 7，说明各股指面临的平均系统性尾部风险与全球市场相近，其中 SZZS, N225, FTSE100 的平均系统性尾部风险低于全球市场的，其他五种股指的平均系统性尾部风险略高于全球市场的尾部风险。从最大值与最小值我们可以看出，金融危机期间，SZZS 的系统性尾部风险低于全球市场与研究的其余股指的，而 DAX 的系统性尾部风险最高。

表 5 各股指系统性尾部风险系数 β_i 的描述性统计量

Tab. 5 Descriptive statistics of the systematic tail risk coefficient of each stock index

	平均值	标准差	中位数	最小值	最大值
SZZS	0.962 7	0.144 5	1.004 6	0.017 4	1.105 6
SPX	1.100 1	0.068 4	1.084 4	1.060 8	2.339 5
CAC40	1.005 5	0.019 8	1.010 0	0.658 4	1.013 0
DAX	1.191 7	0.083 8	1.170 7	1.130 8	2.395 2
FTSE100	0.939 6	0.040 8	0.950 2	0.404 8	0.967 2
SENSEX	1.02 58	0.111 7	1.058 5	0.062 6	1.116 3
N225	0.926 3	0.082 5	0.949 6	0.105 9	0.988 3
RTS	1.112 5	0.074 2	1.133 0	0.215 5	1.154 3

综合来看，在非金融危机期间，各国股指面临的系统性尾部风险与全球市场的相近。在金融危机期间，全球市场面临非常大的尾部风险，各国股指的尾部风险也不同程度地增加。其中，中国、日本、印度三个亚洲国家及俄罗斯的股指系统性尾部风险相比于美国和欧盟国家，市场面临的系统性尾部风险更小，对国际市场尾部风险敏感程度更低；SPX 和 DAX 的系统性尾部风险系数明显增加，说明美德股市面临着相对全球市场更高的系统性风险；CAC40 和 FTSE100 的系统性尾部风险系数处于两种情况之间。

3 结论

本文利用外生变量 VIX，构建了全球市场 MSCI 指数与中国、美国、日本等八个重要国家的代表股指收益率的尾部指数回归模型，并基于极大似然估计方法对模型参数进行了估计。并通过尾部指数，估计了各国代表股指的动态 CVaR，并对系统性尾部风险系数 β_i 进行了动态估计。最后对各国代表股指进行了实证分析。尾部指数回归的结果表明尾部指数与 VIX 之间存在显著的相关关系，加入外生变量的尾部指数回归模型可以很好地刻画出市场的尾部风险。时间维度上对各国代表股指系统性尾部风险系数的分析发现，金融危机期间，全球市场面临非常大的尾部风险，各国股指尾部风险均有所增大，但风险大小相对于世界市场各有不同。中国、日本、印度三个亚洲国家及俄罗斯的代表股指面临的系统性尾部风险更小，对国际市场尾部风险敏感程度更低；而美国与德国的代表股指系统性尾部风险系数

明显增加,说明面临着相对全球市场更高的系统性风险;法国、英国的代表股指系统性尾部风险系数显示出一定程度的下降,处于上述两种情况之间。而在非金融危机期间,各个国家代表股指面临的系统性尾部风险较为稳定且与全球市场相似。

在国际金融市场一体化程度逐步加强的情况下,各国都受到国际金融市场越来越多的影响,一个国家的金融市场稳定性不仅受到国内宏观环境的影响,还受到世界经济环境的影响。在这种全球一体化的环境里,研究国家股指尾部风险与国际市场的关联性,在世界经济动荡时,可以有效地对国内市场尾部风险进行评估,并采取相应的政策减小世界经济对国内市场的不良影响。与发达的欧美市场和新兴国家股票市场对比,能更清楚地看到我国蓬勃发展但仍不成熟的股票市场与其他国家的差距,这对权衡市场的开放性与稳定性也有一定的借鉴意义。本文提出的动态系统性尾部风险系数模型能够跟踪一定时间内系统性尾部风险系数的变化趋势,所选取的市场指数为 MSCI 世界指数,选取研究的国家较为有限,在今后的研究中,可以进一步选取新兴国家指数以及发达国家指数来有针对性地进行论证。

