

群决策中决策发起人与专家之间的委托-代理均衡

高先务

(安徽建筑大学管理学院,安徽合肥 230022)

摘要:在决策发起人与专家利益不一致的群决策中,存在着两种博弈关系,一是决策发起人(委托人)与群专家(代理人)之间的委托-代理博弈;另一是专家之间的完全信息静态博弈.这里给出了3个基本公理,讨论了不同的专家净收益函数对委托人目标实现的影响,并选择了几种典型的博弈模型做对比分析.得出以下结论:委托人的最优选择是带偏差罚函数的博弈模型,且罚函数只对部分偏差做惩罚;专家的最优选择是持续投入,直至估值偏差满足委托人的阈值要求;最终,实现了群专家内部均衡和委托-代理均衡.委托-代理均衡满足激励相容约束,可以将决策发起人与专家的利益实现统一.

关键词:群决策;博弈;投入-偏差函数;委托-代理;偏差罚函数

中图分类号:C934 **文献标识码:**A **doi:**10.3969/j.issn.0253-2778.2014.12.011

引用格式: Gao Xianwu. The equilibrium of principal-agent between principal and experts in group decision making [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2014, 44(12): 1024-1032.

高先务. 群决策中决策发起人与专家之间的委托-代理均衡[J]. 中国科学技术大学学报, 2014, 44(12): 1024-1032.

The equilibrium of principal-agent between principal and experts in group decision making

GAO Xianwu

(School of Management, Anhui Jianzhu University, Hefei 230022, China)

Abstract: There are two game relations in group-decision-making in which decision promoters and experts have inconsistent benefits, one is the relationship between promoters and experts, the other is static game of complete information relationship among experts. Three basic axioms were given, and the influence of a principal's goal attainment on an expert's payoff was discussed. Comparative analysis of several game models was carried out. The results show that, the principal's optimal choice is the game model with expert's payoff which contains a deviation penalty function. In addition, the domain of definition of deviation penalty function is only part of the deviation interval. The expert's optimal choice is to invest constantly until the deviation of estimation satisfying the request of principal. Finally, the two equilibriums are both achieved. The principal-agent equilibrium satisfies incentive compatibility constraint, thus realizing the benefits of both the principal and the agent.

Key words: group decision making; game; input-deviation function; principal-agent; deviation penalty function

收稿日期: 2013-06-21; **修回日期:** 2013-06-23

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(71231004)资助.

作者简介: 高先务,男,1972年生,博士/讲师.研究方向:决策科学与技术. E-mail: gwxw968@sohu.com

0 引言

本文中群决策是指决策过程中无信息反馈,专家之间没有沟通和交流的群决策,且决策中决策发起人(委托人)与专家(代理人)的利益不一致,这种利益不一致不能通过选择不同的专家而消除.如教育机构希望选择一群专家对教师的课题申请做评定,教育机构的目标是希望评定结果尽可能公平、公正,而专家的目标可能更倾向于自己收益的最大化,尤其在群决策结果对专家收益没有任何影响的条件下,这种利益不一致会表现得更加明显.群决策可以描述为 $D(A, E, K, C, F)$, n 个待决策的方案集合为 $A = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\}$; m 个决策专家集合为 $E = \{E_1, E_2, E_3, \dots, E_m\}$; p 个决策规则集为 $K = \{k_1, k_2, \dots, k_p\}$, 第 i 个专家对决策规则 $K = \{k_1, k_2, \dots, k_p\}$ 的认识和理解表示为 $K_i = \{k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{ip}\}$; 方案的状态用 q 维特征向量表示,即 $C = (c_1, c_2, c_3, \dots, c_q)$, 第 j 个方案的真实状态用 $C_j = (c_{j1}, c_{j2}, c_{j3}, \dots, c_{jq})$ 表示,第 i 个专家对第 j 个方案真实状态的认识和理解表示为 q 维向量 $C_j^i = (c_{j1}^i, c_{j2}^i, c_{j3}^i, \dots, c_{jq}^i)$; $F = \{f_1, f_2, f_3\}$, 其中, $X_j = f_1(A_j)$, $j = 1, 2, \dots, n$, f_1 为数据预处理映射, X_j 为 A_j 的预处理结果. 第 i 个专家对第 j 个方案的评价值(或估值) $Y_{ij} = f_2^i(X_j, K_i, C_j^i)$, $i = 1, 2, 3, \dots, m$, $j = 1, 2, 3, \dots, n$, f_2^i 为专家 E_i 对方案的评价映射, 令 $Y_i = \{Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{in}\}$ 为第 i 个专家 E_i 的评价结果. 评价结果可能是序数向量,也可能是基数向量,甚至是区间向量,本文只考虑基数向量评价结果,且假设每个分量的评价结果服从正态分布. $R = f_3(Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_m)$, f_3 为 m 个专家评价结果的集结方法映射, R 为集结结果.

现有文献对本文所关注的群决策的研究主要集中在以下几个方面:①群决策方法研究的文献最多,如文献[1,2]提出将模糊线性规划与 TOPSIS 和 DEA 相结合的群决策方法,文献[3-5]主要是研究群决策的集结方法,引入了贝叶斯、相对熵和 OWA (order weighted averaging) 等方法;②群决策中基于不同信息的处理,如文献[6-8]研究了基于残缺信息的群决策,文献[9-10]研究了语言信息和模糊信息的群决策;③群决策中的一致性研究,如专家意见的一致性研究^[11]、偏好信息的一致性研究^[12]、一致性信息的应用研究^[13]以及引导专家达成群决策结果一致性研究^[14-16]. ④其他,如决策支持系统的研

究^[17-18],群决策行为仿真研究^[19],利用博弈论对群决策机制的研究^[20-22].

现有的群决策文献认为群专家是自觉的,即专家会自觉地投入相应的时间和精力以给出符合决策发起人要求的决策结果,因此,对专家的激励相容机制关注不足.对群决策的一致性研究也主要集中于专家之间的一致性,而对于实践中广泛存在的决策发起人与专家之间利益的不一致性研究严重缺乏.可以认为,已有的相关群决策研究主要关注群决策结果,而忽视群决策中可能影响群决策结果可信性的利益关系.本文认为,群决策研究必须关注群决策中的利益关系,在决策发起人与专家利益不一致的群决策中,存在着两种博弈关系,一是决策发起人与专家之间的委托-代理博弈关系;另一是群专家内部的完全信息静态博弈关系.本文利用博弈论和委托代理理论构建群决策中的激励相容机制,使委托人和专家的利益得到统一,进而提高群决策的效率和可靠性.

群决策中,先由委托人制定博弈规则,然后专家分析规则,以决定是否参与,参与群决策的专家(代理人)之间通过博弈形成均衡,该均衡主要是专家努力程度的均衡,即各理性专家在分析决策发起人给定的收益函数后将付出基本一致的努力程度,而专家努力程度的大小将影响群决策结果的一致性,进而影响群决策结果的可信性.专家之间的均衡作为整体与委托人之间又构成了委托-代理均衡,就是说决策发起人给出不同博弈规则(专家收益函数),就会产生不同的专家努力程度,因此,决策发起人需要选择最优的博弈规则(专家收益函数)以提高群决策的效率和可信性.本文正是试图解决决策发起人最优博弈规则(专家收益函数)的选择问题.

由于专家收益函数空间的无限性,为了分析方便,也为了对比分析,本文依据专家收益函数的特点,将群决策博弈模型分为3类:第一类博弈模型(记为模型 Γ_1)对应的专家收益函数在当前群决策中使用最为普遍,其特点是,群决策结果对专家的收益没有任何影响;第二类和第三类博弈模型(分别记为模型 Γ_2 和 Γ_3)对应的专家收益函数形式相同,其特点是,群决策结果对专家的收益函数有显著影响,模型 Γ_2 和 Γ_3 的差别在于群决策结果对专家收益函数影响的程度和方式不同.下面将分别对这3类博弈模型做均衡分析,并做对比,以选择最优的群决策博弈模型.

1 问题背景和基本公理

1.1 问题背景

设第 i 个专家对第 j 个方案的估值 Y_{ij} (假设 $Y_{ij} \in \mathbb{R}$) 服从 $N(\mu_j, \sigma^2)$ 分布, μ_j 为第 j 个方案的理论真值, σ^2 为方差, 显然, 方差越小越好. 决策中委托人希望方差在某个可接受的范围内. 在群决策中, 如何构造一种决策机制, 使专家(代理人)给出的评价结果的偏差满足委托人的要求. 本文给出了决策发起人与专家之间最具代表性的 3 类常见委托-代理模型, 并进一步分析了在给定的委托-代理模型下专家内部均衡和委托-代理均衡的形成机制.

问题背景为, 委托人希望 m 位专家对 n 个可以用 q 维特征向量描述的方案, 依据 p 个决策规则给出主观评价. 目标是, 委托人在选择了评价价值偏差的上限 Σ_+ (即 $\sigma^2 < \sigma_+$) 后, 如何设计代理机制让代理人(专家)的评价价值偏差满足委托人的要求, 并使委托人的投入最少.

由于客观世界的复杂性, 群决策中专家评价价值的偏差大小可能受到多方面因素的影响, 但主要来源只有两个, 一是来自专家的主观原因, 即专家的时间和精力投入不足或专家对某些方案存在偏见; 二是来自方案本身的客观不确定性. 本文只讨论专家主观因素的影响, 且方案和专家满足下面几个公理.

1.2 基本公理和假设

定义 1 基本投入, 是指专家为完成对方案的评价必须投入的最基本的机会成本总和.

基本投入是专家为了满足决策发起人的参与约束而必须投入的最少机会成本, 即专家若没有基本投入就无法给出评价.

定义 2 追加投入, 是指专家除了基本投入外, 另外投入的机会成本总和.

追加投入是专家为了减小评价价值偏差而投入的机会成本.

认知公理 设第 $i(1 \leq i \leq m)$ 位专家对第 $j(1 \leq j \leq n)$ 个方案的机会成本总投入为 t'_{ij} , t'_{ij} 指专家投入的注意力、时间和精力等转换的机会成本总和. 给定适当 ϵ' , 存在 δ' , 使得当 $t'_{ij} \geq \delta'$ 时, $\|K_i - K\|_2 \leq \epsilon'$ 和 $\|C_j - C_j\|_2 \leq \epsilon'$ 同时成立, $\|\cdot\|_2$ 为 2 范数. 认知公理表示专家对方案和决策规则的认识和理解的偏差随着投入的增加可以不断减小.