参考文献(References)

- [1] HILL B M. A simple general approach to inference about the tail of a distribution[J]. *The Annals of Statistics*, 1975;1163-1174.
- [2] BEIRLANT J, GOEGEBEUR Y. Regression with response distributions of Pareto-type [J]. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2003, 42(4): 595-619.
- [3] WANG H, TSAI C L. Tail index regression[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 2009, 104(487):1233-1240.
- [4] 陈向红. 重尾分布尾部指数的 Crovella 估计性质研究[J]. *南京工程学院学报(自然科学版)*, 2008, 6(3): 7-11.
CHEN Xianghong. Study on property of Crovella estimation of heavy tailed distribution index [J]. *Journal of Nanjing Institute of Technology (Natural Science Edition)*, 2008, 6(3):7-11.
- [5] 孙美美. 具有 GARCH 误差项的单位根模型尾部指数的区间估计[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
- [6] 庞素琳, 吴曼琪. 股指期货保证金水平设置比较研究——基于 Hill 及 VaR-x 估计法[J]. *管理科学学报*, 2014, 17(6):84-96.
PANG Sulin, WU Manqi. Margin level setting of stock index futures based on Hill estimation and VaR-x estimation[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17(6):84-96.
- [7] HALL P. Using the bootstrap to estimate mean squared error and select smoothing parameter in nonparametric problems[J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 1990, 32(2):177-203.
- [8] 刘维奇, 赫英迪, 邢红卫. 选择重尾阈值 k 的 Bootstrap 方法[J]. *山西大学学报(自然科学版)*, 2010, 33(4): 508-512.
LIU Weiqi, HE Yingdi, XING Hongwei. Bootstrap method in selecting heavy-tailed threshold k [J]. *Journal of Shanxi University (Natural Science Edition)*, 2010, 33(4): 508-512.
- [9] ACHARYA V V, PEDERSEN L H, PHILIPPON T, et al. Measuring systemic risk[J]. *The Review of Financial Studies*, 2017, 30(1): 2-47.
- [10] ADRIAN T, BRUNNERMEIER M. Risk spillovers of financial institutions[R/OL]. [2019-01-01]. <https://conference.nber.org/conferences/2008/si2008/Risk/adrian.pdf>.
- [11] ADRIAN T, BRUNNERMEIER M K. CoVaR[R]. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research, 2011; No. 17454.
- [12] 高国华, 潘英丽. 银行系统性风险度量——基于动态 CoVaR 方法的分析[J]. *上海交通大学学报*, 2011, 45(12): 1753-1759.
GAO Guohua, PAN Yingli. Banking systemic risk based on dynamic CoVaR estimation[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2011, 45(12): 1753-1759.
- [13] 陈国进, 钟灵, 张宇. 我国银行体系的系统性关联度分析: 基于不对称 CoVaR[J]. *系统工程理论与实践*, 2017, 37(1):61-79.
CHEN Guojin, ZHONG Ling, ZHANG Yu. Systemic linkages in the Chinese banking system: The asymmetric CoVaR approach [J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2017, 37(1):61-79.
- [14] HARLOW W V, RAO R K S. Asset pricing in a generalized mean-lower partial moment framework: Theory and evidence[J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1989, 24(3): 285-311.
- [15] VAN OORDT M R, ZHOU C. Systematic tail risk [J]. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2016, 51(2):685-705.
- [16] 叶五一, 张明, 缪柏其. 基于尾部指数回归方法的 CVaR 估计以及实证研究[J]. *统计研究*, 2012, 29(11):79-83.
YE Wuyi, ZHANG Ming, MIAO Baiqi. Estimation of CVaR and empirical analysis based on tail index regression model[J]. *Statistical Research*, 2012, 29(11):79-83.