收敛公理 对于任意第 $i(1 \leq i \leq m)$ 位专家和第 $j(1 \leq j \leq n)$ 个方案, 给定适当正数 ϵ , 存在 δ , 使得

当 $\|K_i - K\|_2 < \delta$ 且 $\|C_j - C_j\|_2 < \delta$ 时, 偏差 $e_{ij} = \|f_2^i(X_j, K_i, C_j) - \mu_j\|_2 < \epsilon$ 成立, 公理表示随着专家对决策规则和方案认识的不断加深, 专家对方案给出的评价价值的偏差会越来越小.

投入-偏差公理 对于满足认知公理和收敛公理的任一方案, 设专家的追加投入 t 与专家评价价值的偏差 e^2 之间构成的单调连续可微函数为 $t = h(e^2) \geq 0$, 则存在一个偏差值 σ_0 , 当 $0 \leq e^2 \leq \sigma_0$ 时, 函数 h 可以用双曲函数逼近; 当 $e^2 > \sigma_0$ 时, 函数 h 可以用一次函数逼近. 当专家只有基本投入时, 评价价值偏差为 σ_1 , 即 $h(\sigma_1) = 0$.

对于任意第 $i(1 \leq i \leq m)$ 个专家和第 $j(1 \leq j \leq n)$ 个方案, $t_{ij} = h(e_{ij}^2)$ 表示将评价价值偏差减小到 e_{ij}^2 时, 第 i 个专家需要追加投入的机会成本总和为 t_{ij} , e_{ij}^2 是专家 i 对方案 j 的评价价值偏差, 且 $h' < 0$, $h'' \geq 0$, 即专家追加投入的机会成本与评价价值偏差之间是负相关, 随着偏差增大, 消除单位偏差所需要投入的机会成本越来越小, 当专家只有基本投入时的评价价值偏差最大, 设为 σ_1 , 若专家评价价值的偏差进一步增加, 即专家的投入小于基本投入, 就不满足决策发起人(委托人)的参与约束.

为了分析方便, 本文假设参与决策的专家人数不变, 均为 m 个专家, 方案数也不变, 均为 n 个. 针对上面的问题背景, 首先, 委托人选择博弈模型(或博弈规则)和评价价值偏差上限 σ_+ , 然后参与博弈, 委托人希望选择了博弈模型和估值偏差上限 σ_+ 后, 专家的评价价值偏差能够满足自己的要求且投入最少; 专家则希望在给定的博弈模型下最大化自己的净收益. 本文主要讨论在委托人收益函数不变的情况下, 不同的专家净收益函数对专家评价价值偏差的影响以及对委托人收益的影响, 进而对群决策结果可信性的影响.

2 无偏差罚函数博弈模型(博弈模型 Γ_1) 下的纳什均衡

2.1 收益函数和策略空间

首先, 委托人确定估值偏差上限 σ_+ , 然后, 委托人选择博弈模型并参与博弈, 这里博弈模型仅以专家的净收益函数相区分, 委托人选择不同的博弈模型就是选择不同的专家净收益函数, 选择了不同的专家净收益函数就是选择了不同的博弈模型. 专家从委托人处获取的总收益为基本收益加追加收益, 即 $r' + r$. 专家的基本收益为 $r' = t_0 + t_0 p_0$, t_0 是专家

的基本投入, p_0 是资本的社会平均利润率, r 为专家从委托人处获取的追加收益, r 为常量, 它是由专家的追加投入换来的. 委托人支付给专家基本收益是确保理性专家会参与群决策, 而委托人支付给专家追加收益是为了使专家能够在决策中有充分的追加投入, 以减小专家评价价值偏差, 从而满足委托人的偏差阈值上限 σ_+ 的要求. 委托人的收益函数在不同的博弈模型中不变, 均为 $V(\sigma_+, r)$, $V(\sigma_+, r)$ 满足 $\frac{\partial V}{\partial \sigma_+} <$

$0, \frac{\partial V}{\partial r} < 0$. 在确定了偏差阈值上限 σ_+ 和博弈模型后, 委托人的策略空间是选择支付给专家的追加收益 $r \in (0, \infty)$. 设委托人选择了 σ_+ 和博弈模型 Γ_1 , 模型 Γ_1 中专家的支付函数(即追加净收益函数, 不包括专家从委托人处获取的基本收益 r')为: $U = r - h(e^2)$, $h(e^2)$ 是投入-偏差函数, 即当专家的评价价值偏差为 e^2 时, 则专家为此需要追加投入的机会成本总和为 $h(e^2)$. 专家的策略空间是选择追加投入机会成本 $t = h(e^2)$ 的大小, $t \in (0, M)$, M 是一个足够大的数, 选择了 t 也就选择了评价价值偏差 $e^2 = h^{-1}(t)$.

2.2 博弈的均衡

专家要使净收益函数 $U = r - h(e^2)$ 最大化, 在 r 一定时, 即要求追加投入 $t = h(e^2)$ 取得最小值, 详细如图1所示. 图1中 $L + QA$ 是函数 $h(e^2)$ 的曲线, $L_1 + HF$ 是 U 的曲线. 从图1可以看出: ①由前面的投入-偏差公理知, 当 $\sigma_0 \leq e^2 \leq \sigma_1$ 时, 专家追加投入的机会成本与评价价值偏差之间是线性负相关(图1中 QA); 当 $0 \leq e^2 \leq \sigma_0$ 时, 专家追加投入的机会成本与评价价值偏差之间是双曲型负相关(图1中曲线 L). ②当 $t = h(\sigma_1) = 0$ 时, 专家获得最大总收益 $r + r'$ (图1中的收益曲线未包括 r'), 这时专家的追加投入为0, 即专家只投入了最基本的机会成本 t_0 , 这是专家一种理性(这里仅将专家作为普通理性人看待)选择趋势. 也是专家的共同认识, 因为增加追加投入就意味着净收益会有相应减少. 由于专家的对称性, 因此, 群决策中对于任一方案 j , 最终专家之间形成一个均衡 $S_j^* = (t_0, t_0, t_0, \dots, t_0)$, 即各专家均只投入最基本的机会成本 t_0 , n 个方案的综合均衡为 $S^* = (S_1^*, S_2^*, S_3^*, \dots, S_n^*)$. 显然, 专家的均衡与 $r \geq 0$ 没有直接的关系, 因此, 委托人最优选择是 $r = 0, r' = t_0 + t_0 p_0$, 博弈模型 Γ_1 的委托-代理均衡为 $S^{**} = (t_0 + t_0 p_0, S^*)$, 专家评价价值结果的偏差 $\sigma^2 \rightarrow \sigma_1$.

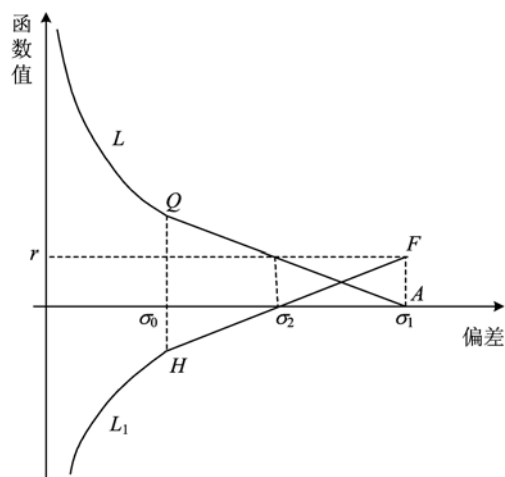


图1 模型 Γ_1 专家的收益

Fig. 1 Expert's payoff in Γ_1

2.3 委托人的困境

从博弈模型 Γ_1 的委托-代理均衡

$$S^{**} = (t_0 + t_0 p_0, S^*)$$

可以看出, 委托人决策前选择的偏差阈值上限 σ_+ 对均衡结果没有影响. 假设委托人选择的偏差阈值上限为 σ_+ ($\sigma_+ < \sigma_1$), 专家必须追加投入 $t \geq h(\sigma_+)$ 才能使评价价值偏差满足要求, 专家这部分投入委托人必须给予补偿, 因此, 委托人支付给每个专家的追加收益 $r \geq h(\sigma_+)$, 专家决策中获得的净收益为 $r' + r - h(e^2)$. 专家最优选择是 $e^2 \rightarrow \sigma_1, h(e^2) = 0$, 即理性专家的追加投入仍为0, 获得最大的总收益 $r' + r$. 方案 j 的均衡点仍为 $S_j^* = (t_0, t_0, t_0, \dots, t_0)$, 群决策的偏差 $\sigma^2 \rightarrow \sigma_1$. 因此, 在博弈模型 Γ_1 中, 委托人不能通过增加投入来减小专家评价价值的偏差. 当然, 不能认为所有专家都是纯理性的自私自利的人, 最终群决策的偏差 $\sigma^2 \in (\sigma_+, \sigma_1)$, 偏差具体取值依赖于群专家中超理性自觉专家的数量. 显然, 对于委托人来说, 这不是一种有效的决策机制, 它无法保证理性专家有充分的追加投入, 因此, 委托人选择的 $\sigma_+ < \sigma_1$ 目标无法通过增加投入来实现.

3 加偏差罚函数的纳什均衡

3.1 罚函数惩罚的偏差区间为 $(0, \sigma_1)$ (博弈模型 Γ_2)

为了构建对专家的激励约束机制, 保证专家有充分的追加投入, 在专家的净收益函数中加入偏差惩罚函数 $g(\bar{e}_i^2), \bar{e}_i^2 \in (0, \sigma_1), \bar{e}_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n e_{ij}^2$, 罚函数

同时满足 $g(e^2) > 0, g' > 0$, 即罚函数非负, 且是单调增函数, 本文只讨论线性罚函数. 第 i 个专家追加净收益函数 $U_i = r - h(\bar{e}_i^2) - g(\bar{e}_i^2)$, $\bar{e}_i^2$ 是第 i 位专家对所有方案评价价值偏差的平均值, 第 i 位专家对第 j 个方案的评价价值偏差为 $e_{ij}^2 = (Y_{ij} - \mu_j)^2$, 代入 U_i , 得

$$U_i = r - h\left[\frac{1}{n}((Y_{i1} - \mu_1)^2 + \cdots + (Y_{in} - \mu_n)^2)\right] - g\left[\frac{1}{n}((Y_{i1} - \mu_1)^2 + \cdots + (Y_{in} - \mu_n)^2)\right].$$

该 U_i 对应的博弈模型为 Γ_2 .

若 U_i 取得极大值, 则函数 U_i 需满足一阶条件

$$\nabla^2 U_i(Y_i) = \begin{vmatrix} \frac{4}{n^2}(h'' + g'')(Y_{i1} - \mu_1) - \frac{2}{n}(h' + g') & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{4}{n^2}(h'' + g'')(Y_{in} - \mu_n) - \frac{2}{n}(h' + g') \end{vmatrix}$$

Hesse 矩阵为对角阵, 第 j 行的非 0 元素为

$$\frac{4}{n^2}(h'' + g'')(Y_{ij} - \mu_j)^2 - \frac{2}{n}(h' + g'),$$

由一阶条件知, $Y_{ij} - \mu_j = 0, j = 1, 2, 3, \cdots, n$, Hesse 矩阵负定, 即要求 $-\frac{2}{n}(h' + g') < 0$, 化简得 $g' > -h'$.

二阶条件可以解释为, 单位偏差带来的惩罚损失要大于消除单位偏差需要追加投入的机会成本, 二阶条件保证了专家选择持续投入会获得更大的收益. 当 $h' + g' \neq 0$ 时, 函数 U_i 的极大值点唯一, 因此必为最大值. 由于专家的对称性, 对于任意第 j 个方案, 各专家的最优策略组合为 $S_j = (h(0) + t_0, h(0) + t_0, \cdots, h(0) + t_0)$, 因此, 所有方案的策略组合为 $S^* = (S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n)$, S^* 是专家内部的纳什均衡, 相应的博弈模型 Γ_2 的委托-代理均衡为

$$S^{**} = (h(0) + h(0)p_0 + t_0 + t_0p_0, S^*).$$

显然均衡 S^{**} 不可能实现, 只是努力的方向, 因为 $g(0) = 0$, 而 $h(0)$ 是非常大的数, 要保证 $U_i > 0$, 则委托人投入的 r 必是一个非常大的数才能弥补专家追加投入的机会成本, 这在实践中是不现实的, 也是没有必要的. 因此, 无需对所有的估值偏差 $(0, \sigma_1)$ 做惩罚, 只需惩罚其中的部分偏差.

前面的分析中可以看出, 各个专家的理性决策就是使自己的评价价值偏差尽可能小, 从而获得更大的收益, 但在实践中 μ_j 未知, 只能以样本均值 $\bar{Y}_j$ 代

为 $\nabla U_i(Y_{i1}, Y_{i2}, \cdots, Y_{in}) = 0$, 即对于任意 $Y_{ij} (1 \leq j \leq n)$, 要求 $\frac{\partial U_i}{\partial Y_{ij}} = -\frac{2}{n}(h' + g')(Y_{ij} - \mu_j) = 0, j = 1, 2, \cdots, n$, 若 $h' + g' = 0$, 即专家为消除单位偏差增加的追加投入与消除该单位偏差而减少的惩罚损失相等, 则专家的任意策略选择均满足 $\frac{\partial U_i}{\partial Y_{ij}} = 0, j = 1, 2, 3, \cdots, n$, 没有讨论的必要. 本文假设 $h' + g' \neq 0$, 求得 $Y_{ij} = \mu_j, j = 1, 2, 3, \cdots, n$.

函数 U_i 取得极大值需满足的二阶条件为, Hesse 矩阵 $\nabla^2 U_i(Y_{i1}, Y_{i2}, \cdots, Y_{in})$ 负定,

替总体均值, 这种替代并不会改变专家的均衡策略, 将样本均值 $\bar{Y}_j$ 代入 $Y_{ij} - \mu_j = 0, j = 1, 2, 3, \cdots, n$, 得 $Y_{ij} = (\sum_{k \neq i} Y_{kj}) / (n - 1)$, 即任一专家只有和其他专家保持一致时, 才能使自己的评价价值偏差最小. 每个专家有理由相信其他专家是理性的, 必然选择继续投入以最大化自己的收益, 最终形成理论上的极限均衡.

3.2 罚函数惩罚的偏差区间为 (σ_+, σ_1) (博弈模型 Γ_3)

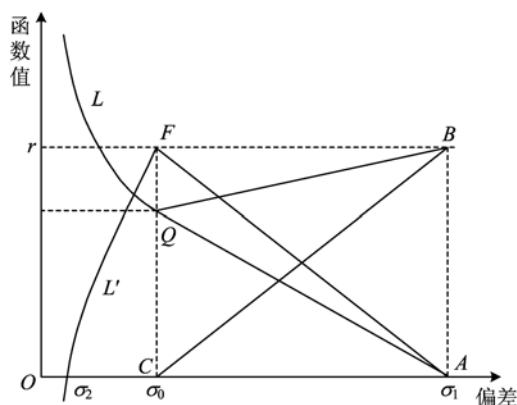
前面的博弈模型 Γ_1 和 Γ_2 是两种极端, 在模型 Γ_1 中, 专家的净收益函数对专家的评价价值偏差不做任何惩罚, 而在模型 Γ_2 中, 专家的净收益函数对专家的评价价值偏差 e^2 全范围 $(0, \sigma_1)$ 惩罚. 实践中绝大多数群决策方案的评价价值允许有适当的偏差, 但又不能有太大的偏差. 一个自然的想法就是选择适当的偏差阈值 σ_+ , 当 $e^2 \leq \sigma_+$ 时, 对偏差 e^2 不惩罚, 而当 $e^2 > \sigma_+$ 时, 对偏差 e^2 加以惩罚, 为了和模型 Γ_2 中的惩罚函数相区别, 这里定义罚函数

$$g_0(e^2) = \begin{cases} g(e^2), & e^2 \in (\sigma_+, \sigma_1) \\ 0, & e^2 \in (0, \sigma_+) \end{cases},$$

惩罚函数在 $e^2 \in (\sigma_+, \sigma_1)$ 区间需满足 $g_0' > -h'$, 即专家选择继续投入会获得更大的收益, 以保证理性专家会选择继续追加投入. 加入 g_0 的专家净收益函数对应的博弈模型为 Γ_3 .

L 的变化率 h' 单调变化, 要保证在区间 (σ_+, σ_0) 内, $g'_0 > -h'$ 成立, 即要求 $g'_0 > \max(-h') = -h'(\sigma_+)$, 这时, 线性罚函数就显得效率低下, 需要寻找新的罚函数.

Fig. 3 Expert's payoff in Γ_3 ($\sigma_+ = \sigma_3$)



以上收益函数中均不考虑基本投入.

为了方便,在模型 Γ_1 中不考虑专家投入的利润,以 $\sigma_+ = 1.8$ 为例说明表 1 中数据的计算过程,若发起人确定偏差的阈值 $\sigma_+ = 1.8$,由投入偏差函数算得专家的追加投入为 $h(1.8) = 0.2$,因此,发起人要实现 $\sigma_+ = 1.8$ 的目标,至少给每位专家追加投入 $r = 0.2$,由专家的收益函数 $U_Z^1 = r - h(e^2)$ 得,专家的最优选择是 $e^2 = 2, U_Z^1 = 0.2 - 0 = 0.2$,因此,均衡偏差 $q(0.2) = 2$,发起人的收益

$$U_F = \frac{6}{2+4} - 0.2 \times 0.5 = 0.9.$$

表 1 模型 Γ_1 下多种 σ_+ 值的均衡结果表

Tab. 1 Equilibrium results of various value of σ_+ in model Γ_1

发起人选择 σ_+	发起人选择投入 r	均衡偏差 $q(r)$	发起人的收益	专家的均衡追加收益	专家的均衡追加投入
2	0	2	1	0	0
1.8	0.2	2	0.9	0.2	0
0.8	1.25	2	0.375	1.25	0
0.2	5	2	-1.5	5	0
0.02	50	2	-24	50	0

从表 1 中可以看出,发起人不能通过提高投入 r 实现减小群决策偏差的目标,因为在模型 Γ_1 中,专家的均衡策略是只有基本投入,追加投入为 0,这一策略不会因为 r 值增加而改变.因此,发起人的最优均衡策略是 $r = 0$,决策结果偏差 $\sigma \rightarrow 2$.

模型 Γ_2 中,在专家的收益函数中加入适当的偏差罚函数后,理性专家会自觉地、持续地追加投入,减小群决策偏差,但要实现群决策偏差的趋 0 化是不可能的,决策实践中也没有这个必要,另外决策偏差趋 0 化所需要的投入也是发起人不能接受的.因此,模型 Γ_2 中的纳什均衡是一个不可能实现的极限均衡.

在模型 Γ_3 中,为了便于偏差罚函数的计算,偏差的上限值取 $1 \leq \sigma_+ \leq 2$,决策发起人选择偏差的上限值 σ_+ 和偏差罚函数的 k 值.取 $p = 0.1$,当 $k = |h'(\sigma_+)| + p = 1.1$ 时,罚函数的方程为 $g_0 = 1.1h(\sigma) + 1.1h(\sigma_+)$.

这里以 $\sigma_+ = 1.8$ 为例说明表 2 中数据的计算过程.罚函数过 $(2, 1.1 \times h(1.8))$ 点和 $(1.8, 0)$ 点,这时要保证 $U_Z^3 = r - h(e^2) - g(e^2), e^2 \in [1, 2]$ 大于等于 0,则要求

$$r = \max(h(e^2) + g_0(e^2)) = g_0(2) = 0.22.$$

发起人的收益为 $U_F = \frac{6}{2+1.8^2} - 0.5 \times 0.22 = 1.035$.专家追加投入为 $h(1.8) = -1.8 + 2 = 0.2$,

专家的净收益为 $U_Z^3 = 0.22 - 0.2 = 0.02$.

表 2 模型 Γ_3 下多种 σ_+ 值的均衡结果表

Tab. 2 Equilibrium results of various value of σ_+ in model Γ_3

发起人选择 σ_+	发起人均衡投入 r	均衡偏差 $q(r)$	发起人的均衡收益	专家的均衡净收益	专家的均衡追加投入
2	0	2	1	0	0
1.8	0.22	1.8	1.035	0.02	0.2
1.2	0.88	1.2	1.304	0.08	0.8
0.8	1.375	0.8	1.584	0.125	1.25
0.5	2.2	0.5	1.566	0.2	2
0.2	5.5	0.2	0.191	0.5	5
0.02	55	0.02	-52	5	50

表 2 与表 1 的差别主要表现在以下几方面:

①表 2 中的均衡偏差是不同的,而表 1 中的均衡偏差是一样的,说明模型 Γ_1 中的群专家之间的纳什均衡是不变的,因此,决策发起人不能通过提高投入改变群专家之间的纳什均衡.而模型 Γ_3 中的群专家之间的纳什均衡是变化的,决策发起人正是通过修改偏差罚函数中偏差阈值和提高相应投入改变群专家之间的纳什均衡,既实现群决策的偏差阈值约束,又使投入最小.②专家追加投入在两表中的差别明显,说明模型 Γ_1 中专家不愿追加投入,因为追加投入会减少收益,而在模型 Γ_3 中,专家选择了追加投入,因为追加投入能够增加收益.③在表 1 中决策发起人的收益是递减的,而表 2 中,决策发起人的收益是先递增后递减.这说明,在模型 Γ_1 中,决策发起人只能被动选择 $\sigma_+ = \sigma_1$,而在模型 Γ_3 中,决策发起人可以选择不同的偏差阈值 σ_+ ,并在群决策中实现偏差阈值约束.④表 2 中专家的净收益是随着偏差阈值的减小而递增,这是因为偏差阈值越小,专家为了满足偏差阈值要求需要的追加投入也越多,在资本利润一定的条件下,相应的净收益也必然递增.

通过以上对比分析可以看出,模型 Γ_3 能够实现决策发起人与专家之间的利益一致,决策发起人可以根据决策的现实需要选择不同的偏差阈值,并可以在实现决策偏差阈值要求的条件下最小化自己的投入.而理性的专家也愿意在满足决策发起人偏差阈值要求的条件下,实现自己的利益最大化.因此,模型 Γ_3 相对于模型 Γ_1, Γ_2 具有明显的效率优势.

5 结论

群决策是当前一些重大社会决策常用的决策方法,尤其适用一些不能用确定性结构描述的问题做评价决策.本文仅研究决策发起人与专家利益不一

致的群决策,且决策符合 3 个基本公理.文中的群决策问题可以看作一个双重博弈问题,一是委托人与群专家之间的委托代理博弈,另一是群专家之间的完全信息静态博弈.专家之间静态博弈的均衡就是委托-代理博弈中专家的群体行动.文中选择了 3 种典型的专家净收益函数(即几种典型的委托-代理博弈模型)做分析,分析结果显示,委托人选择了评价价值偏差上限 σ_+ 后,委托人的最优选择是博弈模型 Γ_3 ,即带有偏差罚函数的专家净收益函数,且罚函数的惩罚区间为 $e^2 \in (\sigma_+, \sigma_1)$.而专家的最优选择是持续投入,直至专家的评价价值偏差满足 $e^2 \leq \sigma_+$,以使自己的收益最大化,从而保证群专家的评价价值偏差满足 $\sigma \leq \sigma_+$ 要求.且罚函数只对部分偏差惩罚,这和决策实践是相一致的,即估值决策可以有适量的偏差,但也不能让偏差过大,既要保证决策质量,但又没有必要做低效的投入.

本文的基本思想是,针对决策发起人与专家利益不一致,构建适当的专家净收益函数,将决策发起人和专家的利益实现了统一,从而让专家在自觉地追求自身利益最大化的同时,实现了委托人的利益最大化,从而大大提高社会群决策的效率和可靠性.本文仅给出投入偏差函数和线性罚函数的一般性约束,算例中给出的函数形式也较为简单,因此,如何构建投入偏差函数和偏差罚函数需要进一步的研究.另外,委托人如何选择偏差阈值上限以及如何选择专家的收益函数需要在实践中做实证研究.

参考文献(References)

- [1] Razmi J, Songhori M J, Khakbaz M H. An integrated fuzzy group decision making/fuzzy linear programming (FGDMLP) framework for supplier evaluation and order allocation[J]. *Int J Adv Manuf Technol*, 2009, 43:590-607.
- [2] Zerafat Angiz L M, Emrouznejad A, Mustafa A, et al. Selecting the most preferable alternatives in a group decision making problem using DEA [J]. *Expert Systems With Applications*, 2009, 36:9 599-9 602.
- [3] Altuzarra A, Moreno-Jimenez J M, Salvador M. A Bayesian prioritization procedure for AHP-group decision making[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007,182: 367-382.
- [4] Wei Cunping, Qiu Wanhua, Yang Jiping. Minimum relative entropy aggregation model on group decision making[J]. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 1999,19(8):38-42.
- 魏存平,邱菀华,杨继平.群决策问题 REM 集结模型[J]. *系统工程理论与实践*,1999,19(8):38-42.
- [5] Zhu Jianjun, Liu Sifeng, Wang Hehua. Aggregation approach of two kinds of three-point interval number comparison matrix in group decision making[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007,33(3):297-301.
朱建军,刘思峰,王嵩华.群决策中两类三端点区间数判断矩阵的集结方法[J]. *自动化学报*,2007,33(3): 297-301.
- [6] Fedrizzi M, Giove S. Incomplete pairwise comparison and consistency optimization[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007,183:303-313.
- [7] Carmone F J, Kara A, Apanakis S H. A Mont Carlo investigation of incomplete pairwise comparison matrices in AHP[J]. *European Journal of Operational Research*,1997,102(3):538-553.
- [8] Gong Zaiwu, Zhang Lifan, Liu Sifeng. Study on group decision making based on the triangular fuzzy number preference relations under incomplete information[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2008,23(3):270-276.
巩在武,张立凡,刘思峰.残缺信息下的三解模糊互补偏好群决策研究[J]. *系统工程学报*,2008,23(3): 270-276.
- [9] Chuu S J. Selecting the advanced manufacturing technology using fuzzy multiple attributes group decision making with multiple fuzzy information[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2009, 57:1 033-1 042.
- [10] Liang Changyong, Zhang Enqiao, Qi Xiaowen, et al. A method of multi-attribute group decision making with incomplete hybrid assessment information [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2009,17(4): 126-132.
梁昌勇,张恩桥,戚筱雯,等.一种评价信息不完全的混合型多属性群决策方法[J]. *中国管理科学*,2009, 17(4):126-132.
- [11] Palomares I, Sanchez P J, Quesada F J. COMAS: A multi-agent system for performing consensus processes [C]// *International Symposium on Distributed Computing and Artificial Intelligence*. Berlin: Springer, 2011: 125-132.
- [12] Li Y, Ding R J, Wu H X. Studies on several problems of analytic hierarchy process [C]// *Seventh Wuhan International Conference on E-business*, 2008; 1 119-1 122.
- [13] Lo C C, Wang P. Using fuzzy distance to evaluate the consensus of group decision-making an entropy-based approach[C]// *2004 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. IEEE, 2004, 2: 1 001-1 006.
- [14] Chiclana F, Mata F, Alonso S. Group decision

- making: From consistency to consensus [C]// Modeling Decisions for Artificial Intelligence. Berlin: Springer, 2007, 4617: 80-91.
- [15] Herrera-Viedma E, Mata F, Martinez L, et al. An adaptive module for the consensus reaching process in group decision making problems [C]// Modeling Decisions for Artificial Intelligence. Berlin: Springer, 2005, 3558: 89-98.
- [16] Alonso S, Herrera-Viedma E, Cabreriz F J. Using visualization tools to guide consensus in group decision making[J]. Applications of Fuzzy Sets Theory, 2007, 4578: 77-85.
- [17] Huang Biqing, Liu Wenhua, Xi Bing. Intelligent agent-based group decision support systems for business process management [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2000, 20(4): 74-78.
黄必清, 刘文煌, 奚兵. 基于智能 Agent 的群组决策支持系统及基在经营过程管理中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(4): 74-78.
- [18] Xu Zhenning, Zhang Weiming, Chen Wenwei. Study of GDSS based on MAS[J]. Journal of Management Sciences in China, 2002, 5(1): 85-92.
徐振宁, 张维明, 陈文伟. 基于 MAS 的群决策支持系统研究[J]. 管理科学学报, 2002, 5(1): 85-92.
- [19] Yang Shanlin, Zhu Keyu, Fu Chao, et al. Simulation of the group decision conformity based on cellular automata model[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2009, 29(9): 115-124.
杨善林, 朱克毓, 会超, 等. 基于元胞自动机的群决策从众行为仿真[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(9): 115-124.
- [20] You Zhifeng, Li Yong, Liang Yu, et al. Analysis of the evolutionary group's decision-making mechanism for the large area air defense [J]. Modern Defense Technology, 2005, 33(4): 14-17.
- [21] Du Bin. Entropy model for group decision making based on bounded cooperation mechanism[J]. Chinese Journal of Management, 2011, 8(4): 628-632.
杜宾. 基于有限合作机制的群决策熵模型研究[J]. 管理学报, 2011, 8(4): 628-632.
- [22] 刘智勇, 徐选华. 群决策冲突管理的合作博弈分析[J]. 统计与决策, 2009(11): 35-37.

(上接第 1023 页)

- [2] Blanchard O J, Watson M W. Bubbles, rational expectations and financial markets[R]. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research, 1982: NBER Working Paper No. 945.
- [3] De Long J D, Shleifer A, Summers L H, et al. Noise trader risk in financial markets[J]. Journal of Political Economy, 1990, 98: 703-738.
- [4] Lux T. Herd behaviour, bubbles and crashes[J]. The Economic Journal, 1995, 105(431): 881-896.
- [5] Rosser J B. From Catastrophe to Chaos: A General Theory of Economic Discontinuities [M]. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [6] Ohlson J. Earnings, book values, and dividends in equity valuation [J]. Contemporary Accounting Research, 1995, 11(2): 661-687.
- [7] Koenker R, Bassett G Jr. Regression quantiles[J]. Econometrica, 1978, 46(1): 33-50.
- [8] Engle R F, Manganelli S. CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2004, 22(4): 367-381.
- [9] Xiao Z, Koenker R. Conditional quantile estimation for generalized autoregressive conditional heteroscedasticity models [J]. Journal of the American Statistical Association, 2009, 104(488): 1 696-1 712.
- [10] Schaumburg J. Predicting extreme value at risk: Nonparametric quantile regression with refinements from extreme value theory[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2012, 56(12): 4 081-4 096.
- [11] Kupiec P. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models[J]. The Journal of Derivatives, 1995, 3(2): 73-84.
- [12] Wong M. Market BuVaR: A countercyclical risk metric[J]. Journal of Risk Management in Financial Institutions, 2011, 4(4): 419-432.
- [13] Liu Huangsong. The theory of the stock intrinsic value and the bubble of China's stock market[J]. Economic Research Journal, 2005(2): 45-53.
刘焯松. 股票内在投资价值理论与中国股市泡沫问题[J]. 经济研究, 2005(2): 45-53.
- [14] Xu Ainong. A study on bubbles measurement and bubbles rationality in China's stock market[J]. The Theory and Practice of Finance and Economics, 2007, 28(145): 34-39.
徐爱农. 中国股票市场泡沫测度及其合理性研究[J]. 财经理论与实践, 2007, 28(145): 34-39.
- [15] 毛有碧, 周军. 股市泡沫测量及性质区分[J]. 金融研究, 2007(12): 186-197.